ΕΜΠ-ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, Καθηγητής ΕΜΠ – Δρ. Β. ΑΣΟΥΤΗ

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΙΤΙΟΚΡΑΤΙΚΗΣ & ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ & ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΥΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥΣ, 2014

ΑΣΚΗΣΗ 1

Σχεδιάστε-υπολογίστε το μέτωπο Pareto του προβλήματος δύο μεταβλητών σχεδιασμού (x_1,x_2) και δύο στόχων (min F_1, min F_2) με:

$$F_1(x_1,x_2)=x_1, \qquad F_2(x_1,x_2)=g(x_2)/x_1$$

Σχεδιάστε το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στο επίπεδο (F_1, F_2) και στο επίπεδο (x_1,x_2). Η g(x) μπορεί να είναι οποιαδήποτε συνάρτηση ενώ μας ενδιαφέρουν λύσεις μόνο για x_1>0 ,x_2>0.

ΑΣΚΗΣΗ 2

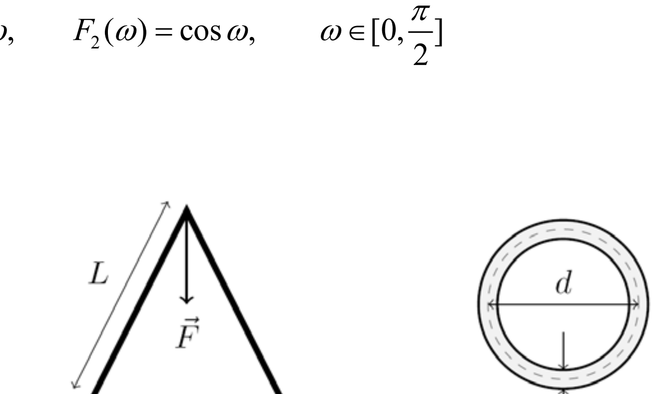
Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων (min F_1, min F_2), ένα συνηθισμένο τέχνασμα όταν πρέπει να χρησιμοποιηθεί μέθοδος μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι να ελαχιστοποιηθεί ενιαία (βαθμωτή) συνάρτηση, η $F=kF_1+(1-k)F_2$, όπου $k\in[0,1]$ είναι συντελεστής βάρους που ορίζει ο χρήστης. Ανάλογα με την τιμή του k, προκύπτει ένα σημείο στο μέτωπο Pareto. Με πολλές ελαχιστοποιήσεις, για διαφορετικές τιμές του k μπορεί να προκύψει ολόκληρο το μέτωπο Pareto που θα έδινε λ.χ. ένας εξελικτικός αλγόριθμος. Δείξτε ότι στην ειδική περίπτωση που το μέτωπο Pareto δεν είναι κυρτό, μια τέτοια αντιμετώπιση αποτυγχάνει να παράγει οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο του μετώπου και δίνει μόνο τα άκρα του.

Για την απόδειξη , χρησιμοποιήστε το πρόβλημα μιας μεταβλητής σχεδιασμού (ω):

$$\min F_1(\omega)=\sin\omega, \qquad F_2(\omega)=\cos\omega, \qquad \omega\in[0,\frac{\pi}{2}]$$

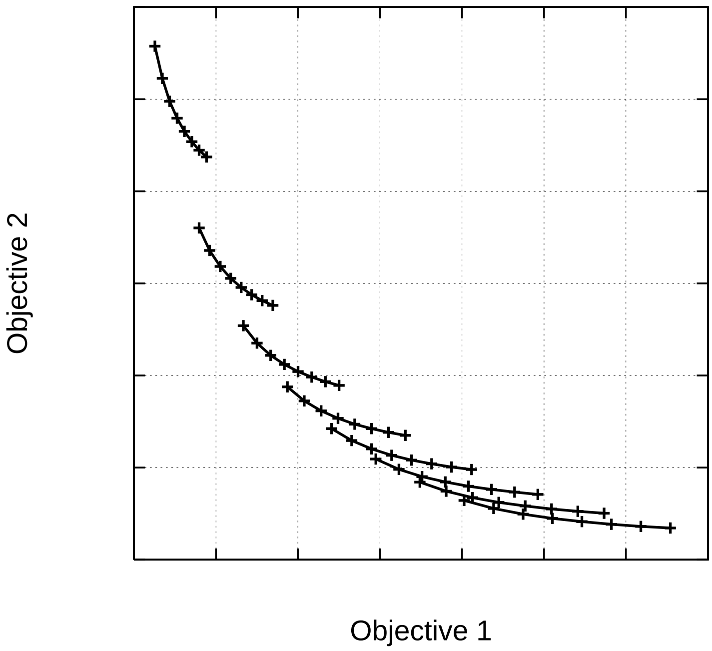
ΑΣΚΗΣΗ 3

Σχεδιάζουμε ένα στήριγμα με δύο δοκούς, σε διάταξη όπως το δίπλα σχήμα. Αποτελείται από δύο κοίλους κυλινδρικούς δοκούς μήκους L, μέσης διαμέτρου d, πάχους τοιχώματος T και με άνοιγμα στο «έδαφος» ίσο με 2B. Είναι B=550mm και T=2.5mm. Η κατακόρυφα ασκούμενη δύναμη F, από αεροδυναμικά φορτία στο σώμα που στηρίζεται πάνω του, εκτιμάται σε 150000Nt.



Επιθυμούμε το βάρος του να είναι ελάχιστο (ουσιαστικά να είναι ελάχιστος ο όγκος του, αν το υλικό του είναι δεδομένο). Αυτό διατυπώνεται ως $F_1 = 2 \cdot 10^{-6} \pi \mathrm{T} L d$, με το συντελεστή 10^{-6} να αφορά σε μετατροπή μονάδων. Επιθυμούμε επίσης να ελαχιστοποιήσουμε την ασκούμενη κάθετη τάση $F_2 = FL / \left(2\pi \mathrm{T} d \sqrt{L^2 - B^2} \right)$ στο υλικό των κοιλοδοκών. Προσέξτε οι τύποι των F_1 και F_2 χρησιμοποιούνται με τις μονάδες που δίνουμε (mm και Nt), έστω και αν δεν είναι στο ίδιο σύστημα μονάδων. Αναλαμβάνετε το σχεδιασμό/βελτιστοποίηση, για υπολογισμό μετώπου Pareto μέσω Εξελικτικών Αλγορίθμων, με αγνώστους τα L και d, όπου: $20mm \le d \le 80mm$ και $800mm \le L \le 1200mm$.

Δίνεται το δίπλα σχήμα, με 8 ισογραμμές σταθερού d ή σταθερού L (ποιο από τα δύο θα το βρείτε εσείς!), την κάθε μία με 8 σημεία. Για να γίνει αυτό χρειάστηκε ένας διπλός βρόχος χωρίζοντας τα επιτρεπόμενα διαστήματα των d και L (βλ. παραπάνω) με 8 ισαπέχοντα σημεία το καθένα. Σκόπιμα δεν σας δίνουμε τις τιμές στους άξονες των στόχων. Στον οριζόντιο άξονα η απόσταση δύο κατακόρυφων γραμμών του σχήματος είναι 0.2 μονάδες του F_1. Στον κατακόρυφο άξονα η απόσταση δύο οριζόντιων γραμμών είναι 100 μονάδες του F_2. Το πρώτο που πρέπει να κάνετε είναι να βάλετε με προσοχή σωστές τιμές στους δύο άξονες.



(α) Υποθέστε ότι χρησιμοποιείτε δυαδική κωδικοποίηση με ένα πολύ μεγάλο («άπειρο») αριθμό bits, για το d και για το L. Με τη βοήθεια του σχήματος που εμείς σας δίνουμε, πείτε μας ποιες λύσεις συνθέτουν το μέτωπο Pareto. Περιμένουμε απαντήσεις λ.χ. της μορφής «κατασκευές με το μικρότερο L και οποιοδήποτε d» κλπ. Αποδείξτε μαθηματικά ότι αυτές είναι μη κυριαρχούμενες λύσεις. Προφανώς, δεν θεωρείται απάντηση το «γιατί έτσι δείχνει το σχήμα»!

(β) Αν χρησιμοποιούσατε δυαδική κωδικοποίηση με 4 bits, για το d και για το L, πόσα σημεία θα έχει το Pareto; Προσέξτε: δεν περιμένουμε αναγκαστικά έναν αριθμό για απάντηση. Μπορείτε να απαντήσετε περιγραφικά, «έξυπνα» αλλά κυρίως «όχι διφορούμενα». Θέλουμε, όμως, τουλάχιστον να προσδιορίσετε τον μέγιστο αριθμό σημείων στο μέτωπο Pareto.

__ΑΣΚΗΣΗ 4__

Η εμβέλεια πτήσης (R=Range, μονάδες μήκους) ενός αεροσκάφους του οποίου ο κινητήρας έχει σταθερή και δεδομένη ειδική κατανάλωση καυσίμου και το οποίο πετά πάντα με σταθερή ταχύτητα V, δίνεται από την απλοποιημένη (εδώ) εξίσωση Brequet:

$$R = kV \ln\left[\frac{W_{empty} + W_{load} + W_{fuel}}{W_{empty} + W_{load}}\right]$$

όπου k=σταθερά, W_{empty} είναι το βάρος του άδειου αεροσκάφους (χωρίς καύσιμα και χωρίς ωφέλιμο φορτίο) (συμπεριλαμβάνει μόνο πλήρωμα και είναι γνωστής τιμής), W_{load} είναι το βάρος του ωφέλιμου φορτίου που μεταφέρει και W_{fuel} είναι το βάρος του καυσίμου κατά την απογείωση. Θεωρήστε ότι, για την πτήση, καταναλώνει όλο το καύσιμο. Θεωρήστε ακόμη το W_{empty} είναι μερικές φορές μεγαλύτερο των άλλων δύο βαρών. Είναι $W_{load,\min} \le W_{load} \le W_{load,\max}$ και $W_{fuel,\min} \le W_{fuel} \le W_{fuel,\max}$.

Εκτιμήστε τα βέλτιστα ζεύγη τιμών των δύο άγνωστων παραμέτρων W_{load} και W_{fuel} που δίνουν το μέτωπο Pareto σε μια βελτιστοποίηση που επιδιώκει (α) μέγιστη εμβέλεια πτήσης (ελάχιστο 1/R, αν προτιμάτε…) και (β) ελάχιστο λόγο W_{fuel}/ W_{load}.

<u>Προσέξτε:</u> Αναμένουμε απαντήσεις του «στυλ»: (α) το μέτωπο Pareto αντιστοιχεί σε $W_{load} = W_{load,\min}$ *ή σε* $W_{fuel} = W_{fuel,\min}$ *κλπ. ή (β) δεν υπάρχει μέτωπο Pareto γιατί λ.χ. το σημείο* $(W_{load,\min}, W_{fuel,\max})$*, ή κάποιο άλλο, κυριαρχεί, στο χώρο των στόχων, κάθε άλλης υποψήφιας λύσης.*

<u>ΑΣΚΗΣΗ 5</u>

Η εμβέλεια πτήσης (R=Range, μονάδες μήκους) ενός αεροσκάφους του οποίου ο κινητήρας έχει σταθερή και δεδομένη ειδική κατανάλωση καυσίμου δίνεται από την απλοποιημένη (εδώ) εξίσωση Brequet:

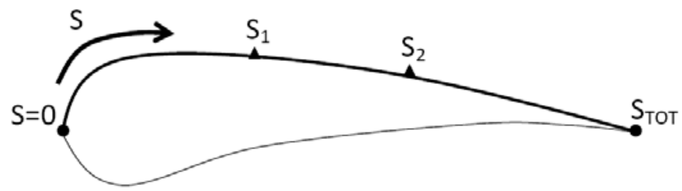
$$R = kV \ln\left(\frac{W_{AC} + W_{FUEL}}{W_{AC}}\right)$$

όπου k=σταθερά, V είναι η ταχύτητα πτήσης του αεροσκάφους, W_{AC} είναι το βάρος του αεροσκάφους χωρίς καύσιμα (συμπεριλαμβάνει επιβάτες, αποσκευές, κλπ) και W_{FUEL} είναι το βάρος του καυσίμου κατά την απογείωση. Θεωρήστε ότι, για την πτήση, καταναλώνει όλο το καύσιμο. Θεωρήστε ακόμη ότι το W_{AC} είναι δεδομένο. Σύμφωνα με τα παραπάνω, σε ένα απλό πρόβλημα προκαταρκτικού σχεδιασμού αεροσκάφους, ο σχεδιαστής αναζητά το βέλτιστο (ή τα βέλτιστα) σετ τιμών των δύο παραμέτρων σχεδιασμού V και W_{FUEL} ώστε να εξασφαλίσει (α) μέγιστη εμβέλεια πτήσης και (β) μέγιστη οικονομία καυσίμου όταν αυτό αναχθεί στη μονάδα μήκους που διανύει. Αν το πρόβλημα το λύσετε με εξελικτικούς αλγορίθμους (δύο μεταβλητές σχεδιασμού και δύο στόχοι) θα πάρετε ένα μέτωπο Pareto. Σχεδιάστε το σε ένα σκαρίφημα και σχολιάστε (ή σημειώστε πάνω του με ευκρίνεια) τι σχέση έχουν τα σημεία του μετώπου με τις μικρές ή μεγάλες τιμές των δύο μεταβλητών σχεδιασμού.

<u>ΑΣΚΗΣΗ 6</u>

Οι γεννήτριες στροβιλισμού (vortex generators, VGs, βλ. δίπλα εφαρμογή σε αυτοκίνητο) τοποθετούνται πάνω σε αεροδυναμικά σώματα και βελτιώνουν την αεροδυναμική συμπεριφορά τους, ελέγχοντας την εξέλιξη του οριακού στρώματος, περιορίζοντας ή αποτρέποντας την αποκόλληση της ροής.

Ενδιαφερόμαστε να τοποθετήσουμε VGs πάνω σε πτέρυγα αεροσκάφους. Για να απλοποιηθεί το πρόβλημα, ας περιοριστούμε σε ένα 2Δ σχήμα, δηλαδή μια αεροτομή. Μας ενδιαφέρει μόνο η πλευρά υποπίεσης, στην οποία το μήκος μετράται με s (μήκος τόξου σε cm), με s=0 στην ακμή προσβολής και s_{TOT}=67cm στην ακμή εκφυγής. Προμελέτες έδειξαν ότι στην πτέρυγα πρέπει να



τοποθετηθούν δύο σειρές VGs. Αυτό, στην αεροτομή, μεταφράζεται σε ένα πρώτο VG στη θέση s_1 και ένα δεύτερο στη θέση s_2. Ισχύει s_2>s_1 και, μάλιστα, πρέπει $s_2 \geq s_1 + 18cm$.

Η επιλογή των τιμών των s_1 και s_2 θα γίνει τρέχοντας έναν εξελικτικό αλγόριθμο (ΕΑ) με δύο μεταβλητές σχεδιασμού, τις b_1 και b_2. Αυτές αντιστοιχούν στα s_1 και s_2 αλλά χρησιμοποιούνται άλλα σύμβολα ώστε να γίνει ξεκάθαρο ότι δεν λύνουμε υποχρεωτικά με αγνώστους τα (διαστατά) s_1 και s_2. Ο ΕΑ χρησιμοποιεί δυαδική κωδικοποίηση, με 3 bits ανά μεταβλητή. Για κάποιους λόγους θέλουμε πάντα η b_1 να καθορίζει τη θέση του πρώτου VG και όχι να μπορεί το λογισμικό αξιολόγησης (με «if») να καταλαβαίνει ποιο είναι το πρώτο και ποιο το δεύτερο VG. VGs επιτρέπεται να τοποθετηθούν ακριβώς στο s=0 ή στο s=67cm. Προτείνονται δύο τεχνικές αντιμετώπισης:

<u>Τεχνική Α:</u> Η b_1 να έχει όρια [0 , 49cm] ενώ η b_2 να έχει όρια [18 , 67cm], ώστε b_1=s_1 και b_2=s_2.

<u>Τεχνική Β:</u> Η b_1=s_1 να έχει όρια [0 , 49cm] (όπως και πριν) αλλά η b_2 να έχει όρια [0 , 1], να είναι δηλαδή ένας αδιάστατος πραγματικός αριθμός που να εκφράζει τη θέση s_2 ως $s_2=s_1+b_2(s_{TOT}-s_1)$. Εδώ, το s_2 δεν μπορεί να καθοριστεί αν προηγουμένως δεν καθοριστεί το s_1.

Ο ΕΑ έχει πληθυσμό απογόνων λ και κατά, τα γνωστά, ξεκινά διαλέγοντας λ τυχαία άτομα. Λύνεται ένα πρόβλημα ενός στόχου (ελάχιστη οπισθέλκουσα).

(α) Υπολογίστε τις πιθανότητες (δώστε αριθμούς!) κάθε τεχνικής (Α και Β) ο αρχικός πληθυσμός να περιέχει άτομα που δεν ικανοποιούν τον περιορισμό $s_2 \geq s_1 + 18cm$. Έξυπνοι πίνακες βοηθούν!

(β) Για κάποιους λόγους, αν κάποιο (ή το πρώτο ή το δεύτερο VG, αδιάφορο!) βρεθεί στο διάστημα [25.1cm , 27.9cm], τότε αυτή η διάταξη είναι πολύ καλύτερη αεροδυναμικά και υπερτερεί δραματικά κάθε άλλης. Ας λέμε «super» κάθε τέτοια λύση. Ποια από τις δύο τεχνικές είναι ικανή να δώσει περισσότερες «super» λύσεις; Αγνοείστε αν θα κοστίζει περισσότερο ή λιγότερο λόγω των περιορισμών και εστιάστε μόνο στο αν θα βρεθεί «super» λύση. Δώστε ποσοτική απάντηση.

(γ) Άσχετα αν η τεχνική Β υπερτερεί ή όχι της Α, προτείνετε μια βελτιωμένη παραλλαγή της σχέσης $s_2=s_1+b_2(s_{TOT}-s_1)$ ικανή, εξ ορισμού, να άρει την ανάγκη επιβολής περιορισμών.