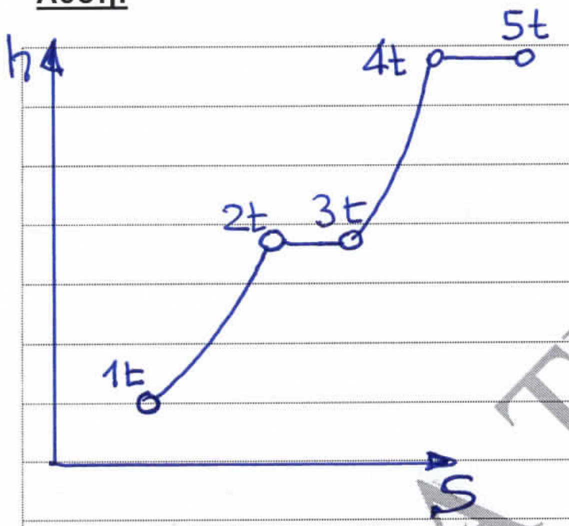
6ο ΕΞ. ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΜΠ
ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ – Διδάσκων: Κ. Γιαννάκογλου - Ιούνιος 2023
ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

Άσκηση 1: Διβάθμιος αξονικός συμπιεστής λειτουργεί με αέρα (τέλειο αέριο) στα 1 bar και 290 K, δίνοντας λόγο πίεσης 1.74, με ίδιο πολυτροπικό βαθμό απόδοσης (ίσο με $\eta_{p\beta}$=0.89) σε κάθε βαθμίδα. Οι θέσεις 1-2-3 είναι στην πρώτη βαθμίδα, οι θέσεις 3-4-5 στη δεύτερη. Ζητείται να υπολογίσετε τα ολικά μεγέθη του επόμενου πίνακα και τον πολυτροπικό βαθμό απόδοσης των δύο κινητών πτερυγώσεων, όταν γνωρίζετε ότι:

- Η αύξηση εντροπίας στη σταθερή πτερύγωση της δεύτερης βαθμίδας είναι ίση με 38% της αύξησης εντροπίας σε όλη τη δεύτερη βαθμίδα.
- Οι δύο σταθερές πτερυγώσεις προκαλούν ίδια αύξηση εντροπίας.
- Οι δύο κινητές πτερυγώσεις έχουν ίδιο πολυτροπικό βαθμό απόδοσης.

T_{t1}= 290 K	T_{t2}= 316,96K	T_{t3}= 316.96K	T_{t4}= 346,43K	T_{t5}= 346,43K
p_{t1}= 1 bar	p_{t2}= 1.3364 bar	p_{t3}= 1.3191 bar	p_{t4}= 1.7628 bar	p_{t5}= 1.74 bar
$\eta_{p,rotor}$= 0.9318				

Λύση:



Οι μεταβολές φαίνονται στο δίπλα σκίτσο που είναι πρόχειρο και δεν σέβεται ποσοτικά τα παραπάνω bullets

Είναι $P_{t5}=1.74$ bar, ας ονομάσουμε

$$a=\frac{\Delta S_{45}}{\Delta S_{35}}=0,38$$

Ενώ είναι και: $\Delta S_{23}=\Delta S_{45}$

Για τον διβάθμιο συμπιεστή:

$$\frac{n}{n-1}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{P,C}=\frac{1.4}{0.4}\cdot 0,89=3.115=\varepsilon_C$$

ενώ η ίδια ποσότητα ε_C διέπει και κάθε βαθμίδα του.

Άρα: $T_{t5}=T_{t1}\left(\frac{P_{t5}}{P_{t1}}\right)^{\varepsilon_C}=290\cdot 1.74^{3.115}=346,43K\ (=T_{t4})$

Για τις κινητές πτερυγώσεις (η_{PR}= ίδιο) ισχύει αντίστοιχα

$$\varepsilon_R=\frac{n}{n-1}\Big|_R=\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{P,R}=3.5\,\eta_{P,R}$$

Στη δεύτερη βαθμίδα $\Delta S_{34}=(1-a)\Delta S_{35}$ ή

$$c_p \ln\left(\frac{T_{t4}}{T_{t3}}\right)-R\ln\left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}}\right)=(1-a)c_p\ln\left(\frac{T_{t4}}{T_{t3}}\right)-(1-a)R\ln\left(\frac{P_{t5}}{P_{t3}}\right)$$

όπου $T_{t4}=T_{t5}$. Όμως $\frac{P_{t4}}{P_{t3}}=\left(\frac{T_{t4}}{T_{t3}}\right)^{\varepsilon_R}$, $\frac{P_{t5}}{P_{t3}}=\left(\frac{T_{t4}}{T_{t3}}\right)^{\varepsilon_C}$

οπότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην:

$$c_p - R\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{P,R} = (1-a)c_p-(1-a)R\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{P,\beta}$$

ή, τελικά, στην $\boxed{\eta_{P,R}=a+(1-a)\eta_{P,\beta}}$ (1)

Άρα: $\eta_{P,R}=0,38+0,62\cdot 0,89=0.9318$

(και για τις δυο κινητές πτερυγώσεις)

- Καταλήγουμε, λοιπόν, στο ότι αν $\eta_{P,R}=0.9318$ και $\eta_{P,\beta\alpha\theta 2}=0.89$, όταν $(T_{t5},P_{t5})=(346.43K, 1.74\,bar)$ ισχύει πάντα ότι $\frac{\Delta S_{45}}{\Delta S_{35}}=a=0.38$

άσχετα της τιμής του T_{t3}. Απομένει να βρούμε το T_{t3} που εξασφαλίζει στην πρώτη βαθμίδα ότι:

$$\eta_{P,R}=0.9318 \quad \text{και} \quad \Delta S_{23}=\Delta S_{45}.$$

Αν, λοιπόν, για την πρώτη βαθμίδα, είναι

$$\epsilon_R=\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{P,R}=\frac{1.4}{0.4}\cdot 0.9318=3.2613$$

η σχέση $\Delta S_{23}=\Delta S_{45}$ αναλύεται ως

$$c_p\ln\cancel{\left(\frac{T_{t3}}{T_{t2}}\right)}-R\ln\left(\frac{P_{t3}}{P_{t2}}\right)=\underbrace{0.38}_{a}c_p\ln\left(\frac{T_{t5}}{T_{t3}}\right)-\underbrace{0.38}_{a}R\ln\left(\frac{P_{t5}}{P_{t3}}\right)$$

$$\Rightarrow -R\ln\left\{\frac{\cancel{P_{t1}}(T_{t3}/T_{t1})^{\varepsilon_C}}{\cancel{P_{t1}}(T_{t3}/T_{t1})^{\varepsilon_R}}\right\}=ac_p\ln\left(\frac{T_{t5}}{T_{t3}}\right)-aR\ln\left(\left(\frac{T_{t5}}{T_{t3}}\right)^{\varepsilon_C}\right)$$

$$\Rightarrow -R\ln\left[\left(\frac{T_{t3}}{T_{t1}}\right)^{\varepsilon_C-\varepsilon_R}\right]=ac_p\ln\left(\frac{T_{t5}}{T_{t3}}\right)-a\varepsilon_C R\ln\left(\frac{T_{t5}}{T_{t3}}\right)$$

$$\Rightarrow -R\frac{\gamma}{\gamma-1}(\eta_{PC}-\eta_{PR})(\ln T_{t3}-\ln T_{t1})=\alpha c_p\ln T_{t5}-\alpha c_p\ln T_{t3}-$$

$$-aR\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{pc}(\ln T_{t5}-\ln T_{t3})$$

Ονομάζω: $K = \ln T_{t_1} = \ln(290) = 5.67$

$\Lambda = \ln T_{t_5} = \ln(346.43) = 5.84768$

Και έχω να λύσω την:

$$(\eta_{PR}-\eta_{PC})\ln T_{t_3} - (\eta_{PR}-\eta_{PC})K = a\Lambda - \alpha \ln T_{t_3} - \alpha\eta_c \Lambda + \alpha\eta_c \ln T_{t_3}$$

$$\Rightarrow \ln(T_{t_3})\cdot\{\eta_{PR}-\eta_{PC}+\alpha-\alpha\eta_{PC}\} = (\eta_{PR}-\eta_{PC})K + a\Lambda - a\eta_{PC}\Lambda$$

$$\Rightarrow 0.0836 \ln T_{t_3} = 0.481435 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{t_3} = 316.963\,K \;(=T_{t2}).$$

• Προφανώς η άσκηση λύνεται και με άλλους τρόπους.

Είναι πια εύκολο να βρεθούν οι ενδιάμεσες πιέσεις:

$$\rightarrow P_{t_3} = P_{t_1}\left(\frac{T_{t3}}{T_{t1}}\right)^{3.115} = 1.3191 \text{ bar}$$

$$\rightarrow P_{t_2} = P_{t_3} / \exp\left(\frac{-\Delta S_{23}}{R}\right) = 1.3364 \text{ bar}$$

$$\left(\text{αφού } \Delta S_{23} = \cancel{c_p \ln\left(\frac{T_{t3}}{T_{t2}}\right)} - R\ln\left(\frac{P_{t3}}{P_{t2}}\right)\right)$$

$$\text{με } \Delta S_{23} = \Delta S_{45} = a\,\Delta S_{35} = a\cdot 9.823623 \frac{J}{Kg\,K}$$

$$\rightarrow P_{t_4} = P_{t_5} / \exp\left(\frac{-\Delta S_{45}}{R}\right) = 1.7628 \text{ bar}.$$