

**Θέματα (& Λύσεις) Εξετάσεων Σεπτεμβρίου 2010:**

**ΘΕΜΑ 1 (0.1+2.0+0.9=3 μονάδες)**

(α) Δείξτε ότι, για κάθε τέλει αέριο,  $h = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P}{\rho}$  (είναι απλό, βαθμολογείται ελάχιστα).

(β) Κατά τη μονοδιάστατη ανάλυση στροβιλομηχανής, έστω ότι μεταξύ δύο θέσεων Α και Β ισχύει ότι

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} + \frac{\rho_B}{\rho_A} \cdot \frac{\gamma-1}{2\gamma} V_A^2 \left( 1 - \frac{V_B^2}{V_A^2} \right)$$

Το ρευστό είναι συμπεστικό. Ποια η φυσική σημασία της ισότητας αυτής και γιατί;

(β) Σε βαθμίδα συμπεστή, συμβολίζουμε με 0 την είσοδο στον αγωγό εισόδου, 1 την είσοδο στην κινητή περύγωση, 2 την είσοδο στη σταθερή περύγωση και 3 την έξοδό της. Η σχέση του ερ. (β) μεταξύ ποιόν σημείων ισχύει; Δηλαδή ισχύει στο 0-1 (δηλ. αν Α=0 και Β=1), ισχύει στο 1-2 και ισχύει στο 2-3; Εξηγήστε κάθε «ναι» και κάθε «όχι» στις απαντήσεις σας!

**ΘΕΜΑ 2 (2.0+0.5+0.5=3 μονάδες)**

(α) Μελετάται επαναληπτική βαθμίδα αξονικού στροβίλου, σταθερής αξονικής ταχύτητας και σταθερής γραμμικής ταχύτητας περιστροφής στις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις της 1-2-3. Η ροή εισέρχεται στη βαθμίδα αξονικά. Εκφράστε το βαθμό αντίδρασης της βαθμίδας συναρτήσει της γωνίας  $\alpha_2$ , του απόλυτου αριθμού Mach  $M_2$  της ροής και του αριθμού Mach  $M_{u2}$  της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής, όλων στη θέση 2.

(β) Πόσο λογικό σας φαίνεται μια τέτοια βαθμίδα να έχει βαθμό αντίδρασης 100%; Εξηγήστε.

(γ) Αφού η γραμμική ταχύτητα περιστροφής σε κάθε θέση είναι σταθερή, γιατί λέμε  $M_{u2}$  και όχι «σκέτο»  $M_u$ ; Με άλλα λόγια, υπάρχουν διαφορετικά  $M_{u2}$  και  $M_{u3}$ ;

**ΘΕΜΑ 3 (1.6+1.6+0.8=4 μονάδες)**

Είστε ο μηχανικός της βιομηχανίας που αναθέτει στο εργαστήριό μας την εκτέλεση μετρήσεων σε ένα μονοβάθμιο αξονικό συμπεστή της. Εμείς, στο εργαστήριο, εκτελούμε μετρήσεις σε συνθήκες αναφοράς και σας ενημερώνουμε ότι επιτυγχάνουμε μέγιστη απόδοση για παροχή μάζας 2.2 Kg/s και 7200 RPM.

(α) Μετά τις δοκιμές, ο συμπεστής επιστρέφει στη βιομηχανία και τον χρησιμοποιείτε για να συμπίεσετε τέλει αέριο με  $R=480 \text{ J/kg/K}$ ,  $C_p=2050 \text{ J/kg/K}$ , από τις συνθήκες 1 bar, 285K, και λόγο πίεσης 2.2. Για τους δικούς σας τεχνικούς λόγους, τον λειτουργείτε αναγκαστικά στις 11500 RPM. Προφανώς αξιοποιείτε ότι «μάθατε» από τη δοκιμή και μεγιστοποιείτε την απόδοση της λειτουργίας του. Αν τα πράγματα είναι έτσι, τι παροχή μάζας του αερίου θα διακινεί;

(β) Αν εμείς στο εργαστήριο ξέραμε τα στοιχεία του ερωτήματος (α) και θέλαμε να κάνουμε μια επιπλέον δοκιμή στο αντίστοιχο (της λειτουργίας του ερωτήματος (α)) σημείο λειτουργίας σε συνθήκες αναφοράς, σε τι στροφές έπρεπε να κάνουμε τη δοκιμή και τι παροχή μάζας και λόγο πίεσης θα παίρναμε;

(γ) Βρείτε το λόγο  $\Psi/\Delta h_t$  στα δύο σημεία λειτουργίας αυτό του ερωτήματος (α) (λειτουργία στη βιομηχανία) και αυτό του ερωτήματος (β) (λειτουργία στο εργαστήριο).

**Λύση Θέματος 1:**

$$(\alpha) h = C_p T = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \frac{p}{R\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho}$$

(β) Είναι

$$\begin{aligned} \frac{p_B}{p_A} &= \frac{\rho_B}{\rho_A} + \frac{\rho_B}{\rho_A} \cdot \frac{\gamma-1}{2\gamma} V_A^2 \left(1 - \frac{V_B^2}{V_A^2}\right) \Rightarrow \frac{p_B}{p_A} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 + \frac{\rho_A}{\rho_A} \cdot \frac{\gamma-1}{2\gamma} \cdot (V_1^2 - V_2^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{p_B}{\rho_B}\right) \cdot \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{\rho_A}{p_A}\right) = 1 + \frac{\rho_A}{p_A} \cdot \frac{R}{2C_v} \cdot (V_A^2 - V_B^2) \Rightarrow \frac{h_B}{h_A} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C_v T_1} (V_A^2 - V_B^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_B = h_A + \frac{1}{2} (V_A^2 - V_B^2) \Rightarrow h_{t,B} = h_{t,A} \end{aligned}$$

Εκφράζει, δηλαδή, την άεργη και αδιαβατική ροή.

(γ) Ισχύει στα 0-1 και 2-3, αλλά όχι στην κινητή περύγωση (1-2) όπου υπάρχει συναλλαγή έργου.

**Λύση Θέματος 2:**

(α) Για βαθμίδα στροβίλου, με τις δοσμένες προϋποθέσεις, είναι  $r = 1 - \frac{V_{u2} + V_{u3}}{2U}$ . Η είσοδος της επαναληπτικής βαθμίδας είναι αξονική, άρα  $V_{u3} = 0$ . Έτσι:

$$r = 1 - \frac{V_{u2}}{2U} = 1 - \frac{V_2 \sin \alpha_2}{2U} = 1 - \frac{M_2 \sin \alpha_2}{2M_{u2}}$$

αφού  $M_2 = V_2 / \sqrt{\gamma R T_2}$  και  $M_{u2} = U / \sqrt{\gamma R T_2}$ .

(β) Για να είναι  $r = 1$ , μιας και είναι αδύνατο να είναι  $M_2 = 0$ , θα έπρεπε  $\alpha_2 = 0$ . Και αυτό όμως δεν μπορεί να γίνει γιατί τότε θα είχαμε μια βαθμίδα συμπίεστη με  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ , δηλαδή μηδενική στροφή της ροής.

(γ) Είναι  $M_{u2} = U / \sqrt{\gamma R T_2}$ ,  $M_{u3} = U / \sqrt{\gamma R T_3}$ , άρα  $M_{u2} \neq M_{u3}$  αφού  $T_2 \neq T_3$ .

**Λύση Θέματος 3:**

(α) Στη βιομηχανία, το εκεί χρησιμοποιούμενο τέλει αέριο έχει  $\gamma = \frac{C_p}{C_p - R} = \frac{2050}{2050 - 480} = 1,306$  και

επιπλέον είναι  $\sqrt{\theta}\Big|_{IND} = \frac{\sqrt{\gamma RT_{t1}}}{340} = \frac{\sqrt{1,306 \cdot 480 \cdot 285}}{340} = 1,2432$  και  $\delta\Big|_{IND} = \frac{P_{t1}}{1,0332 \cdot 10^5} = \frac{10^5}{1,0332 \cdot 10^5} \approx 1$ .

Σε όλες τις σχέσεις οι μονάδες, κατά την αριθμητική αντικατάσταση είναι SI ενώ αναγράφονται μονάδες μόνο στο τελικό αποτέλεσμα. Μεταξύ λειτουργίας στο εργαστήριο (LAB, συνθήκες αναφοράς) και λειτουργίας στη βιομηχανία (IND), ισχύει:

$$\frac{\dot{m}\sqrt{\theta}}{\delta} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\sqrt{\theta}}{N}\Big|_{IND} = \dot{m} \cdot \frac{1}{1,4} \cdot \frac{1}{N}\Big|_{LAB} \Rightarrow \frac{\dot{m} \cdot 1,2432}{1} \cdot \frac{1}{1,306} \cdot \frac{1,2432}{11500} = 2,2 \cdot \frac{1}{1,4} \cdot \frac{1}{7200} \Rightarrow \dot{m} = 2,12 \frac{kg}{s}$$

που είναι η παροχή μάζας του αερίου που διακινείται στη βιομηχανία.

(β) Η «νέα» δοκιμή, σε συνθήκες αναφοράς (REF), θα γίνονταν σε στροφές

$$N_{REF} = \frac{N}{\sqrt{\theta}}\Big|_{IND} = \frac{11500}{1,2432} = 9250rpm. \text{ Θα είχαμε λόγο πίεσης}$$

$$\pi_{C,REF} = \left(1 + \frac{0,4}{\gamma - 1} \left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right)^{3,5} = \left(1 + \frac{0,4}{1,306 - 1} \left(2,2^{\frac{1,306-1}{1,306}} - 1\right)\right)^{3,5} = 2,278$$

και παροχή μάζας

$$\dot{m}_{REF} = \frac{\dot{m}\sqrt{\theta}}{\delta} \cdot \frac{1,4}{\gamma} = \frac{2,12 \cdot 1,2432}{1} \cdot \frac{1,4}{1,306} = 2,825 \frac{kg}{s}$$

$$(\gamma) \frac{\frac{\Psi}{\Delta h_t}\Big|_{IND}}{\frac{\Psi}{\Delta h_t}\Big|_{REF}} = \frac{U_{REF}^2}{U_{IND}^2} = \frac{N_{REF}^2}{N_{IND}^2} = \frac{9250^2}{11500^2} = 0,6469, \text{ λαμβάνοντας υπόψη ότι αναφερόμαστε στην ίδια}$$

μηχανή, με ίδια ακτίνα 1Δ υπολογισμού, άρα  $U \propto N$ .

**ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:** Τα οκτασέλιδα τυπολόγια που επιτρέπεται να έχετε μαζί σας στις εξετάσεις πρέπει να είναι άγραφα. Περιέχουν ότι ακριβώς χρειάζεστε για να λύσετε τα θέματα των εξετάσεων. Δεν υπάρχει λόγος να ρισκάρете ...