

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ Δ.Π.Μ.Σ.  
ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ  
ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ  
(το μοναδικό βοήθημα που μπορείτε να έχετε μαζί σας κατά την εξέταση)  
Κ.Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ**

**Μέθοδοι Προσεγγιστικής Παραγοντοποίησης SIP & MSIP**

Stencil κόμβου (i,j):

C	F	K
B	E	H
A	D	G

αντίστοιχο του

I-1,J+1	I,J+1	I+1,J+1
I-1,J	I,J	I+1,J
I-1,J-1	I,J-1	I+1,J-1

Ο αλγόριθμος SIP για 9-διαγώνιο πίνακα (με διαγώνιους οι οποίες συμβολίζονται με κεφαλαία γράμματα) δίνει τον κάτω (a,b,c,d,e) και τον άνω (μοναδιαία διαγώνιος,f,g,h,k) τριγωνικό πίνακα, σύμφωνα με τον αναδρομικό αλγόριθμο:

$$a_{i,j} = A_{i,j}$$

$$b_{i,j} = \frac{B_{i,j} - \psi f_{i-,j+1} C_{i,j} - a_{i,j} f_{i-1,j-1}}{1 - \psi f_{i-1,j} f_{i-1,j+1}}$$

$$c_{i,j} = C_{i,j} - b_{i,j} f_{i-1,j}$$

$$d_{i,j} = \frac{D_{i,j} - 2\psi a_{i,j} g_{i-1,j-1} - a_{i,j} h_{i-1,j-1} - b_{i,j} g_{i-1,j}}{1 + 2\psi g_{i,j-1}}$$

$$e_{i,j} = E_{i,j} - a_{i,j} k_{i-1,j-1} - b_{i,j} h_{i-1,j} - c_{i,j} g_{i-1,j+1} - d_{i,j} f_{i,j-1} + 2\psi(c_{i,j} f_{i-1,j+1} + d_{i,j} g_{i,j-1}) + \psi(a_{i,j} g_{i-1,j-1} + c_{i,j} k_{i-1,j+1})$$

$$f_{i,j} = (F_{i,j} - 2\psi c_{i,j} [f_{i-1,j+1} + k_{i-1,j+1}] - b_{i,j} k_{i-1,j} - c_{i,j} h_{i-1,j+1}) / e_{i,j}$$

$$g_{i,j} = (G_{i,j} - d_{i,j} h_{i,j-1}) / e_{i,j}$$

$$h_{i,j} = (H_{i,j} - \psi d_{i,j} g_{i,j-1} - d_{i,j} k_{i,j-1}) / e_{i,j}$$

$$k_{i,j} = K_{i,j} / e_{i,j}$$

### Μέθοδος GMRES με επανεκκίνηση:

Επιλύεται η  $Ax = q$  ( $r^n = b - Ax^n$ ) με βάση  $m$ . Η λύση στην επόμενη επανάληψη (δείκτης  $n$ ) είναι

$$x^{n+1} = x^n + \sum_{i=1}^m \beta_i v^i = x^n + U^m B_m$$

όπου  $B_m$  είναι το διάνυσμα στήλης των  $\beta_i$ . Ισχύουν:

$$AU^m = U^m H_m + w^m e_m^T = U^{m+1} \bar{H}_m$$

και

$$(U^m)^T AU^m = H_m$$

με συμβολισμούς τους γνωστούς από το μάθημα.

Ο υπολογισμός των στοιχείων του διανύσματος στήλης  $B$  γίνεται από την ελαχιστοποίηση της  $\|r^0 - U^{m+1} \bar{H}_m B_m\|_2$ .

Ακολουθεί ο αλγόριθμος του Arnoldi, σε δύο πιθανές παραλλαγές του:

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ (A1)	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ (A2)
$v^1 = \frac{r^0}{\ r^0\ }$ <p><b>DO j=1,m</b> <math>w^j = Av^j</math> <b>do i=1,j</b> <math>h_{ij} = (w^j, v^i)</math> <b>enddo</b> <math display="block">w^j = w^j - \sum_{i=1}^j h_{ij} v^i</math> <math display="block">h_{j+1,j} = \ w^j\ _2</math> <math display="block">v^{j+1} = \frac{w^j}{h_{j+1,j}}</math> <b>ENDDO</b></p>	$v^1 = \frac{r^0}{\ r^0\ }$ <p><b>DO j=1,m</b> <math>w^j = Av^j</math> <b>do i=1,j</b> <math>h_{ij} = (w^j, v^i)</math> <math display="block">w^j = w^j - h_{ij} v^i</math> <b>enddo</b> <math display="block">h_{j+1,j} = \ w^j\ _2</math> <math display="block">v^{j+1} = \frac{w^j}{h_{j+1,j}}</math> <b>ENDDO</b></p>