

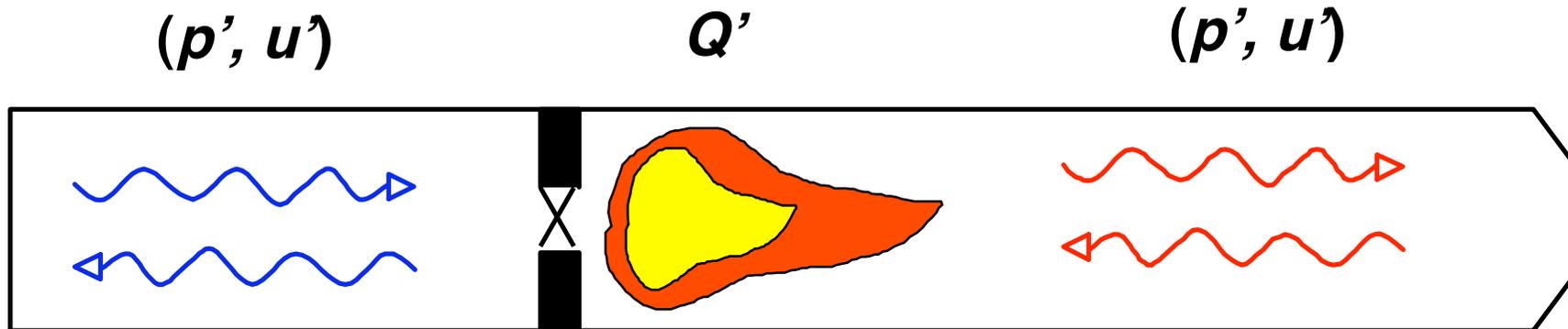
# ***Divide et Impera***

**Kombinierter Einsatz von  
CFD, Systemidentifikation und linearen Systemmodellen  
zur Analyse thermo-akustischer Verbrennungsinstabilitäten**

Prof. Wolfgang Polifke, Ph. D.

Lehrstuhl für Thermodynamik  
Technische Universität München

## Eingeschlossene Flamme



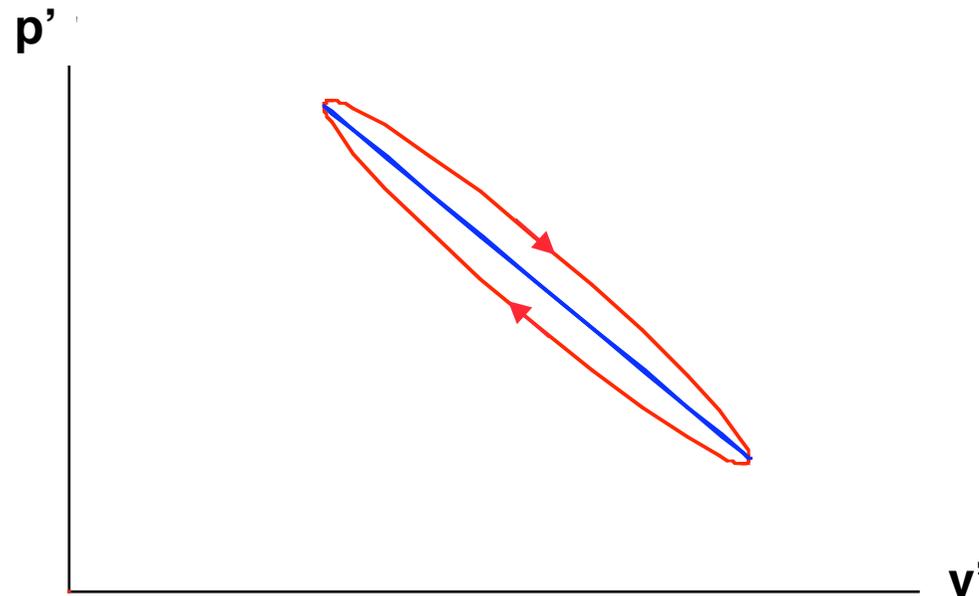
Rückkopplung zwischen Fluktuationen

der Strömung  $(p', u')$  und der Wärmefreisetzung  $Q'$

-> **Selbsterregte Schwingungen !**

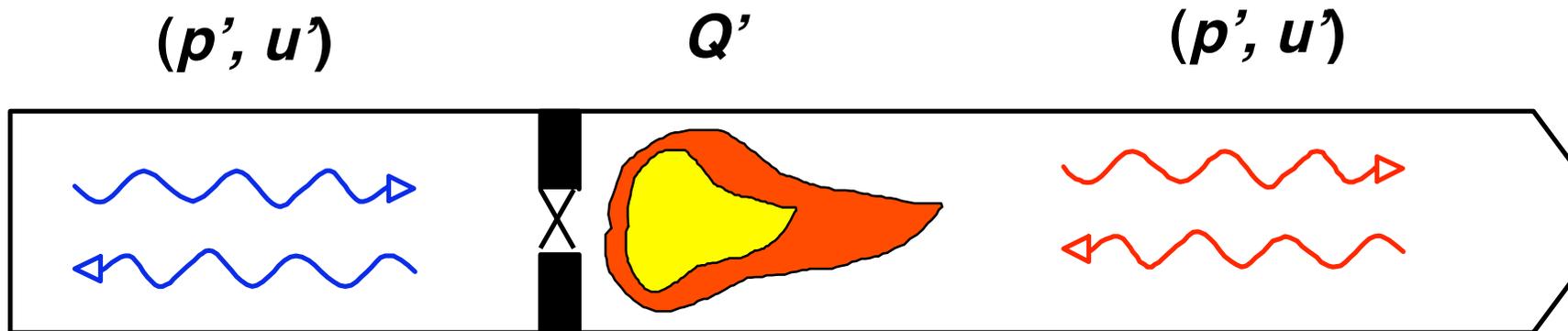
Stabilitätskriterium nach Rayleigh:  $\oint \dot{Q}' p' d\tau > 0.$

# Thermodynamische Interpretation von Rayleigh



$$\oint p' dv' = -\frac{v}{\gamma p} \underbrace{\oint p' dp'}_0 + \oint p' dv'^{(Q)} = \oint p' \frac{dv'^{(Q)}}{dt} dt \sim \int_0^T p' \dot{Q}' dt.$$

# Thermo-Akustische Instabilität

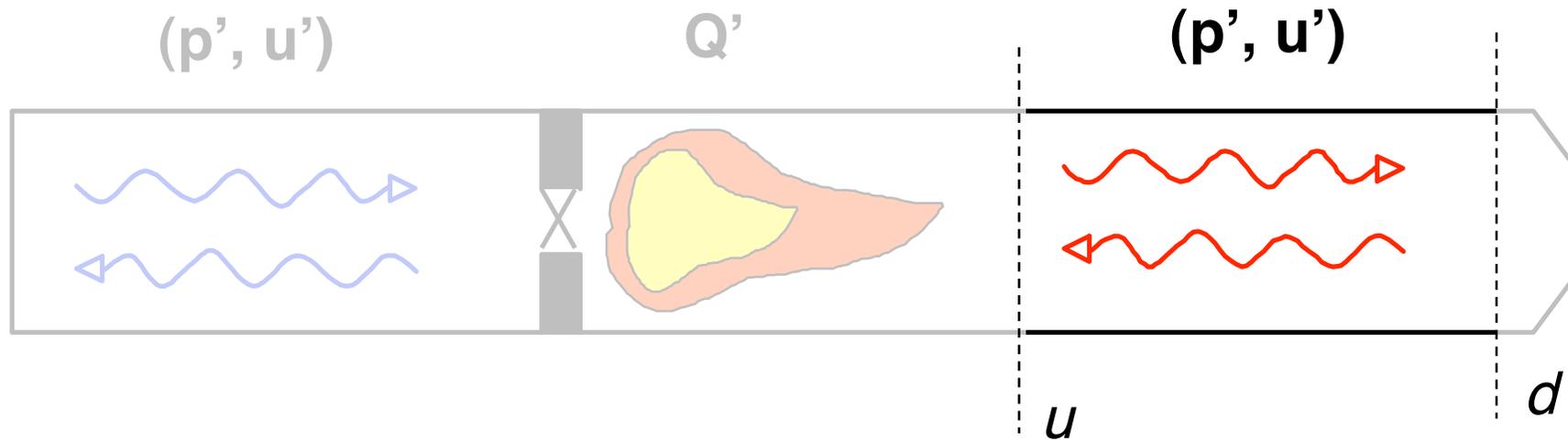


Rayleigh  $\oint \dot{Q}' p' d\tau > 0.$

Flamme reagiert kaum auf Druck  $\Rightarrow u' \rightarrow \dot{Q}'$

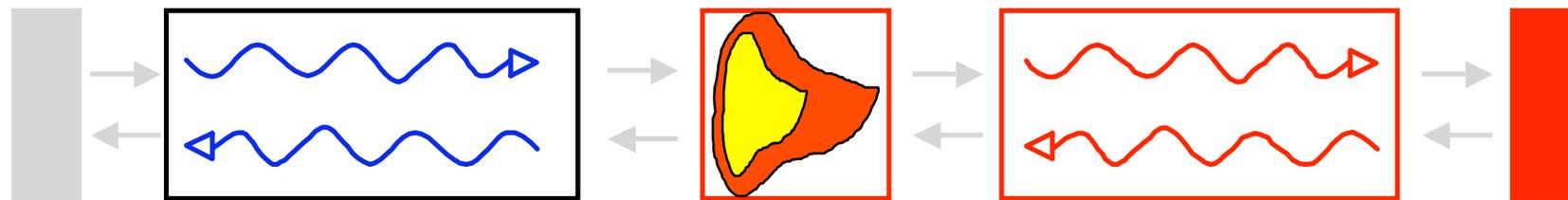
Impedanz  $Z = \frac{p'}{u'}$  muss bekannt sein  $\rightarrow$  Akustik

# Ausbreitung akustischer Wellen



$$\overbrace{\begin{pmatrix} \frac{p'_d}{\rho c} \\ u'_d \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \cos(kL) & -i \sin(kL) \\ -i \sin(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{p'_u}{\rho c} \\ u'_u \end{pmatrix}$$

# Netzwerk – Modell des Systems:



**Grundlage: Lineare Akustik.**

***Transfermatrizen* repräsentieren Elemente**

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_d = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_u$$

# Warum Netzwerk-Modelle ?

---



**schnell & flexibel**

**bringen physikalische Einsicht**

**umfassende Stabilitätsanalyse**

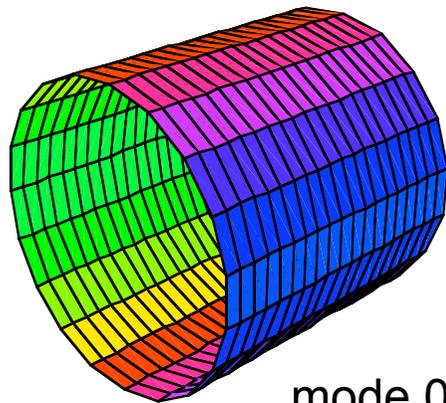
**stabile / instabile Moden**

**Eigenfrequenzen & Wachstumsraten**

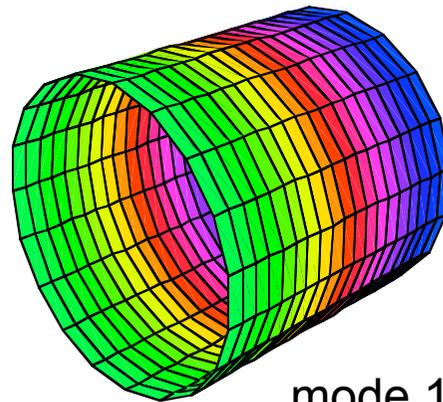
**geeignet für modelbasierte aktive Kontrolle**

**geeignet auch für Ringbrennkammern**

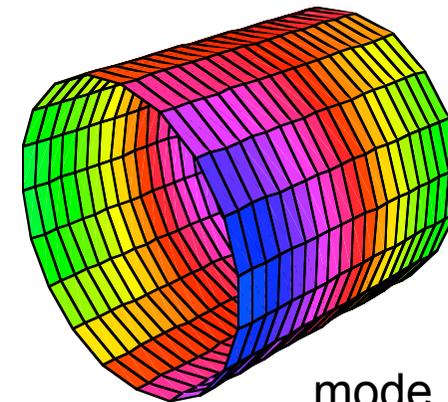
# Moden höherer Ordnung in Ringbrennkammern



mode 0,1

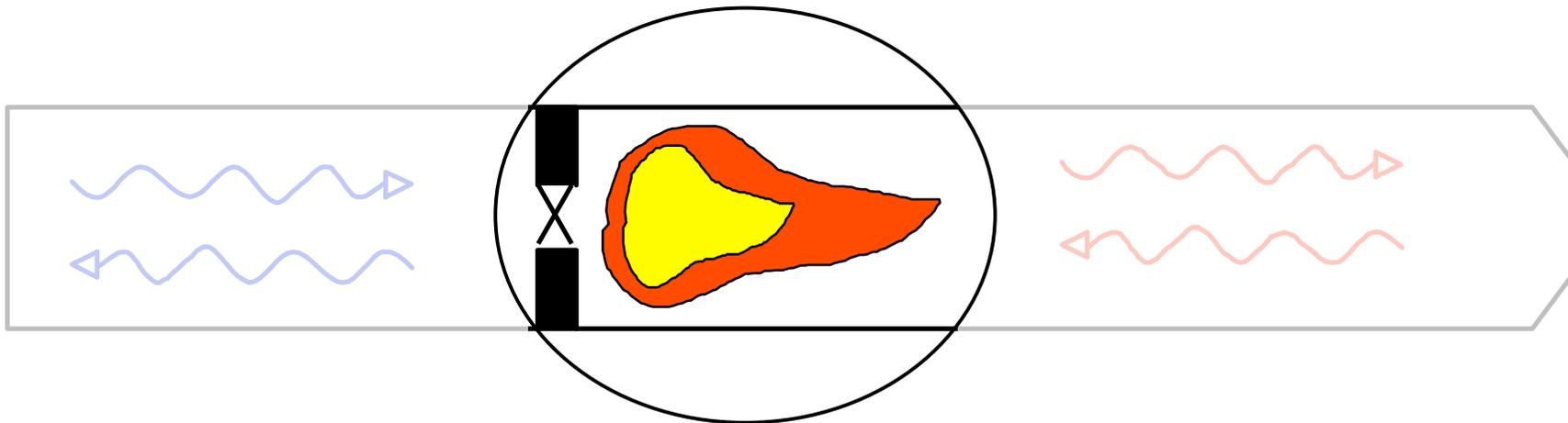


mode 1,0



mode 1,1

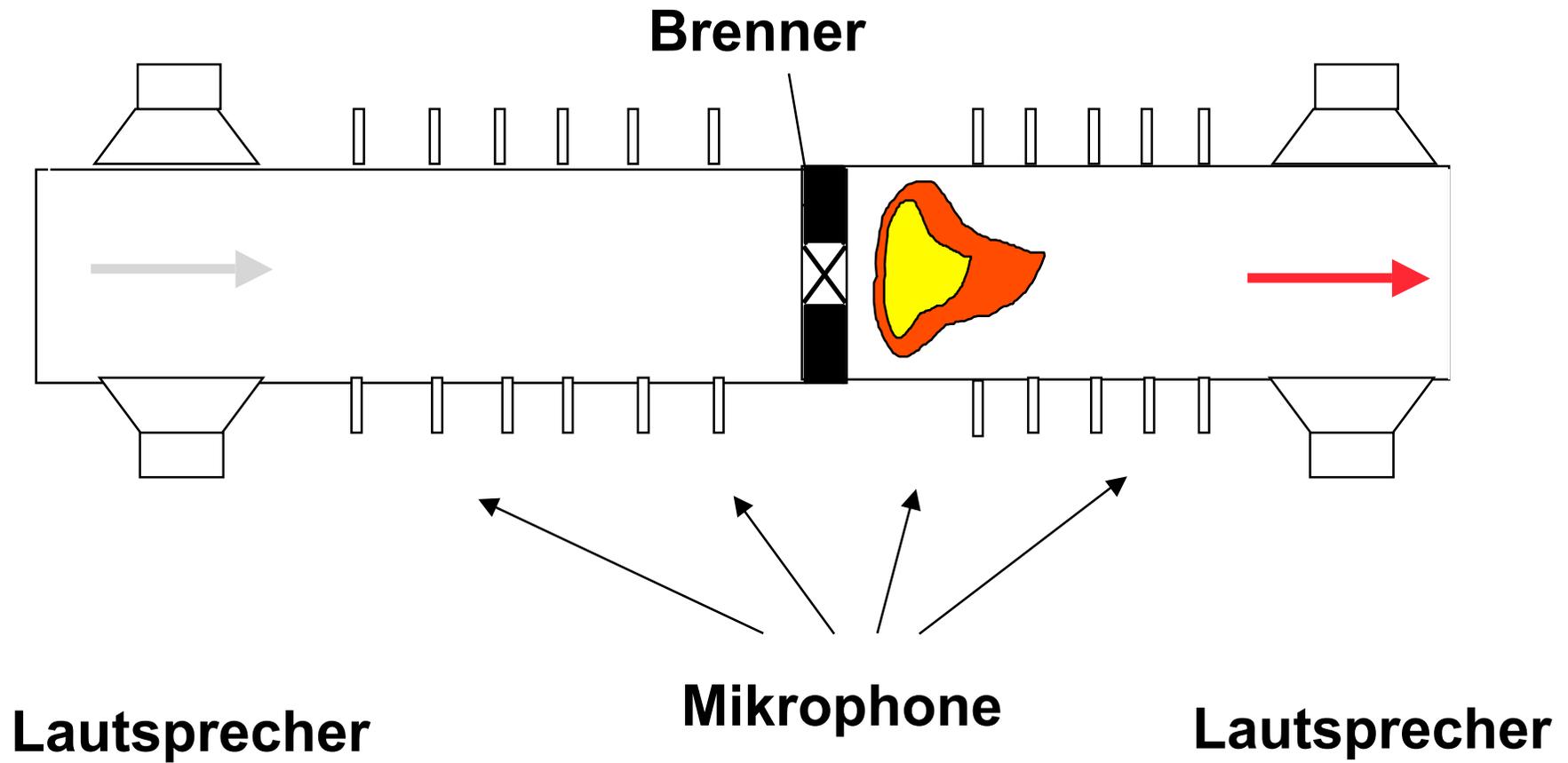
# Transfermatrix der Flamme ?

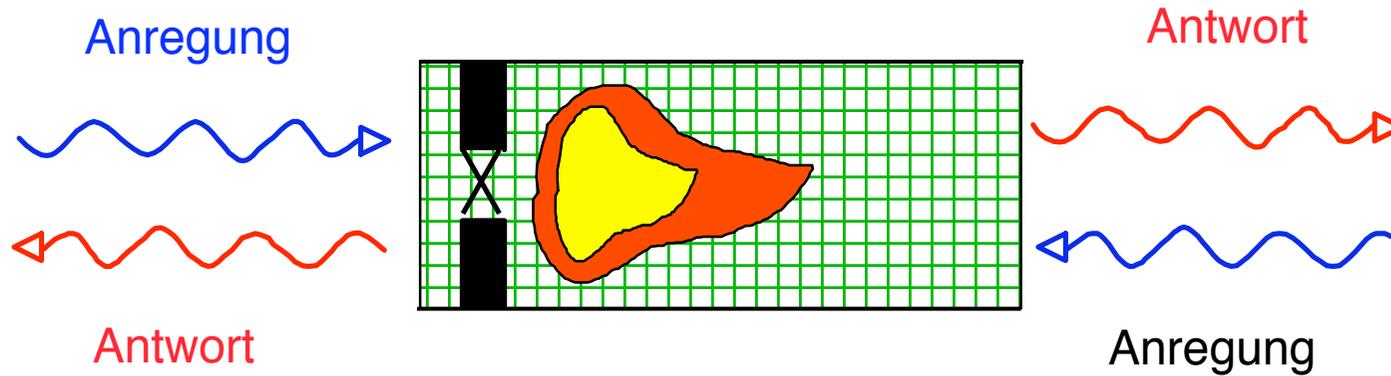


**Näherung für dünne Flamme  
mit Mischungsbruchschwankungen:**

$$\begin{pmatrix} \frac{p'_h}{\rho_h c_h} \\ u'_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi & M_c \left( \frac{T_h}{T_c} - 1 \right) (1 - e^{-i\omega\tau}) \\ 0 & 1 - \left( \frac{T_h}{T_c} - 1 \right) e^{-i\omega\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{p'_c}{\rho_c c_c} \\ u'_c \end{pmatrix}$$

# Prüfstand



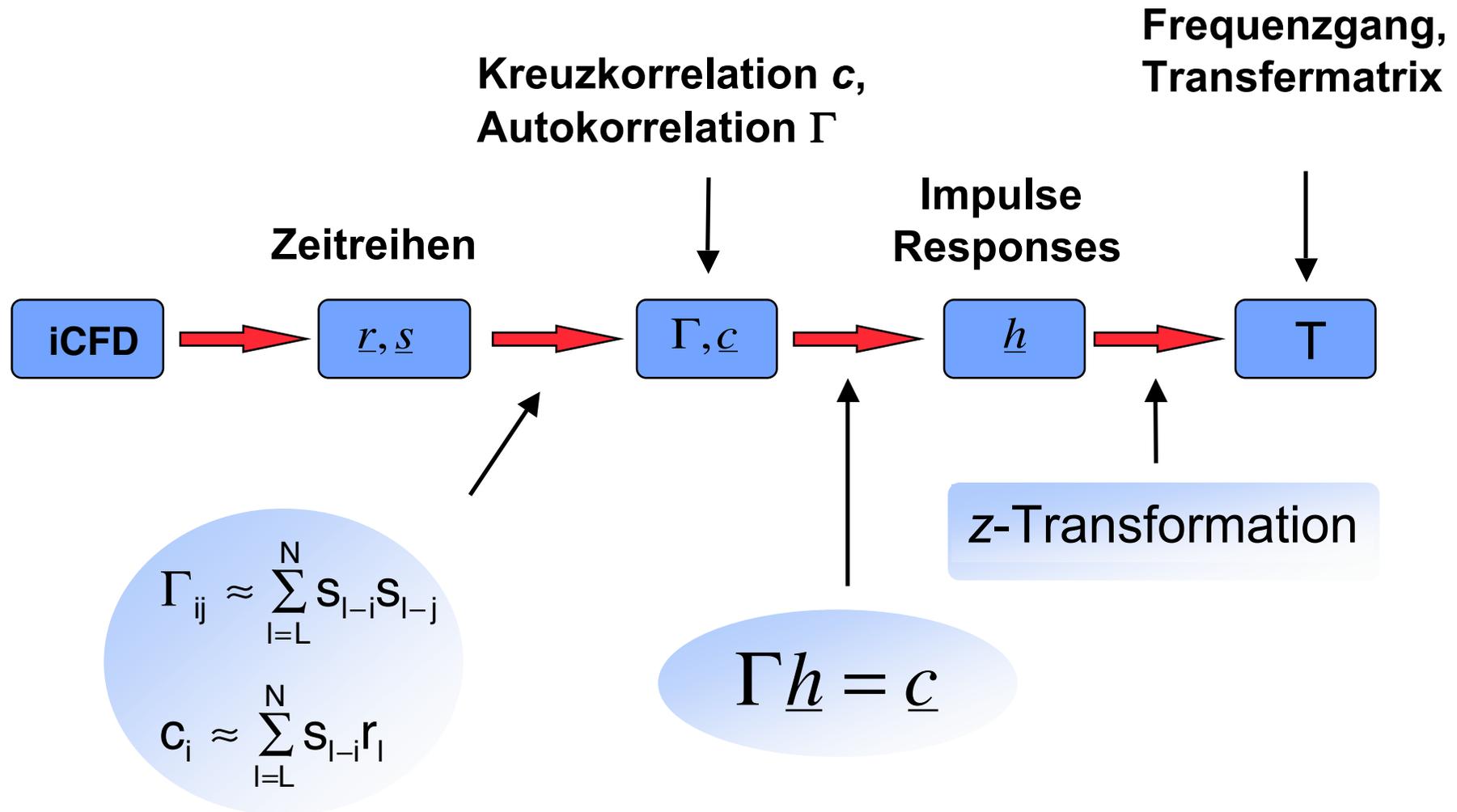


**1) Berechne mit CFD die Antwort der Flamme auf breitbandige externe Anregung.**

**2) Rekonstruiere daraus die Transfermatrix der Flamme.**

# Systemidentifikation

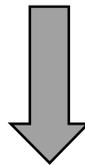
(Korrelationsanalyse, Modellreduktion)



**Netzwerk Model des Systems**

**&**

**Strömungssimulation (instationäre CFD)**



**Aktive oder passive Kontrolle von**

**Verbrennungsinstabilitäten**

# Alternativen

---



**FE – Modelle der Akustik**

**Galerkin-Methoden**

***state space approach***



**Flammendynamik  
(Transferfunktion / -matrix)  
als Input benötigt**

## ***Brute Force CFD***

**Rechenzeiten**

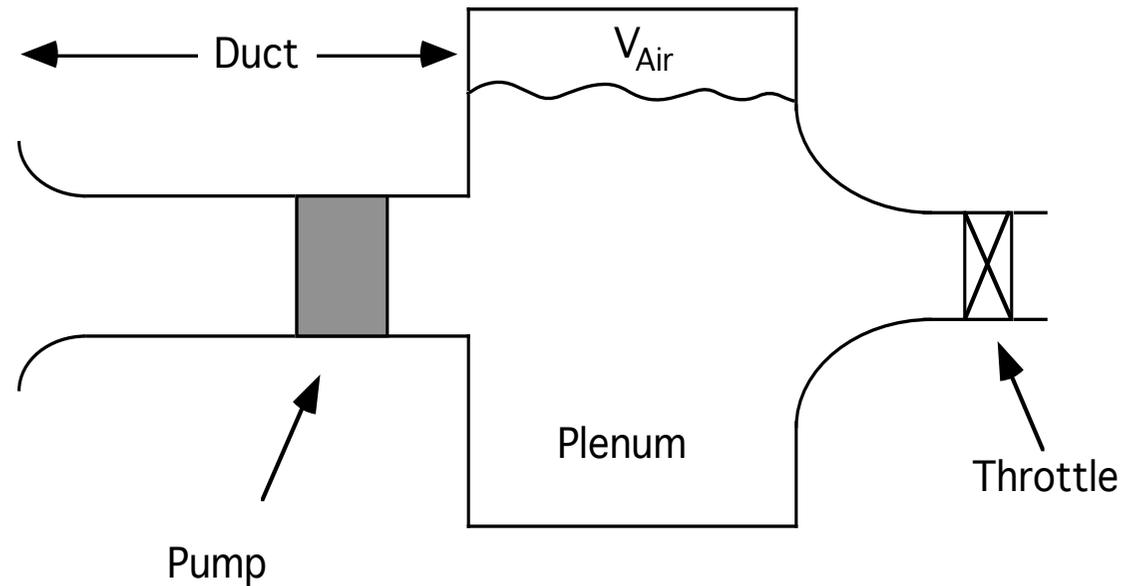
**akustische Randbedingungen**

**Bestimmung der Eigenmoden**

**Einsicht ?**

# Stabilität von verdichtenden Systemen

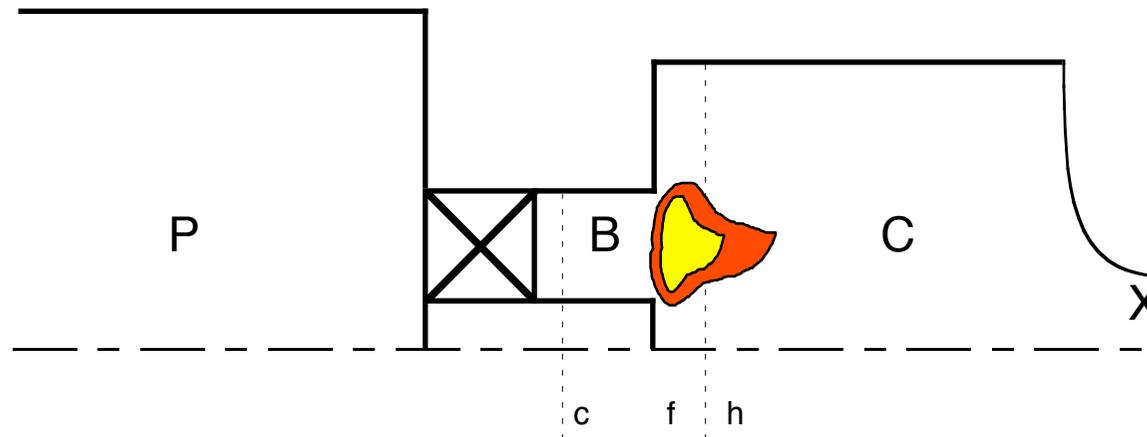
Greitzer:



Stabilitätskriterium:

$$\oint \dot{m}'_{Pump} \Delta p' dt > 0.$$

# Druckverlustinstabilität in Vormischbrenner



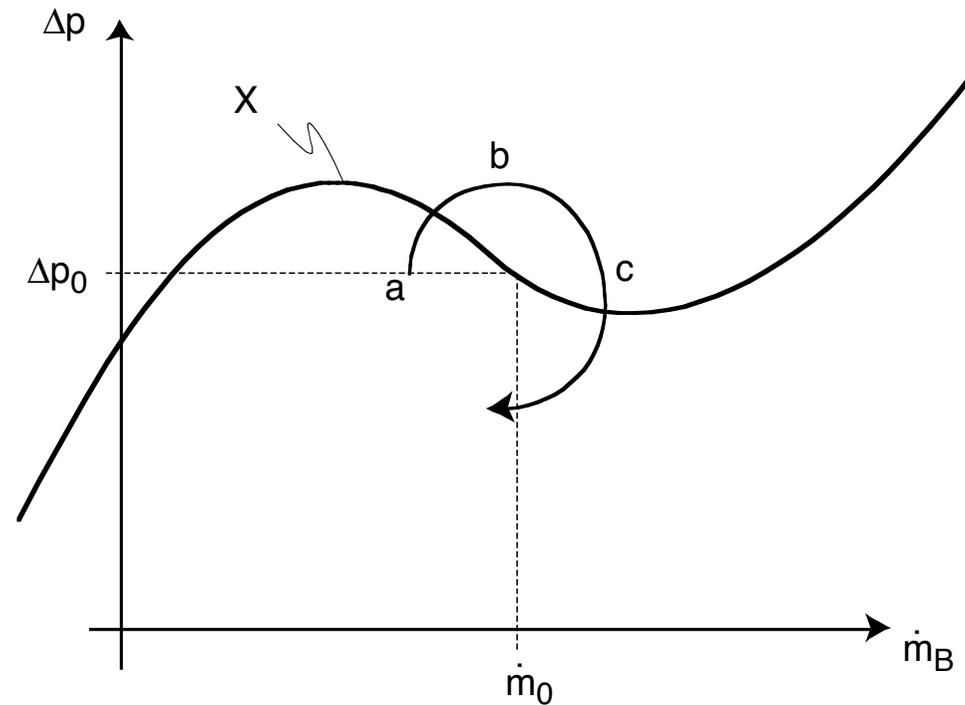
## Fluktuation der Flammenlage

-> Fluktuation Brennerdruckverlust

-> Kopplung zwischen Akustik und Flamme

Polifke et al, 2003

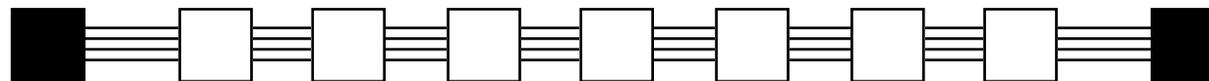
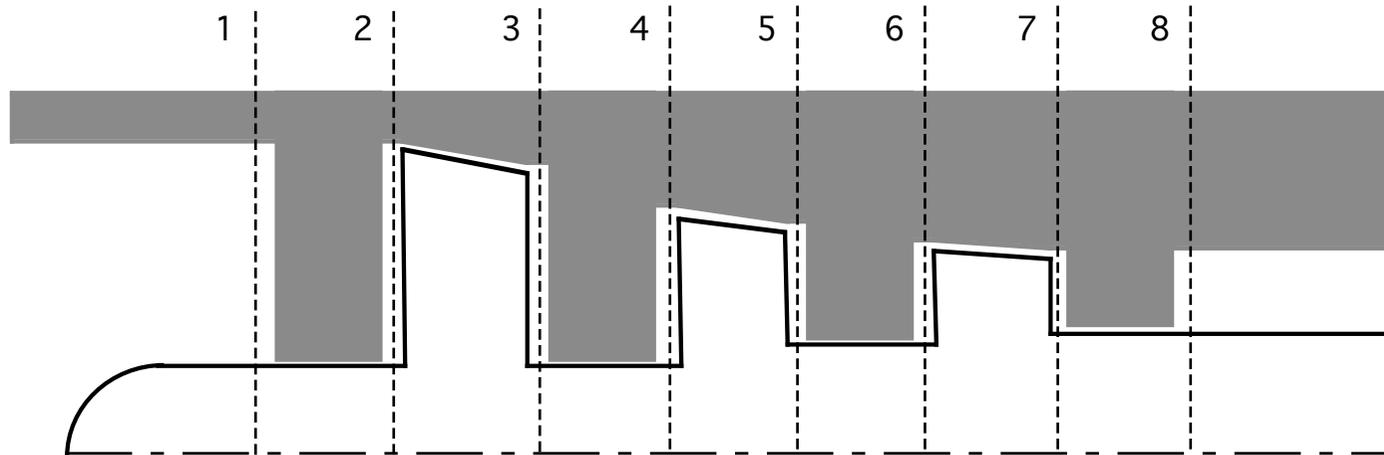
# Stabilitätskriterium:



instabil, falls:

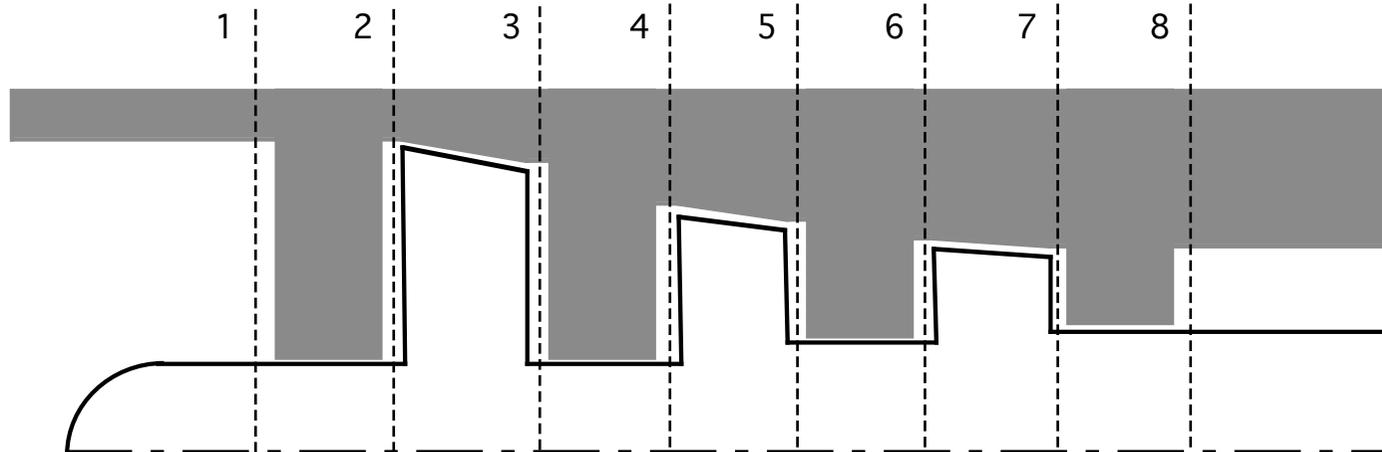
$$\oint \dot{m}'_B (p_P - p_C)' dt < 0$$

# Verdichterinstabilitäten



Feulner et al., (MIT, 1994)

# Verdichterinstabilitäten



**linearisiertes Q1D / 2D Modell der Strömung durch Stufe**

**-> Transfermatrizen für  $(p', \rho', V_x', V_\theta')$ .**

**System Modell im Frequenz und *state space***

**-> Stabilitätsgrenzen, aktive Kontrolle von *rotating stall, surge*.**

## empirischer Input:

---



pressure loss coefficient:

$$p_{t2} = p_{t1} - \frac{(p_{t1} - p_1)\omega_{\text{loss}}(\alpha_1, M_{R1})}{1 + s\tau}$$

deviation condition:

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_{2,q.s.}(\alpha_{1,inlet}, M_{R1,inlet})}{1 + s\tau}$$

# Wellenzahlen für höhere Moden



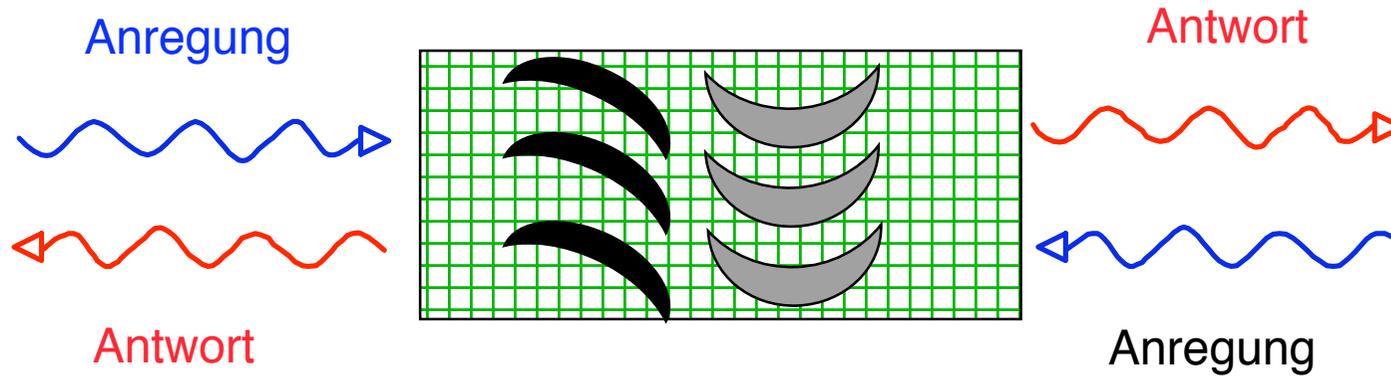
... in Ringbrennkammer:

$$k_{n\pm} = \frac{\left(\frac{s}{c}\right) M_x \pm \sqrt{\left(\frac{n}{R}\right)^2 (1 - M_x)^2 + \left(\frac{s}{c}\right)^2}}{1 - M_x^2}$$

... im Verdichter (“gap”):

$$k_{n\pm} = \frac{\left(\frac{s}{c} + \frac{in}{R} M_\theta\right) M_x \pm \sqrt{\left(\frac{n}{R}\right)^2 (1 - M_x)^2 + \left(\frac{s}{c} + \frac{in}{R} M_\theta\right)^2}}{1 - M_x^2}$$

# iCFD zur Bestimmung einer Stufenmatrix



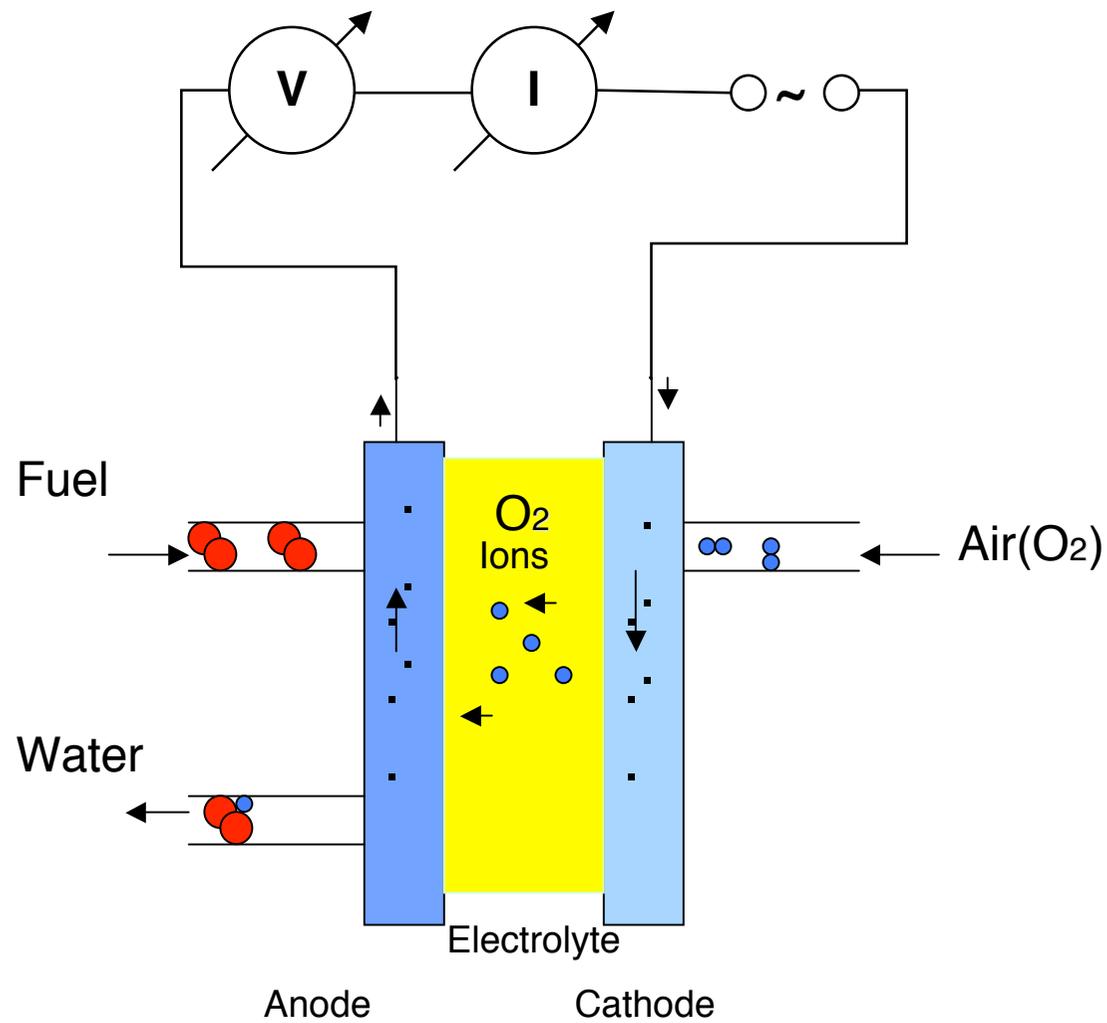
*divide et impera*

**Stabilitätsanalyse, modellbasierte aktive Kontrolle**

**CFD bringt höhere Genauigkeit als Q1D/2D analytische Modelle**

**(akustische) Randbedingungen**

# Impedanzspektroskopie von Brennstoffzellen



# Zusammenfassung

---



## Kombination von

- instationärer CFD Rechnung
- Systemidentifikation

**ist ein vielversprechender Ansatz zur Modellreduktion mit vielfältigen möglichen Anwendungen**