

# Discontinuous Galerkin Verfahren in der CFD

Manuel Keßler

Institut für Aerodynamik und Gasdynamik – Universität Stuttgart

In der Simulation von turbulenten Strömungen bei hoher Reynoldszahl werden in erster Linie seit vielen Jahren bewährte Finite Volumen Verfahren zweiter Ordnung auf strukturierten wie unstrukturierten Gittern eingesetzt. In einigen Fällen, insbesondere bei höherwertiger physikalischer Modellierung (DES, LES) oder in der Aeroakustik, werden jedoch Grenzen sichtbar und wecken den Wunsch nach genaueren Diskretisierungsverfahren, insbesondere auch in komplexen Geometrien. Discontinuous Galerkin (DG) Verfahren kombinieren Ideen der Finiten Elemente (stückweise polynomiale Ansatzfunktionen) mit solchen der Finiten Volumen (numerische Flussberechnung über Zellgrenzen), um so hohe Ordnung auf unstrukturierten Gittern zu erreichen und gleichzeitig Unstetigkeiten wie an Stößen zu ermöglichen. Einher damit geht eine relativ lokale Einflussumgebung trotz hoher Ordnung und folglich ausgezeichnete Parallelisierungseigenschaften.

Der Vortrag gibt einen Überblick über den aktuellen Stand der Dinge bei diesen momentan heiß diskutierten Diskretisierungsverfahren, insbesondere im Hinblick auf die Anwendbarkeit bei technischen Strömungen, die in der Regel nicht sinnvoll reibungsfrei modelliert werden können und sehr häufig bei hohen Reynoldszahlen stattfinden.

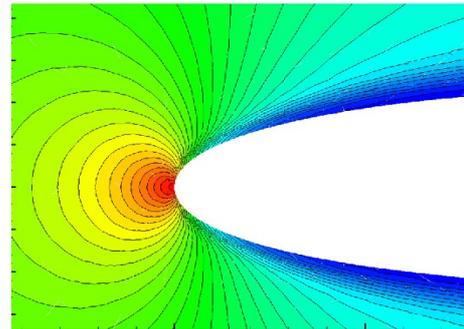


Abbildung 1: Nasenbereich NACA 0012, laminar, vierte Ordnung

Ganz wesentlich bei hoher Ordnung ist die hinreichend glatte Darstellung der Geometrie. Anderenfalls versucht der Löser, an der klassischerweise polygonal berandeten Wand Physik zu generieren, wie Ablösungen und Turbulenzproduktion. Die in der Realität glatten Oberflächen müssen daher durch krummlinige Randelemente wiedergegeben werden, ansonsten treten grob unphysikalische Phänomene auf. Dies gilt in 2D und 3D gleichermaßen.

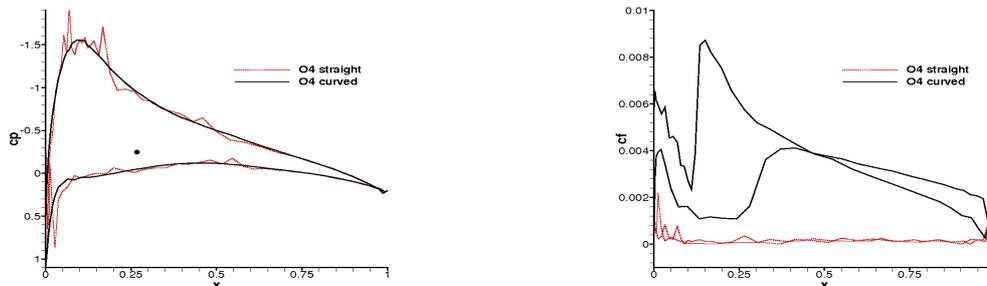


Abbildung 2:  $c_p$ - und  $c_f$ -Verteilungen am Aerospace-A Profil mit geraden und krummlinigen Rändern

Die gute Parallelisierbarkeit führt dazu, dass bereits ein relativ kleiner Fall mit etwa 100000 Zellen bei 64 Prozessoren noch eine Effizienz von knapp 90% zeigt.

Grundsätzlich sind DG Verfahren damit geeignet für die Simulation technischer Strömungen. Wichtig für die Nutzbarkeit hoher Ordnung ist eine Repräsentation gekrümmter Oberflächen mit entsprechend krummlinigen Elementen. Forschungsbedarf besteht noch bei der effizienten Darstellung zweiter Ableitungen, wie sie in Reibungstermen und Turbulenzmodellen auftreten. Generell ist wegen des großen Rechenaufwandes ein Gewinn gegenüber Finite Volumen Verfahren zweiter Ordnung erst bei hohen Genauigkeitsanforderungen zu erwarten. Es ist jedoch damit zu rechnen, dass diese in Zukunft zunehmen werden.

- [1] B. Landmann, M. Keßler, S. Wagner, E. Krämer, *A parallel discontinuous Galerkin code for laminar and turbulent flows*, Euromech Colloquium 467 on Turbulent Flows and Noise Generation, Marseille, Frankreich, 2005