

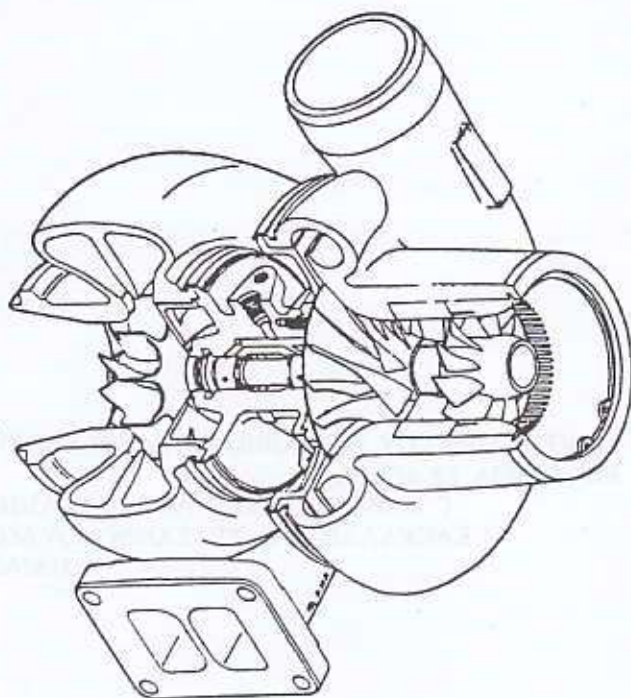
Κ.Δ. ΠΑΠΑΝΔΙΟΥ
Καθηγητής

Κ.Μ. ΜΑΘΙΟΥΔΑΚΗΣ
Αναπλ. Καθηγητής

Κ.Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ
Επικ. Καθηγητής

Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ



ΑΘΗΝΑ 2000

ΕΡΓΑΤΗΡΙΟ ΕΠΙΣΤΡΟΦΙΚΕΣ
ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

ΕΚΔΟΣΗ ΕΘΝΙΚΟΥ ΜΕΤΣΟΒΙΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ:
Γ. ΚΑΡΑΓΚΙΟΖΟΠΟΥΛΟΣ, Ν. ΓΚΑΝΗΣ
Μ. ΣΑΚΕΛΛΑΡΗΣ, Α. ΧΡΥΣΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ
Κ. ΗΛΙΑΣ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το σύγγραμμα αυτό καλύπτει τις παραδόσεις του Μαθήματος "Μονοδιάστατη Ανάλυση των Θερμικών Στροβιλομηχανών" που διδάσκεται στο έβδομο εξάμηνο του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ. Αποτελεί μια αναθεωρημένη έκδοση του συγγράμματος με τίτλο "Περιληπτικές Σημειώσεις του Μαθήματος Θερμικών Στροβιλομηχανών Ι", του Καθ. κ. Κ.Δ. Παπαηλιού, που αποτελούσε το μέχρι τώρα βοήθημα των φοιτητών για το προαναφερθέν μάθημα.

Η ανάπτυξη της σχετικής ύλης συμπληρώνεται από ένα σύνολο λυμένων ασκήσεων. Οι ασκήσεις αυτές προέρχονται από τις "Περιληπτικές Σημειώσεις του Μαθήματος Θερμικών Στροβιλομηχανών Ι", του Καθ. κ. Κ.Δ. Παπαηλιού και δεν έχουν προσαρμοσθεί στη νέα διάταξη της ύλης. Η περαιτέρω επεξεργασία τους προγραμματίζεται για την επόμενη έκδοση. Παράλληλα, δίνεται μια σειρά άλυτων θεμάτων με τα τελικά αποτελέσματα για την περαιτέρω εξάσκηση των φοιτητών.

Οι συγγραφείς ευχαριστούν τις κυρίες Ε. Χατζηπαναγιώτου και Ε.Αλιμπαλη για τη δακτυλογράφηση και τη γενικότερη επιμέλεια του παρόντος συγγράμματος.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- 1.1 Τι Είναι Στροβιλομηχανές
- 1.2 Κατηγορίες Στροβιλομηχανών
- 1.3 Οι Στροβιλομηχανές ως Κινητήριες Μηχανές
- 1.4 Αεριοστροβίλοι
- 1.5 Στροβιλοαντιδραστήρες
- 1.6 Ατμοστροβίλοι
- 1.7 Εφαρμογές των Στροβιλομηχανών
- 1.8 Λειτουργία Στροβιλομηχανών και Αεροθερμοδυναμική

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΑΡΧΩΝ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

- 2.1 Εισαγωγή - Βασικές Εννοιες
- 2.2 Το Πρώτο θερμοδυναμικό Αξίωμα για Κλειστά Συστήματα
- 2.3 Ενεργειακός Ισολογισμός σε Κινούμενο Ρευστοστοιχείο
- 2.4 Ενεργειακός Ισολογισμός σε Συστήματα Μόνιμης Ροής
- 2.5 Συνέπειες του Πρώτου Θερμοδυναμικού Αξιώματος στις Στροβιλομηχανές
- 2.6 Το Δεύτερο Θερμοδυναμικό Αξίωμα
- 2.7 Η Ανισότητα του Clausius - Εφαρμογή στις Στροβιλομηχανές
- 2.8 Η Εξίσωση του Gibbs
- 2.9 Σχέσεις Ολικών και Στατικών Μεγεθών
- 2.10 Υπολογισμός Μεταβολών Κατάστασης για Μεταβλητό C_p

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΑΡΧΩΝ ΤΗΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

- 3.1 Η Εξίσωση της Συνέχειας
- 3.2 Η Εξίσωση Διατήρησης της Ορμής
- 3.3 Εναλλακτικές Γραφές της Εξίσωσης Διατήρησης της Ορμής
- 3.4 Ολοκληρωτική Γραφή της Εξίσωσης Διατήρησης της Ορμής
- 3.5 Παραδείγματα Εφαρμογής της Ολοκληρωτικής Εξίσωσης της Ορμής
- 3.6 Η Ενεργειακή Εξίσωση
- 3.7 Η Εξίσωση Διατήρησης της Ροπής της Ορμής
- 3.8 Το Θεώρημα του Euler στις Στροβιλομηχανές
- 3.9 Το Σχετικό Σύστημα Αναφοράς
- 3.10 Τα Τρίγωνα Ταχυτήτων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

- 4.1 Η Έννοια της Μονοδιάστατης Ανάλυσης στις Στροβιλομηχανές
- 4.2 Θερμοδυναμικό Διάγραμμα Βαθμίδας Συμπιεστή
- 4.3 Θερμοδυναμικό Διάγραμμα Βαθμίδας Στροβίλου
- 4.4 Πολυτροπική Μεταβολή σε Συμπιεστή
- 4.5 Πολυτροπική Μεταβολή σε Στρόβιλο
- 4.6 Ο Συντελεστής Αναθέρμανσης στο Στρόβιλο
- 4.7 Μονοδιάστατη Ανάλυση Αγωγών - Η Ροή στα Ακροφύσια
- 4.8 Η Ροή στους Διαχύτες

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

- 5.1 Ονοματολογία Γραμμικών Πτερυγώσεων
- 5.2 Η Ασυμπιεστή Ροή σε Γραμμική Πτερυγώση
- 5.3 Η Εξίσωση της Συνέχειας
- 5.4 Η Μεταβολή της Στατικής Πίεσης Μέσα στην Πτερυγώση
- 5.5 Οι Δυνάμεις που Ασκούνται στην Πτερυγώση
- 5.6 Ο Βαθμός Απόδοσης Πτερυγώσης Συμπιεστή
- 5.7 Ο Βαθμός Απόδοσης Πτερυγώσης Στροβίλου

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

- 6.1 Μορφολογία και Βασικά Χαρακτηριστικά Αξονικών Συμπιεστών
- 6.2 Παράγοντες που Επηρεάζουν το Λόγο Πίεσης Βαθμίδας
- 6.3 Ο Ρόλος της Ταχύτητας Περιστροφής
- 6.4 Ο Ρόλος της Αξονικής Ταχύτητας
- 6.5 Ο Ρόλος της Στροφής της Ροής
- 6.6 Αδιάστατες Παράμετροι Λειτουργίας Βαθμίδας
- 6.7 Αδιάστατες Παράμετροι και Γεωμετρία Βαθμίδας
- 6.8 Αδιάστατες Παράμετροι και Επιδόσεις Βαθμίδας
- 6.9 Αδιάστατες Χαρακτηριστικές Καμπύλες Λειτουργίας Βαθμίδας
- 6.10 Χαρακτηριστικές Καμπύλες Λειτουργίας Βαθμίδας
- 6.11 Χαρακτηριστικές Πολυβάθμιων Συμπιεστών
- 6.12 Φαινόμενα Ασταθούς Λειτουργίας Συμπιεστών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

- 7.1 Γενικά Χαρακτηριστικά Ακτινικών Συμπιεστών
- 7.2 Μορφολογία Βαθμίδας Ακτινικού Συμπιεστή
- 7.3 Η Αύξηση Ενθαλπίας σε Ακτινικό Συμπιεστή
- 7.4 Φαινόμενα Συμπιεστότητας και Σχετικοί Περιορισμοί
- 7.5 Ο Παράγοντας Ολισθησης
- 7.6 Πεδίο Χαρακτηριστικών Ακτινικού Συμπιεστή
- 7.7 Ακτινικός Συμπιεστής σε Σύγκριση με τον Αξονικό

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

- 8.1 Μορφολογία και Βασικά Χαρακτηριστικά των Αξονικών Στροβίλων
- 8.2 Παραγωγή Έργου σε Βαθμίδα Αξονικού Στροβίλου
- 8.3 Παράμετροι Λειτουργίας Βαθμίδας Αξονικού Στροβίλου
- 8.4 Διερεύνηση Πτερυγώσεων ως προς το Βαθμό Αντίδρασης
- 8.5 Χαρακτηριστικές Καμπύλες Λειτουργίας Βαθμίδας Αξονικού Στροβίλου
- 8.6 Χαρακτηριστικές Καμπύλες Λειτουργίας Πολυβάθμιων Στροβίλων
- 8.7 Βαθμός Απόδοσης Βαθμίδας Στροβίλου και Εμπειρικές Σχέσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

- 9.1 Περιγραφή και Χρήσεις των Ακτινικών Στροβίλων
- 9.2 Ανάλυση της Ροής στον Ακτινικό Στρόβιλο
- 9.3 Βαθμός Απόδοσης του Ακτινικού Στροβίλου
- 9.4 Χαρακτηριστικές ενός Ακτινικού Στροβίλου
- 9.5 Κριτήριο Ελάχιστου Αριθμού Πτερυγίων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ, ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ, ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

- 10.1 Αδιάστατες και Ανηγγμένες Παράμετροι στη Μελέτη Στροβιλομηχανών
- 10.2 Διαστατική Ανάλυση και Παράμετροι Επίδοσεων
- 10.3 Αναγωγή Σημείων Λειτουργίας Συμπιεστή
- 10.4 Αναγωγή Σημείων Λειτουργίας Στροβίλου
- 10.5 Η Ειδική Ταχύτητα Περιστροφής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΘΕΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

- 11.1 Τάσεις σε Περιστρεφόμενα Πτερύγια
- 11.2 Εφελκυστικές Τάσεις από Φυγοκεντρική Φόρτιση
- 11.3 Καμπτικές Τάσεις από Αεροδυναμική Φόρτιση
- 11.4 Ταλαντώσεις Πτερυγίων
- 11.5 Πτερυγισμός

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Με τον όρο Στροβιλομηχανές (turbomachines) χαρακτηρίζουμε μηχανές που συναλλάσσουν ενέργεια με το ρευστό το οποίο ρέει συνεχώς μέσα σε αυτές, ενώ αυτή η μεταφορά ενέργειας συντελείται με τη δυναμική αλληλεπίδραση του ρευστού και μιας ή περισσοτέρων σειρών στρεφόμενων πτερυγίων (blades). Στον όρο συναλλαγή ενέργειας εμπεριέχονται γενικά δύο περιπτώσεις, κατά τις οποίες η μεταφορά ενέργειας μπορεί να γίνεται είτε από το ρευστό προς την άτρακτο της μηχανής όπου είναι προσδεδεμένα τα στρεφόμενα πτερύγια, είτε αντίστροφα.

Η ύπαρξη στρεφόμενων πτερυγίων αποτελεί την ειδοποιό διαφορά μεταξύ των στροβιλομηχανών και άλλων μηχανών που συναλλάσσουν ενέργεια με κάποιο ρευστό-εργαζόμενο μέσο. Ο όρος δυναμική αλληλεπίδραση, που προαναφέρθηκε, σημαίνει ότι στα πτερύγια αναπτύσσονται δυνάμεις αεροδυναμικής φύσης, αντίστοιχες της δυναμικής άνωσης που αναπτύσσεται σε μια μεμονωμένη αεροτομή που βρίσκεται μέσα στη ροή ενός ρευστού. Οι δυνάμεις αυτές έχουν περιφερειακή συνιστώσα, που δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής και λόγω της περιστροφής των πτερυγίων οδηγεί σε παραγωγή ή απορρόφηση μηχανικής ενέργειας στον άξονα της μηχανής. Οι συστοιχίες πτερυγίων που χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση της συναλλαγής έργου σε μια στροβιλομηχανή ονομάζονται πτερυγώσεις (blade rows). Συγχρόνως, η συνεχής ροή ρευστού καθορίζει μια ουσιαστική διαφορά των στροβιλομηχανών από τις μηχανές μετατόπισης (π.χ. τις εμβολοφόρες μηχανές). Στις μηχανές μετατόπισης, η συναλλαγή έργου γίνεται μέσω αλ-

λαγών κατάστασης μιας συγκεκριμένης ποσότητας ρευστού, οι οποίες λαμβάνουν χώρα περιοδικά, μέσα σε κλειστούς χώρους της μηχανής. Για παράδειγμα, σε μια εμβολοφόρα μηχανή, οι διαδοχικές μεταβολές κατάστασης συμβαίνουν μέσα σε έναν κύλινδρο, στην ποσότητα του ρευστού που έχει εισρεύσει σ' αυτόν. Στις στροβιλομηχανές, οι αλλαγές κατάστασης συμβαίνουν συνεχώς κατά μήκος της διαδρομής του ρευστού. Ως αποτέλεσμα, ένα στοιχείο ρευστού αλλάζει κατάσταση καθώς διατρέχει τις διάφορες θέσεις κατά μήκος της μηχανής.

Ο ορισμός που δώσαμε παραπάνω είναι γενικός και δε διαχωρίζει τις μηχανές ανάλογα με το είδος του ρευστού ή τη διάταξη των περιστρεφόμενων πτερυγίων. Έτσι, στη γενικότητά του, περιλαμβάνει αντλίες, συμπιεστές, έλικες, προπέλες κ.ά. Συνήθως ο ορισμός των στροβιλομηχανών περιορίζεται στις περιπτώσεις μηχανών που περιλαμβάνουν σειρές πτερυγίων μέσα σε κλειστό κέλυφος και για το λόγο αυτό χαρακτηρίζονται ως κλειστές στροβιλομηχανές (*enclosed turbomachines*). Έτσι, δεν καλύπτονται οι περιπτώσεις ελικών ή προπελών, για τις οποίες χρησιμοποιείται ο όρος ανοικτές στροβιλομηχανές (*extended turbomachines*). Η ουσιαστική διαφορά των δύο περιπτώσεων συνίσταται στο ότι οι ανοικτές στροβιλομηχανές αλληλεπιδρούν με το ρευστό που καταλαμβάνει όλο τον περιβάλλοντα χώρο. Έτσι έχουμε, για παράδειγμα, ιδιαίτερα φαινόμενα ροής στα άκρα των πτερυγίων, ενώ η μορφή του πεδίου ροής καθορίζεται από την απαίτηση συνθηκών ηρεμίας σε σημαντικά μεγάλη απόσταση από τον άξονα της μηχανής. Από την άλλη πλευρά, η παρουσία κλειστού κελύφους οδηγεί σε διαφορετική μορφή του πεδίου ροής λόγω της επιβολής των οριακών συνθηκών τις οποίες υπαγορεύει η ύπαρξη των στερεών τοιχωμάτων (εσωτερική ροή). Η ανάλυση των στροβιλομηχανών, οι οποίες αποτελούν αντικείμενο του παρόντος συγγράμματος, αναφέρεται σε τέτοιου είδους ροές. Πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι υπάρχουν πολλά κοινά σημεία μεταξύ των δύο περιπτώσεων, με αποτέλεσμα κατά τη λεπτομερή περιγραφή του πεδίου ροής να είναι δυνατή η ανάπτυξη κοινής μεθοδολογίας στην κατάσταση των εξισώσεων που διέπουν τη ροή, με ουσιαστική όμως διαφορά στη μέθοδο επίλυσης λόγω της επιβολής διαφορετικών οριακών συνθηκών.

1.2. ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Οι στροβιλομηχανές μπορούν να χωριστούν σε κατηγορίες, εφαρμόζοντας διάφορα κριτήρια τα οποία σχετίζονται με το είδος της λειτουργίας, τη γεωμετρία ή άλλα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους.

Ο πρώτος βασικός διαχωρισμός γίνεται ανάλογα με το αν η μηχανή προσδίδει έργο στο ρευστό ή απορροφά έργο από το ρευστό. Οι μηχανές που απορροφούν έργο από το ρευστό και το αποδίδουν ως μηχανική ισχύ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

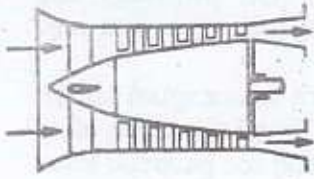
στην άτρακτο ονομάζονται **στροβίλοι** (turbines). Οι μηχανές που προσδίδουν έργο στο ρευστό, απορροφώντας μηχανική ισχύ από την άτρακτο ονομάζονται **εργοστροβιλομηχανές**.

Ενας άλλος διαχωρισμός γίνεται σύμφωνα με τη γεωμετρική μορφή που έχει η διόδος του ρευστού μέσα από τη μηχανή. Στις λεγόμενες **αξονικές στροβιλομηχανές** (axial turbomachines), η διόδος του ρευστού είναι περίπου "παράλληλη" με τον άξονα της μηχανής, ενώ όταν η διόδος είναι κατά κύριο λόγο "κάθετη" με τον άξονα της μηχανής, τότε πρόκειται για **ακτινικές στροβιλομηχανές** (radial turbomachines). Τέλος σε περιπτώσεις που δεν υπάρχει προεξάρχουσα διεύθυνση, δηλαδή έχουμε κατεύθυνση της διόδου της ροής που δεν είναι κοντά στην αξονική ή την ακτινική, τότε πρόκειται για μηχανές **μικτής ροής** (mixed flow turbomachines). Παραδείγματα διατάξεων αξονικών και ακτινικών μηχανών φαίνονται στο Σχήμα 1.2.1.

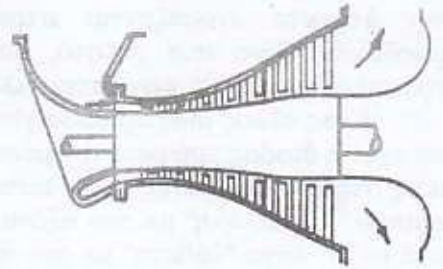
Το είδος του ρευστού που διαρρέει μια στροβιλομηχανή καθώς και το μέγεθος της θερμοδυναμικής μεταβολής που αυτό υφίσταται δίνει ένα άλλο κριτήριο διαχωρισμού. Έτσι οι στροβίλοι χωρίζονται σε **υδροστροβίλους** (hydraulic turbomachines, υγρό εργαζόμενο μέσο), **ατμοστροβίλους** (steam turbines, το εργαζόμενο μέσο είναι ατμός) και **στροβίλους αερίου** (gas turbines, αέριο εργαζόμενο μέσο). Για τις εργοστροβιλομηχανές, όταν το εργαζόμενο μέσο είναι υγρό, χρησιμοποιείται ο όρος **αντλία** (pump). Όταν το εργαζόμενο μέσο είναι αέριο αλλά η θερμοδυναμική μεταβολή που υφίσταται οδηγεί σε αμελητέες μεταβολές της πυκνότητάς του, τότε πρόκειται για **φουσητήρα** ή **ανεμιστήρα** (fan). Στην περίπτωση αερίου που υφίσταται σημαντικές αλλαγές πυκνότητας και συνακόλουθα πίεσης και θερμοκρασίας, η στροβιλομηχανή ονομάζεται **συμπιεστής** (compressor). Πολλές φορές χρησιμοποιείται και ο όρος **στροβιλοσυμπιεστής**, για να γίνει η διάκριση από τους εμβολοφόρους συμπιεστές.

Η συναλλαγή έργου μεταξύ στροβιλομηχανής και ρευστού πραγματοποιείται με τη χρήση σειρών πτερυγίων, όπως είπαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Ο αριθμός των σειρών πτερυγίων που απαρτίζουν τη μηχανή εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, ιδιαίτερα όμως από περιορισμούς που επιβάλλει η δυναμική της ροής μέσα από τη μηχανή. Για να χαρακτηρίσουμε τον αριθμό σειρών πτερυγίων από τα οποία αποτελείται μια μηχανή, χρησιμοποιούμε την έννοια της **βαθμίδας**.

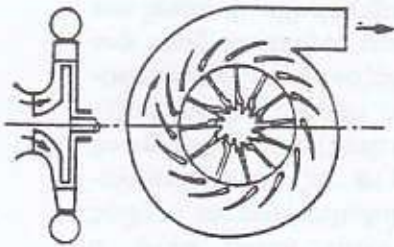
Η **βαθμίδα** (stage) αποτελεί ένα τυπικό στοιχειώδες μέρος μιας μηχανής και αποτελείται, στη γενική περίπτωση, από μια κινητή και μια ακίνητη πτερυγώση. Στη **βαθμίδα συμπιεστή** (compressor stage) έχουμε μια κινητή πτερυγώση που ακολουθείται από μια σταθερή ενώ στη **βαθμίδα στροβίλου** (turbine stage) προηγείται η σταθερή και ακολουθεί η κινητή πτερυγώση. Ο λόγος για τον οποίο η σειρά είναι διαφορετική στις δυο περιπτώσεις θα εξηγηθεί όταν μελετηθεί αναλυτικά η λειτουργία κάθε



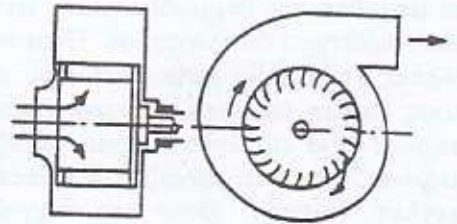
αξονικός συμπιεστής



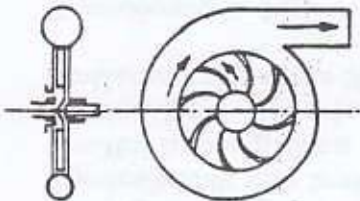
αξονικός στρόβιλος



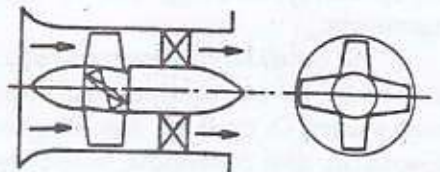
ακτινικός συμπιεστής



ακτινικός ψυστήρας



ακτινική αντλία

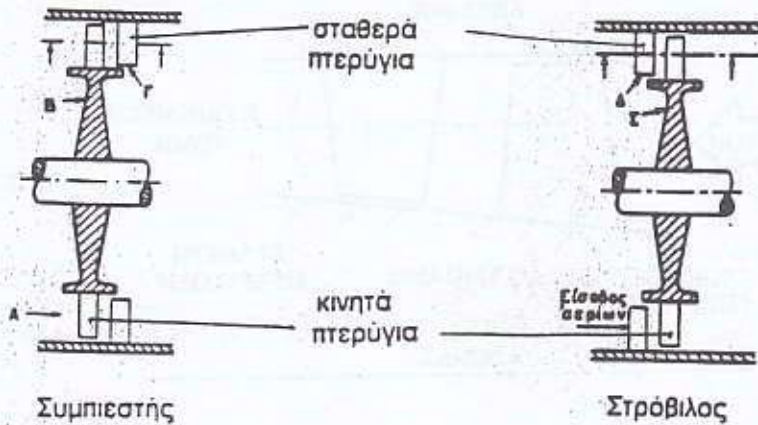


αξονική αντλία

Σχήμα 1.2.1 Σχηματική παράσταση διαφόρων διατάξεων στροβιλομηχανών.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

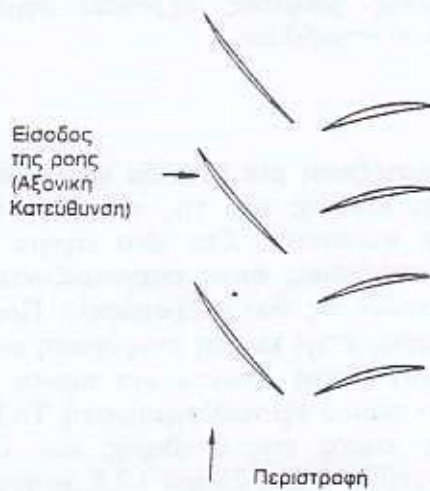
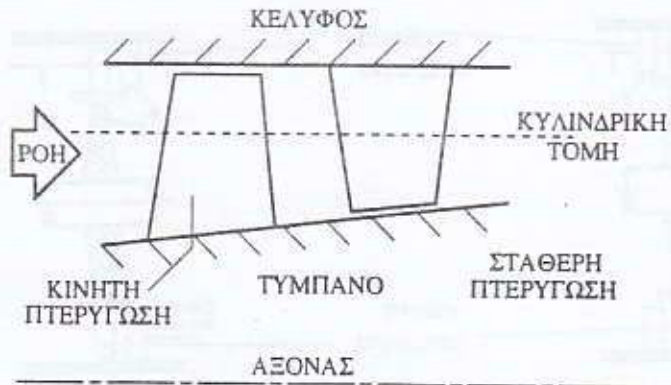
τύπου βαθμίδας. Μια μηχανή μπορεί να αποτελείται από μια βαθμίδα (μονοβάθμια, single-stage) ή περισσότερες (πολυβάθμια, multi-stage). Στο Σχήμα 1.2.2 φαίνονται τυπικές διατάξεις βαθμίδας αξονικού συμπιεστή και βαθμίδας αξονικού στρόβιλου.



Σχήμα 1.2.2 Τυπικές διατάξεις βαθμίδας αξονικού συμπιεστή και βαθμίδας αξονικού στρόβιλου.

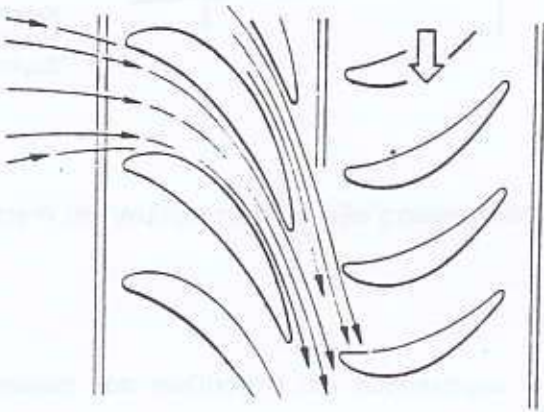
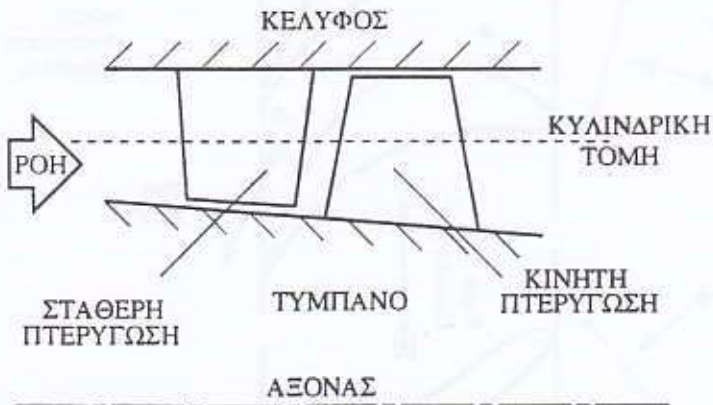
Στο Σχήμα 1.2.3 παρουσιάζεται μια βαθμίδα αξονικού συμπιεστή στην οποία τα πτερύγια της κινητής και της ακίνητης πτερυγώσης τέμνονται με μια κυλινδρική επιφάνεια. Στο ίδιο σχήμα δίνεται το ανάπτυγμα της κυλινδρικής επιφάνειας, όπου αναγνωρίζονται οι τομές μερικών πτερυγίων που αποτελούν τις δύο πτερυγώσεις. Παρατηρώντας την κατεύθυνση εισόδου της ροής στην κινητή πτερυγώση καθώς και τη φορά περιστροφής της, ο αναγνώστης αποκτά μια πρώτη εικόνα της μορφής των πτερυγίων για έναν τυπικό αξονικό συμπιεστή. Το Σχήμα 1.2.4, παρουσιάζει τις αντίστοιχες τομές της σταθερής και της κινητής πτερυγώσης ενός αξονικού στρόβιλου. Στο Σχήμα 1.2.5, χρησιμοποιώντας μια αντίστοιχη τομή με κυλινδρική επιφάνεια, παρουσιάζεται η μορφή της τομής των πτερυγίων που αποτελούν την κινητή πτερυγώση ενός αξονικού στρόβιλου και ενός αξονικού συμπιεστή. Το σχήμα αυτό τονίζει τις σημαντικές διαφορές που παρουσιάζονται μεταξύ των δύο τύπων πτερυγίων, ως προς τη γεωμετρική μορφή τους, τη φορά περιστροφής τους και τη διαδρομή του εργαζόμενου μέσου μέσα από τις δύο πτερυγώσεις. Το γιατί υπάρχει αυτή η διαφορά μορφολογίας θα γίνει κατανοητό από την

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

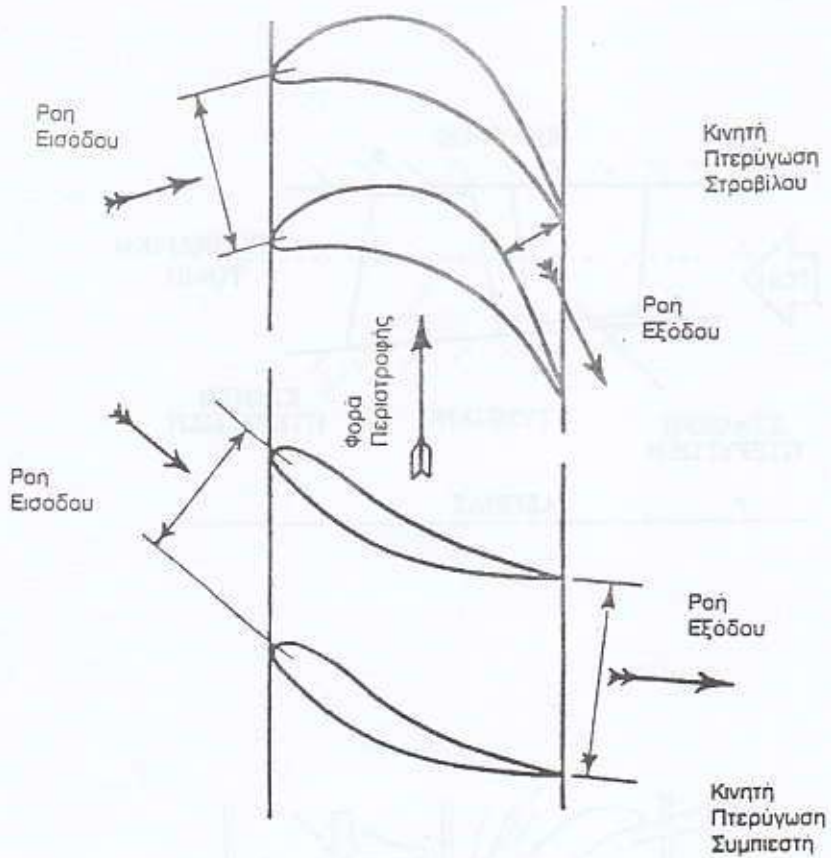


Σχήμα 1.2.3 Τομή των πτερυγίων ενός τυπικού αξονικού συμπιεστή με μια κυλινδρική επιφάνεια.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Σχήμα 1.2.4 Τομή της σταθερής και της κινητής πτερυγώσης ενός αξονικού στροβίλου με μια κυλινδρική επιφάνεια.



Σχήμα 1.2.5 Κινητή πτερυγώση αξονικού στροβίλου και συμπίεστη.

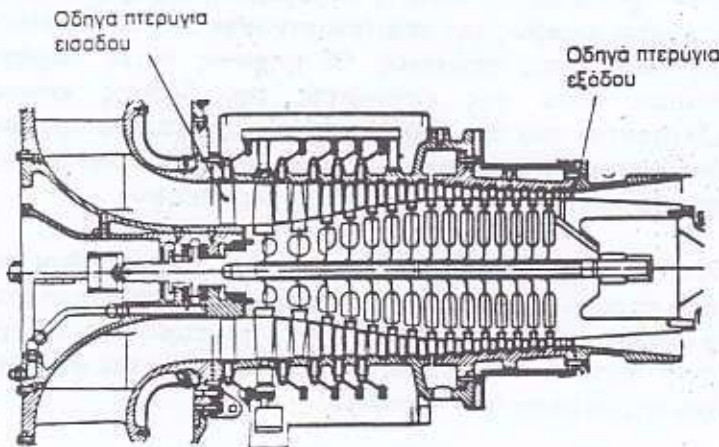
ανάλυση πτερυγώσεων συμπίεστων και στροβίλων που παρουσιάζεται σε επόμενα κεφάλαια.

Πρέπει να προστεθεί εδώ ότι συχνά μια μηχανή περιλαμβάνει και άλλες δύο ακίνητες πτερυγώσεις, οι οποίες δεν ανήκουν σε βαθμίδα. Αυτές

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

είναι: (α) τα οδηγία πτερύγια εισόδου (Inlet Guide Vanes, IGV) που χρησιμεύουν για να προσδώσουν κατάλληλη κατεύθυνση στη ροή πριν από την είσοδο στην πρώτη βαθμίδα ενός συμπιεστή και (β) τα οδηγία πτερύγια εξόδου (Exit Guide Vanes, EGV) που χρησιμεύουν για να επαναφέρουν τη ροή στην επιθυμητή κατεύθυνση, μετά την έξοδο από την τελευταία βαθμίδα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2.6. Τέλος, είναι δυνατό μια μονοβάθμια μηχανή να μην περιλαμβάνει σταθερά πτερύγια. Αυτό συμβαίνει σε περιπτώσεις κατά τις οποίες η μεταβολή, για την οποία είναι συνήθως υπεύθυνα τα σταθερά πτερύγια, πραγματοποιείται από την κατάλληλα διαμορφωμένη διόδο μέσω του κελύφους, όπως π.χ. συμβαίνει με το σπειροειδές κέλυφος των ακτινικών συμπιεστών. Τέτοιοι συμπιεστές μπορεί να έχουν σταθερά πτερύγια στην έξοδο της στρεφόμενης πτερύγωσης, μπορεί όμως και η έξοδος να είναι απ'ευθείας στο σπειροειδές κέλυφος.

Πρέπει να αναφερθεί εδώ ότι, εκτός από τις πληροφορίες για τον τύπο της μηχανής που παρέχει η χρησιμοποίηση της παραπάνω ονοματολογίας, όπως θα φανεί στη συνέχεια, κάθε είδος μηχανής έχει ορισμένα ιδιαίτερα λειτουργικά χαρακτηριστικά. Έτσι γνωρίζοντας τον τύπο της μηχανής, μπορούμε αμέσως να γνωρίζουμε προσεγγιστικά κάποια χαρακτηριστικά μεγέθη, όπως λ.χ. τους λόγους πίεσης που επιτυγχάνει, ή την παροχή μάζας του εργαζόμενου μέσου που διακινεί.



Σχήμα 1.2.6 Αξονικός πολυβάθμιος συμπιεστής με οδηγία πτερύγια εισόδου και εξόδου.

1.3. ΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ ΩΣ ΚΙΝΗΤΗΡΙΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

Με τον όρο Κινητήριες Μηχανές χαρακτηρίζονται οι μηχανές εκείνες οι οποίες μετατρέπουν κάποια μορφή ενέργειας του εργαζόμενου μέσου-ρευστού σε μηχανικό έργο. Υπάρχουν διάφορες διατάξεις στροβιλομηχανών που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό. Οι κύριες κατηγορίες μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- α. **Αεριοστρόβιλοι Μηχανικής Ισχύος (gas turbines).** Ένας αεριοστρόβιλος αποτελείται από τρία βασικά μέρη. Το πρώτο μέρος είναι ο συμπιεστής, ο οποίος πραγματοποιεί συμπίεση του αέριου εργαζόμενου μέσου. Ακολουθεί ο εναλλάκτης θερμότητας, στον οποίο γίνεται η πρόσδοση θερμότητας στο εργαζόμενο μέσο. Σχεδόν σε όλες τις μηχανές αυτού του τύπου που υπάρχουν σήμερα, η πρόσδοση θερμότητας γίνεται με καύση καυσίμου που εισάγεται στην έξοδο του συμπιεστή. Στη συνέχεια υπάρχει ο στρόβιλος στον οποίο πραγματοποιείται η αποτόνωση του εργαζόμενου μέσου. Η μηχανική ισχύς του αεριοστρόβιλου προκύπτει ως η καθαρή διαφορά της μηχανικής ισχύος που απορροφά ο συμπιεστής και τα παρελκόμενα της μηχανής από αυτή που παράγει ο στρόβιλος.
- β. **Στροβιλοαντιδραστήρες (turbojet).** Πρόκειται για μηχανές που έχουν την ίδια βασική δομή με τους αεριοστρόβιλους, αλλά είναι έτσι σχεδιασμένες ώστε η παραγόμενη ισχύς από το στρόβιλο να καλύπτει ακριβώς την απαιτούμενη ισχύ από το συμπιεστή και όλες τις ενδιάμεσες απώλειες. Οι μηχανές αυτές παράγουν ωστική δύναμη μέσω της εκτόνωσης της δέσμης καυσαερίων που εξέρχονται από τον στρόβιλο προς την ατμόσφαιρα με κατάλληλα διαμορφωμένο ακροφύσιο εξόδου. Οι στροβιλοαντιδραστήρες χρησιμοποιούνται για την προώθηση αεροσκαφών.
- γ. **Ατμοστρόβιλοι (steam turbines).** Οι ατμοστρόβιλοι αποτελούνται από στρόβιλους που χρησιμοποιούν ως εργαζόμενο μέσο τον ατμό ο οποίος παράγεται από κάποιον ατμοπαραγωγό. Η μηχανική ισχύς στην άτρακτο του ατμοστρόβιλου προέρχεται από την εκτόνωση του ατμού μέσα στο στρόβιλο.
- δ. **Στρόβιλοι εκτόνωσης αερίου.** Πρόκειται για απλούς στρόβιλους που παράγουν μηχανική ισχύ με εκτόνωση κάποιου αερίου. Η διαφορά τους από τους αεριοστρόβιλους βρίσκεται στο ότι δεν περιλαμβάνουν συμπιεστή και εναλλάκτη θερμότητας, αλλά το αέριο στην είσοδο του στρόβιλου προέρχεται από κάποια άλλη πηγή. Για παράδειγμα το αέριο μπορεί να προέρχεται από κάποια

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

χημική διεργασία. Οι στρόβιλοι αυτοί δε μελετούνται συνήθως ανεξάρτητα, δεδομένου ότι η λειτουργία τους είναι ταυτόσημη με αυτήν του τμήματος στρόβιλου των αεριοστρόβιλων.

Αξιζει να σημειωθεί ότι οι απαιτήσεις από μια μηχανή μπορεί να είναι πολύ διαφορετικές ανάλογα με την εφαρμογή για την οποία προορίζεται. Έτσι για παράδειγμα οι στροβιλοαντιδραστήρες πρέπει να είναι μικρού βάρους και όγκου, ενώ μπορεί να λειτουργούν σε πολλές διαφορετικές συνθήκες εισόδου (διαφορετικές ταχύτητες πτήσης, διαφορετικά ύψη). Αντίστοιχα οι βιομηχανικοί αεριοστρόβιλοι επιτρέπεται να είναι βαρείς ή ογκώδεις και μπορεί να λειτουργούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα υπό σταθερές συνθήκες. Από την άλλη πλευρά, ένας κινητήρας μαχητικού αεροσκάφους έχει κυρίως μεγάλη απαίτηση ώσης, ενώ ένας κινητήρας πολιτικού αεροσκάφους έχει ως κύρια απαίτηση αυτήν της μικρής κατανάλωσης καυσίμου. Οι αεριοστρόβιλοι, οι στροβιλοαντιδραστήρες και οι ατμοστρόβιλοι αναλύονται με περισσότερες λεπτομέρειες στις επόμενες ενότητες.

1.4. ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΟΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

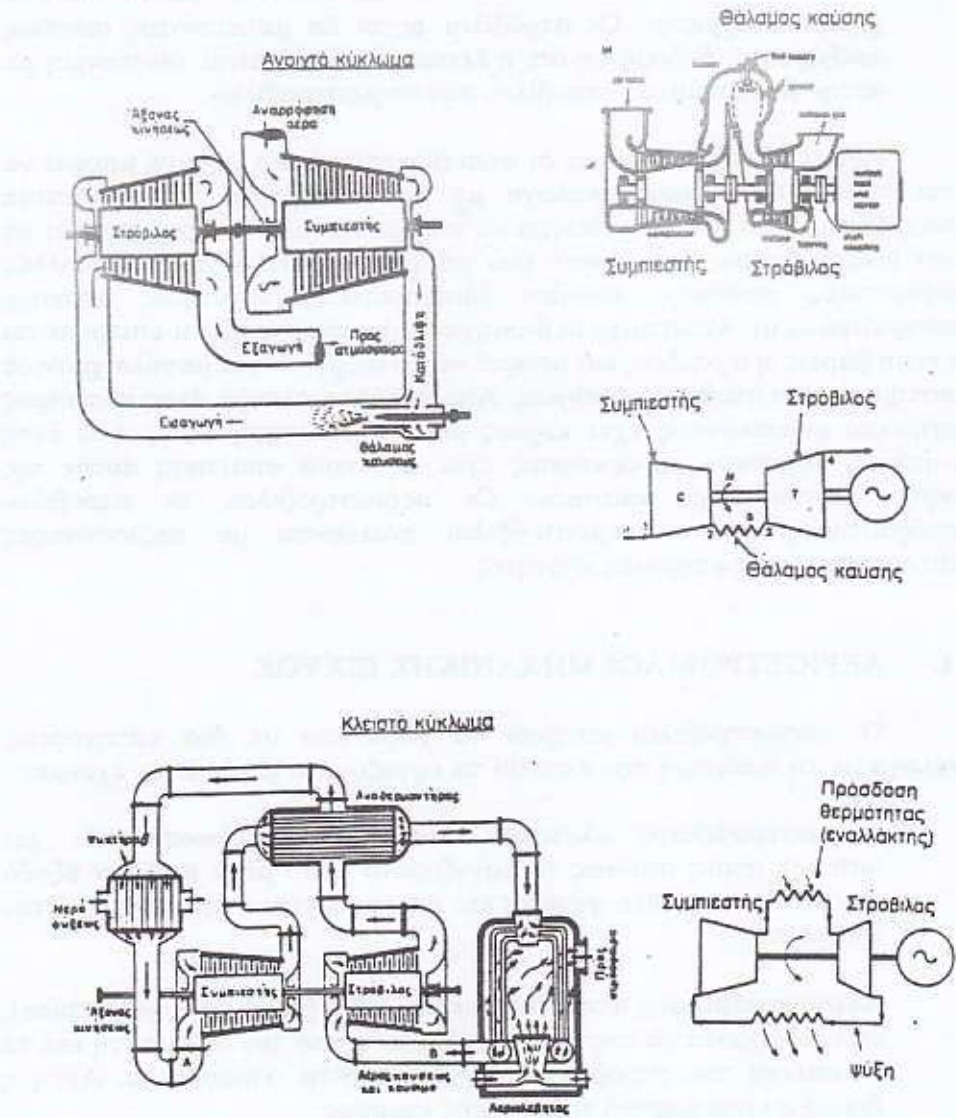
Οι αεριοστρόβιλοι μπορούν να χωριστούν σε δυο κατηγορίες, ανάλογα με τη διαδρομή που εκτελεί το εργαζόμενο μέσο. Έτσι έχουμε:

- **Αεριοστρόβιλους κλειστού κυκλώματος** (closed cycle gas turbine), στους οποίους το εργαζόμενο μέσο μετά από την έξοδό του από το στρόβιλο ψύχεται και επαναφέρεται στην εισαγωγή του συμπιεστή.
- **Αεριοστρόβιλους ανοικτού κυκλώματος** (open cycle gas turbine), όπου αναρροφάται αέρας περιβάλλοντος από τον συμπιεστή και τα καυσαέρια του στρόβιλου εξέρχονται στην ατμόσφαιρα. Αυτή η διάταξη είναι μηχανή εσωτερικής καύσεως.

Σχηματικές διατάξεις αεριοστρόβιλων ανοιχτού και κλειστού κυκλώματος δίνονται στο Σχήμα 1.4.1.

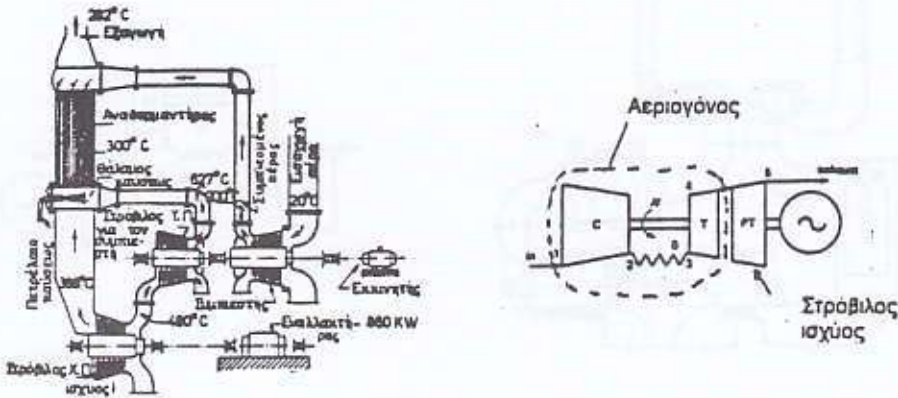
Η μηχανική ισχύς εξόδου ενός αεριοστρόβιλου μπορεί να αποδοθεί με δύο ειδών διατάξεις. Στην πρώτη περίπτωση, η ισχύς λαμβάνεται πάνω στην κύρια άτρακτο του αεριοστρόβιλου ως διαφορά μεταξύ της παραγόμενης από το στρόβιλο και της απορροφούμενης από τον συμπιεστή. Η διάταξη αυτή λέγεται διάταξη απλής άτρακτου (single-shaft). Η δεύτερη περίπτωση είναι ο συμπιεστής και ο στρόβιλος να ισορροπούν ενεργειακά και να υπάρχει δεύτερος στρόβιλος που παράγει

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Σχήμα 1.4.1 Σχηματική παράσταση αεριοστροβίλων ανοικτού και κλειστού κυκλώματος.

την ισχύ εξόδου από τα καυσαέρια. Ο δεύτερος αυτός στρόβιλος ονομάζεται στρόβιλος ισχύος (power turbine) ή ελεύθερος στρόβιλος (free turbine), ενώ το ζεύγος συμπιεστή-στροβίλου που ισορροπεί ενεργειακά ονομάζεται αεριογόνος (gas generator). Η διάταξη αυτή ονομάζεται διάταξη διδυμων ατράκτων (twin-shaft) και φαίνεται στο

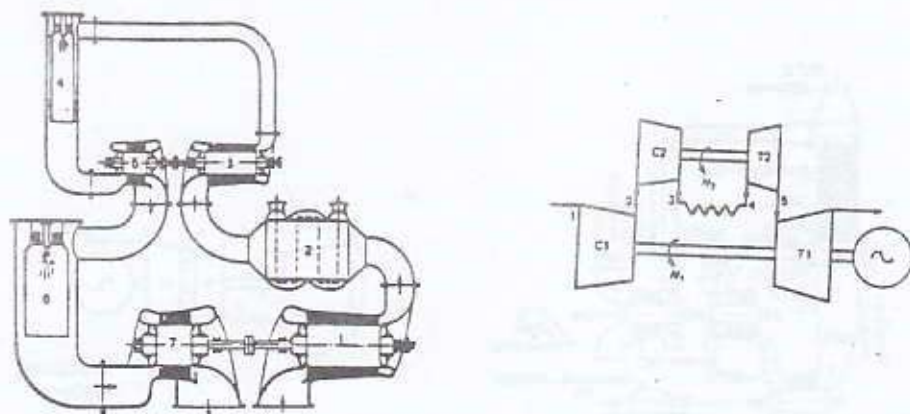


Σχήμα 1.4.2 Διάταξη αεριοστροβίλου διδύμων ατράκτων με στρόβιλο ισχύος.

Σχήμα 1.4.2. Η διάταξη αυτή έχει κάποιες διαφορές στον τρόπο μεταβολής των χαρακτηριστικών εξόδου ανάλογα με το φορτίο. Έτσι μπορεί να προτιμηθεί ή όχι, ανάλογα με την εφαρμογή. Στη θέση της αεριογόνου μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ένας αεροπορικός στροβιλοαντιδραστήρας, πράγμα που συμβαίνει αρκετές φορές στην πράξη.

Ο αεριοστρόβιλος μπορεί να περιλαμβάνει μια άτρακτο πάνω στην οποία είναι τοποθετημένος ο συμπιεστής και ο στρόβιλος, οπότε έχουμε τη διάταξη απλής ατράκτου που προαναφέραμε, ή από περισσότερες της μιας ατράκτους, οπότε έχουμε διατάξεις-πολλαπλών ατράκτων (multi-shaft arrangements, δύο ή το πολύ τριών ατράκτων, στην πράξη). Για τέτοιες μηχανές χρησιμοποιείται επίσης και ο όρος μηχανή πολλαπλών τυμπάνων, στην πράξη δε έχουμε μηχανές διπλού τυμπάνου (two-spool) ή τριπλού τυμπάνου (three-spool). Η ορολογία αυτή προέρχεται από το γεγονός ότι ο συμπιεστής αποτελείται από δύο ή περισσότερα τύμπανα πάνω στα οποία στερεώνονται τα στρεφόμενα πτερύγιά του. Οι άτρακτοι μπορεί να είναι ομόκεντροι ή όχι. Ένα παράδειγμα φαίνεται στο Σχήμα 1.4.3. Οι διατάξεις πολλαπλών ατράκτων χρησιμοποιούνται για την επίτευξη ικανοποιητικής περιοχής λειτουργίας του συμπιεστή σε μηχανές με μεγάλο λόγο πίεσης. Χρησιμοποιούνται επίσης σε διατάξεις στις οποίες έχουμε ενδιάμεσες συναλλαγές θερμότητας για βελτίωση του απλού κύκλου αεριοστροβίλου.

Σε επίγειες εγκαταστάσεις παραγωγής μηχανικής ισχύος μέσω αεριοστροβίλων μηχανικής ισχύος, υπάρχουν διάφοροι τρόποι βελτίωσης



Σχήμα 1.4.3 Διάταξη αεριοστροβίλου δύο ατράκτων.

της θερμικής απόδοσης με τροποποίηση του θερμοδυναμικού κύκλου. Συγκεκριμένα εφαρμόζεται

- ανακόμιση θερμότητας καυσαερίων για θέρμανση του αέρα εξόδου του συμπιεστή πριν μπει στον θάλαμο καύσης,
- ενδιάμεση ψύξη κατά την συμπίεση,
- ενδιάμεση αναθέρμανση κατά την εκτόνωση.

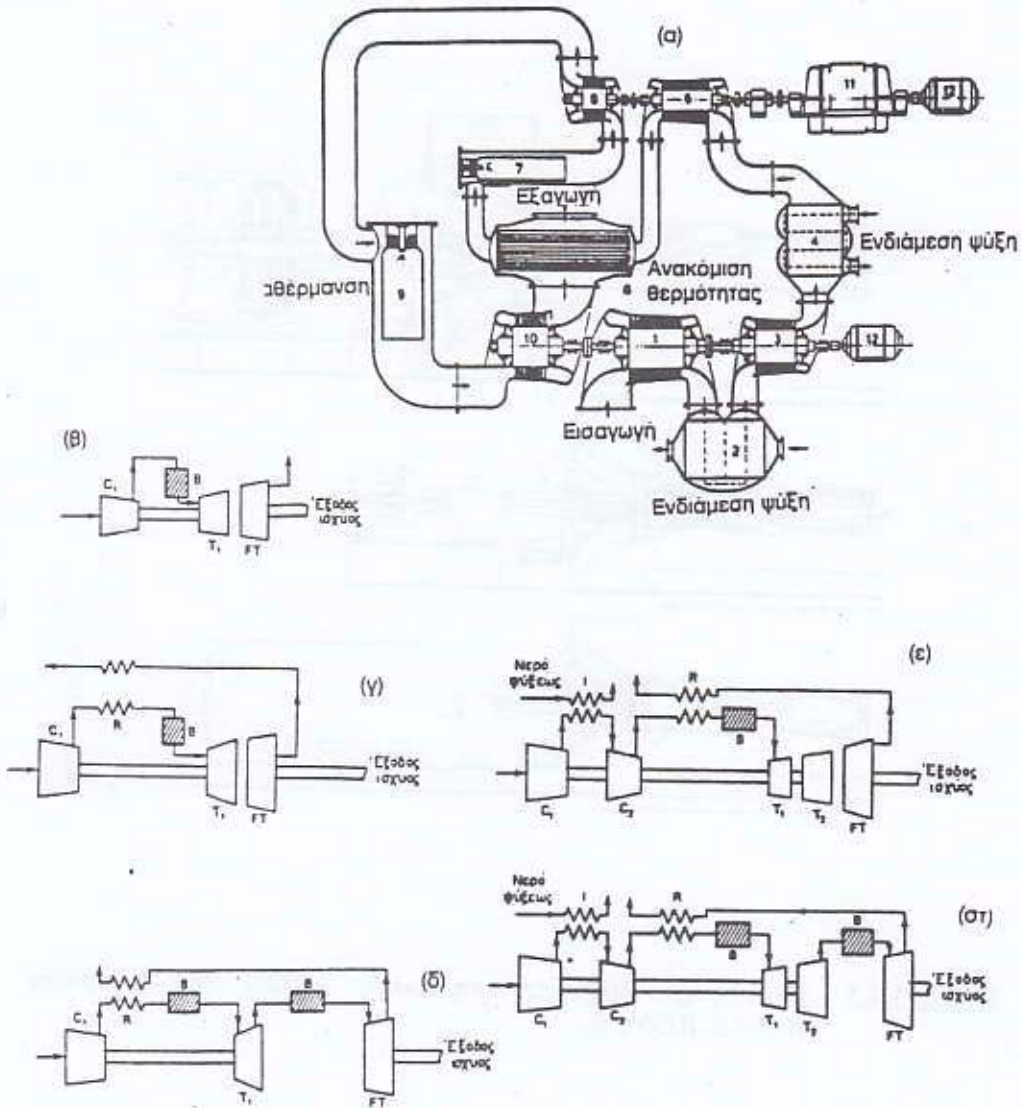
Οι τρεις διαδικασίες φαίνονται σχηματικά στο Σχήμα 1.4.4. Ο λόγος για τον οποίο εφαρμόζονται αποκλειστικά σε επίγειες εγκαταστάσεις είναι το ότι οι εναλλάκτες θερμότητας που είναι απαραίτητοι για την πραγματοποίησή τους έχουν σημαντικό όγκο και βάρος, γεγονός που καθιστά απαγορευτική τη χρήση τους σε αεροπορικούς εφαρμογές.

Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί σημαντικά οι εγκαταστάσεις συνδυασμένης παραγωγής ενέργειας, όπου μια εγκατάσταση ατμοπαραγωγής συνδυάζεται με ένα αεριοστροβίλο, με αποτέλεσμα τη βελτίωση του συνολικού βαθμού απόδοσης.

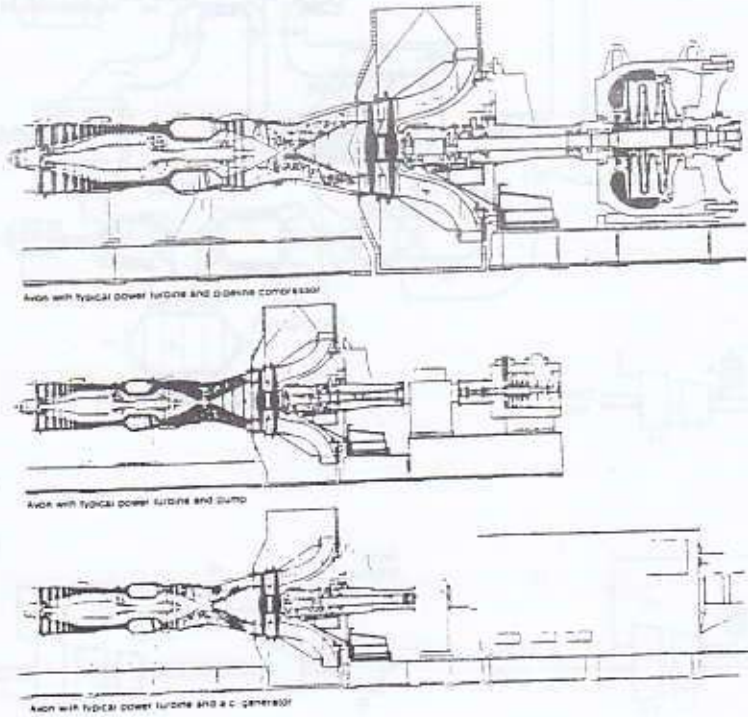
Ένα παράδειγμα βιομηχανικού αεριοστροβίλου φαίνεται στο Σχήμα 1.4.5. Πρόκειται για τη μηχανή AVON της εταιρίας ROLLS-ROYCE. Είναι μηχανή διδύμων ατράκτων παράγωγος αεροπορικής, με ισχύ εξόδου της τάξης των 15 MW. Στο σχήμα φαίνονται τρεις δυνατές χρήσεις της μηχανής δηλαδή για κίνηση συμπιεστή μεταφοράς αερίου, αντλίας υγρών και ηλεκτρογεννήτριας.

Για να γίνει αντιληπτή η φυσική εικόνα και το μέγεθος ενός αεριοστροβίλου, παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.4.6 η εικόνα του στροφείου του αεριοστροβίλου V64 της εταιρίας SIEMENS, κατά τη φάση των

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Σχήμα 1.4.4 Διατάξεις αεριοστρόβιλων για βελτίωση του βαθμού απόδοσης. (α) αεριοστρόβιλος δύο αξόνων με ενδιάμεση ψύξη, ανακόμιση θερμότητας και αναθέρμανση, (β) απλή διάταξη με στρόβιλο ισχύος, (γ) ανακόμιση θερμότητας, (δ) ανακόμιση θερμότητας και αναθέρμανση, (ε) ανακόμιση θερμότητας και ενδιάμεση ψύξη και (στ) ανακόμιση θερμότητας ενδιάμεση ψύξη και αναθέρμανση.



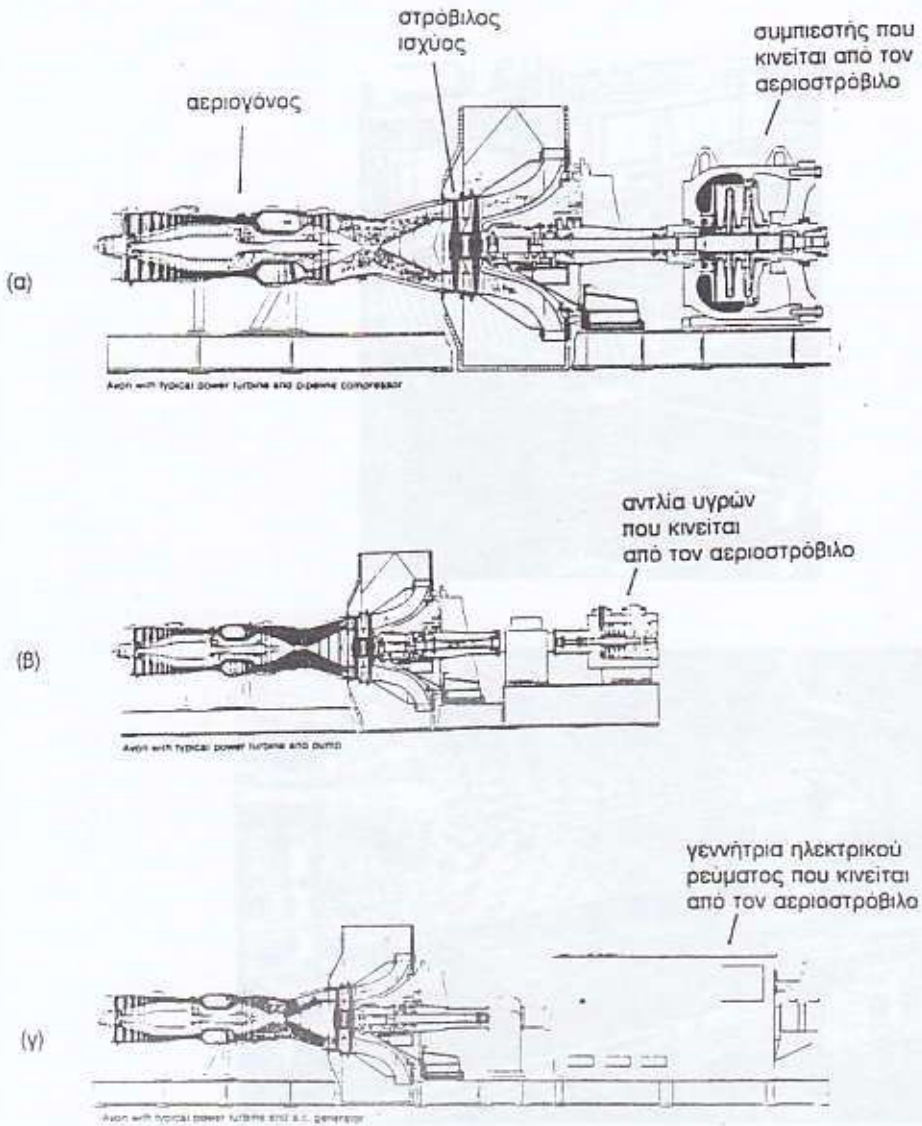
Σχήμα 1.4.5 Ο βιομηχανικός αεροστροβίλος AVON της εταιρείας ROLLS-ROYCE.

τελικών καταργασιών πριν από τη συναρμολόγηση. Φαίνονται τα τμήματα και οι κινητές πτερυγώσεις του πολυβάθμιου αξονικού συμπιεστή και του στροβίλου. Η μηχανή αυτή είναι ισχύος 65 MW.

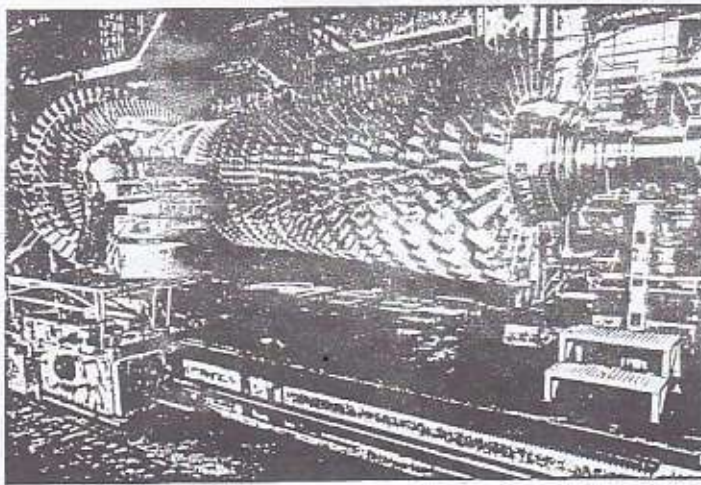
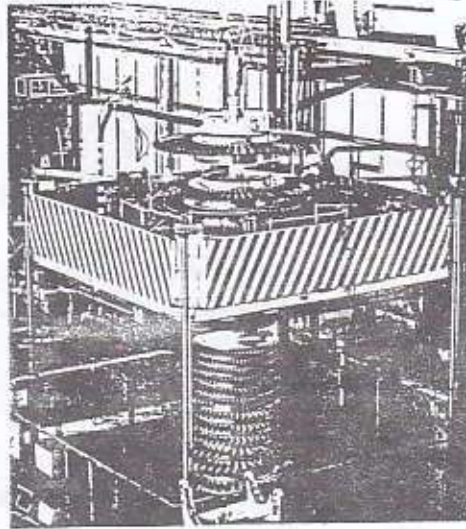
1.5. ΣΤΡΟΒΙΛΟΑΝΤΙΔΡΑΣΤΗΡΕΣ

Οι στροβιλοαντιδραστήρες κατασκευάζονται επίσης σε διάφορες διατάξεις. Εδώ δε θα αναφέρουμε συγκεκριμένα τους λόγους για τους

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

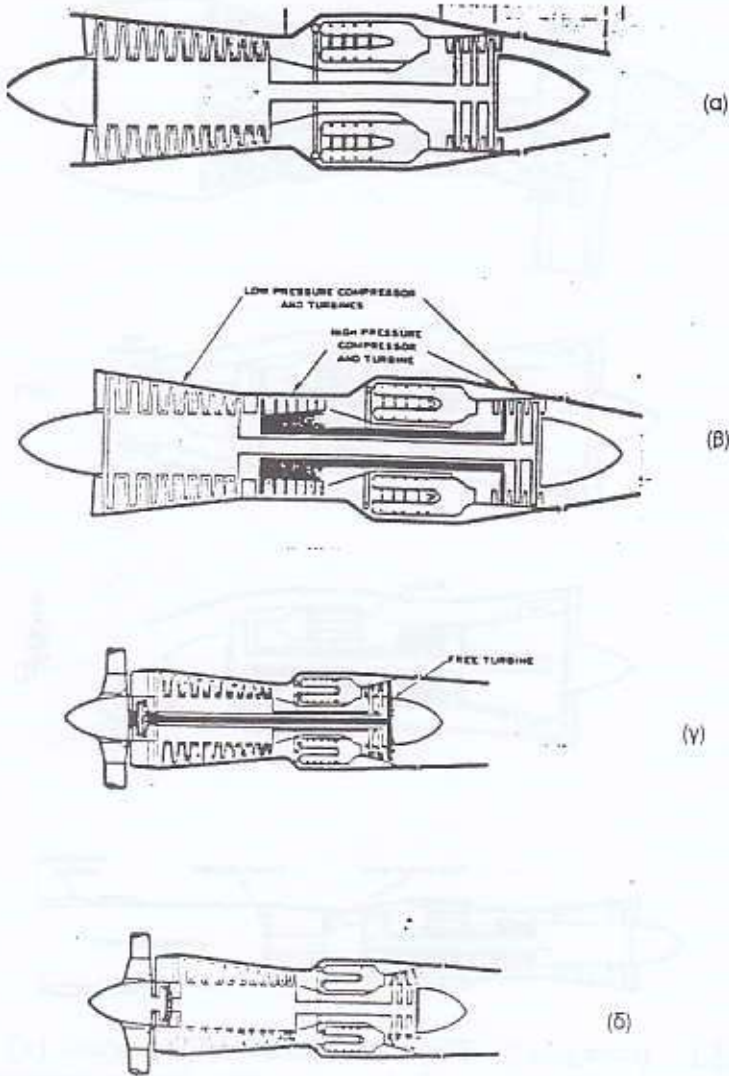


Σχήμα 1.4.5 (συνέχεια). Τρεις δυνατές χρήσεις του AVON (α) κίνηση συμπιεστή μεταφοράς αερίου, (β) κίνηση αντλίας υγρών και (γ) κίνηση ηλεκτρικής γεννήτριας.



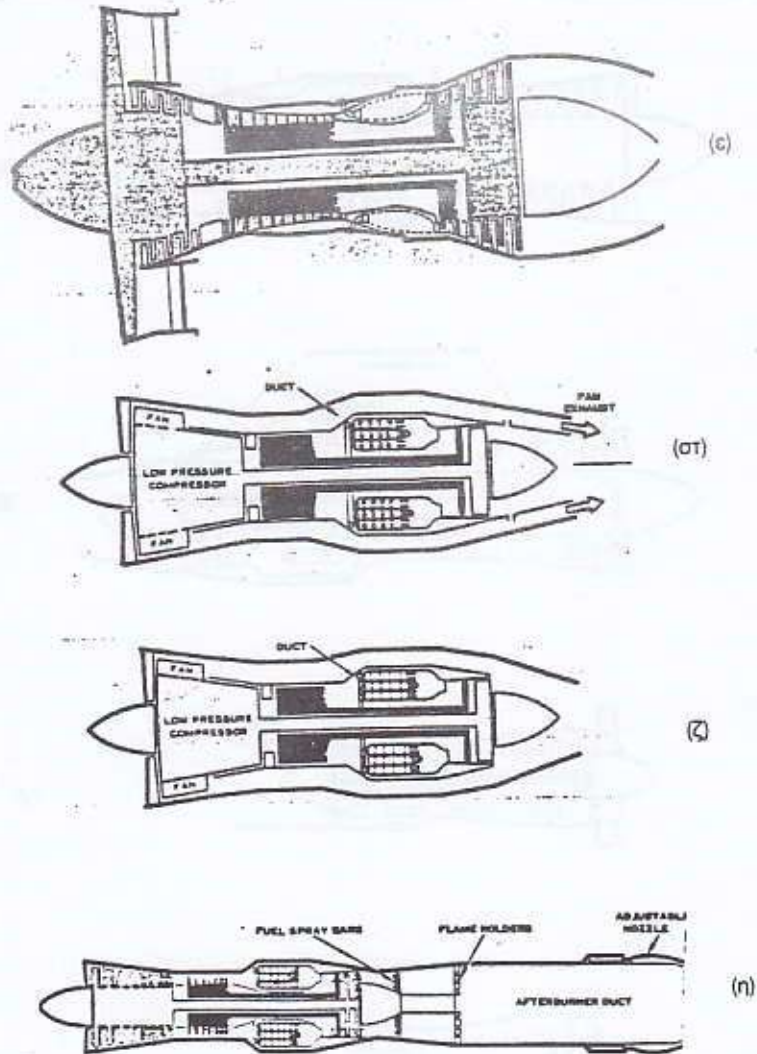
Σχήμα 1.4.6 Το στροφέιο του αεριοστροβίλου V64 της εταιρείας SIEMENS κατά τη φάση των τελικών κατεργασιών πριν από τη συναρμολόγηση.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Σχήμα 1.5.1 Τύποι στροβιλοαντιδραστήρων. (α) στροβιλοαντιδραστήρας απλού ρεύματος, απλού άξονος (single spool turbojet), (β) στροβιλοαντιδραστήρας απλού ρεύματος, διπλού άξονος (twin spool turbojet), (γ) ελικοφόρος στροβιλοαντιδραστήρας με στρόβιλο ισχύος (free turbine propeller drive turbojet), (δ) ελικοφόρος στροβιλοαντιδραστήρας απλής ατράκτου (direct propeller drive turbojet).

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Σχήμα 1.5.1 (συνέχεια). Τύποι στροβιλοαντιδραστήρων. (ε) στροβιλοαντιδραστήρας διπλού ρεύματος διπλής ατράκτου, χωρίς ανάμιξη, μεγάλος λόγος παράκαμψης (twin spool turbofan, high bypass ratio), (στ) στροβιλοαντιδραστήρας διπλού ρεύματος, διπλής ατράκτου, χωρίς ανάμιξη, μικρός λόγος παράκαμψης, (ζ) στροβιλοαντιδραστήρας διπλού ρεύματος, διπλής ατράκτου με ανάμιξη (mixed exhaust) και (η) στροβιλοαντιδραστήρας απλού ρεύματος, διπλής ατράκτου με μετάκαυση (afterburner).

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

οποίους έχουν προκύψει οι διάφορες διατάξεις, αλλά απλά θα τις παραθέσουμε συνοπτικά. Πάντως, στις εφαρμογές, το κύριο κριτήριο είναι το είδος αεροσκάφους που πρέπει να προωθηθεί (επιβατικό, μαχητικό, μεγάλης ή μικρής εμβέλειας κ.ά.).

Διάφοροι τύποι αεριοστροβίλων που χρησιμοποιούνται στην πρόωση αεροσκαφών φαίνονται στο Σχήμα 1.5.1. Η διάκριση τους μπορεί να γίνει σε τρεις γενικές κατηγορίες:

1. Στροβιλοαντιδραστήρες απλού ρεύματος (turbojet)
2. Ελικοφόροι στροβιλοαντιδραστήρες (turboprop)
3. Στροβιλοαντιδραστήρες διπλού ρεύματος (turbofan)

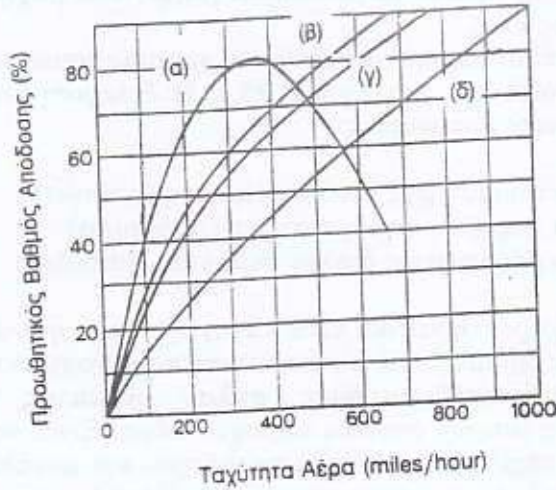
Τα γενικά χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας και η αντίστοιχη εφαρμογή στην πρόωση ορισμένου τύπου αεροσκάφους συνοψίζονται παρακάτω.

Οι στροβιλοαντιδραστήρες απλού ρεύματος επιτυγχάνουν μεγάλη επιτάχυνση μικρών σχετικά παροχών αέρα. Είναι κατάλληλοι για πτήσεις μεγάλης ταχύτητας, μεγάλου υψομέτρου και μεγάλης εμβέλειας. Για το λόγο αυτό είναι περισσότερο κατάλληλοι για τα μαχητικά αεροσκάφη.

Οι ελικοφόροι στροβιλοαντιδραστήρες επιτυγχάνουν μικρή επιτάχυνση μεγάλων μαζών αέρα. Έχουν καλή προωστική απόδοση σε μικρά ύψη και μικρές ταχύτητες πτήσης. Είναι κατάλληλοι για γρήγορη απογείωση (χρησιμοποιώντας μικρούς διαδρόμους) με μεγάλα φορτία λόγω του ότι αναπτύσσουν μεγάλη ωστική δύναμη σε μικρές ταχύτητες.

Οι στροβιλοαντιδραστήρες διπλού ρεύματος επιτυγχάνουν ένα συνδυασμό των πλεονεκτημάτων του απλού στροβιλοαντιδραστήρα και του ελικοφόρου. Μάλιστα δε, μπορεί να προσεγγίσουν περισσότερο τον ένα τρόπο λειτουργίας ή τον άλλο, με μεταβολή του λόγου παράκαμψης. Ο λόγος παράκαμψης (by-pass ratio) B ορίζεται ως το πηλίκο της παροχής μάζας αέρα \dot{m}_c που διοχετεύεται στον αγωγό παράκαμψης (ψυχρό τμήμα) προς αυτή που περνά από το κυρίως σώμα του κινητήρα μέσω του συμπιεστή \dot{m}_h (θερμό τμήμα): $B = \dot{m}_c / \dot{m}_h$

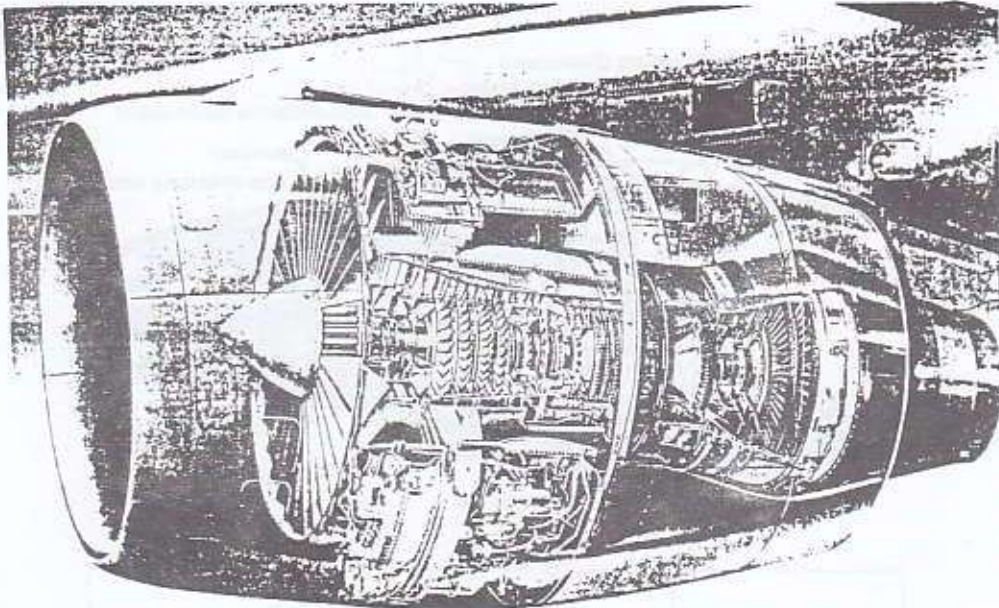
Μεταφορικά υποηχητικά αεροσκάφη μεγάλης εμβέλειας, στα οποία η ειδική κατανάλωση πρέπει να κρατηθεί χαμηλά, χρησιμοποιούν B στο διάστημα 4 ως 6. Μικρής εμβέλειας αεροσκάφη μπορούν να λειτουργούν και με B της τάξης του 2 ως 3. Τέλος, μαχητικά αεροσκάφη με δυνατότητα υπερηχητικής πτήσης και σχετικά καλή ειδική κατανάλωση καυσίμου για υποηχητική πτήση μπορεί να έχουν B της τάξης του 1. Στο Σχήμα 1.5.2 σχεδιάζεται ο προωθητικός βαθμός απόδοσης ενός αεροσκάφους που χρησιμοποιεί για την πρόωσή του διαφορετικούς τύπους στροβιλοαντιδραστήρα. Για ταχύτητες αεροσκαφών μικρότερες των 450



Σχήμα 1.5.2 Ο προωθητικός βαθμός απόδοσης συναρτήσει της ταχύτητας του αέρα για (α) ελικοφόρο στροβιλοαντιδραστήρα, (β) στροβιλοαντιδραστήρα διπλού ρεύματος με υψηλό λόγο παράκαμψης, (γ) στροβιλοαντιδραστήρα διπλού ρεύματος με χαμηλό λόγο παράκαμψης και δ) στροβιλοαντιδραστήρα απλού ρεύματος.

μιλίων/ώρα, ο στροβιλοαντιδραστήρας απλού ρεύματος έχει αισθητά χαμηλότερο προωθητικό βαθμό απόδοσης από τον ελικοφόρο στροβιλοαντιδραστήρα. Αντίθετα, ο στροβιλοαντιδραστήρας απλού ρεύματος παρουσιάζεται περισσότερο κατάλληλος για τις υψηλότερες ταχύτητες. Στις τελευταίες, και συγκεκριμένα για ταχύτητες μεγαλύτερες των 350 μιλίων/ώρα, οι διαταραχές της ροής που οφείλονται στις μεγάλες ταχύτητες των ακροπερυγίων της έλικας μειώνουν δραματικά το βαθμό απόδοσής της. Στο Σχήμα 1.5.2 παρουσιάζεται η αντίστοιχη συμπεριφορά δυο τυπικών στροβιλοαντιδραστήρων διπλού ρεύματος με μικρό ή μεγάλο λόγο παράκαμψης. Σύμφωνα με όσα αναλύθηκαν προηγουμένα, φαίνεται ότι πραγματικά συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των στροβιλοαντιδραστήρων απλού ρεύματος και των ελικοφόρων στροβιλοαντιδραστήρων με πολύ ικανοποιητικό προωθητικό βαθμό απόδοσης για ένα μεγάλο εύρος ταχυτήτων.

Όπως στους αεριοστροβίλους μηχανικής ισχύος, έτσι και στους

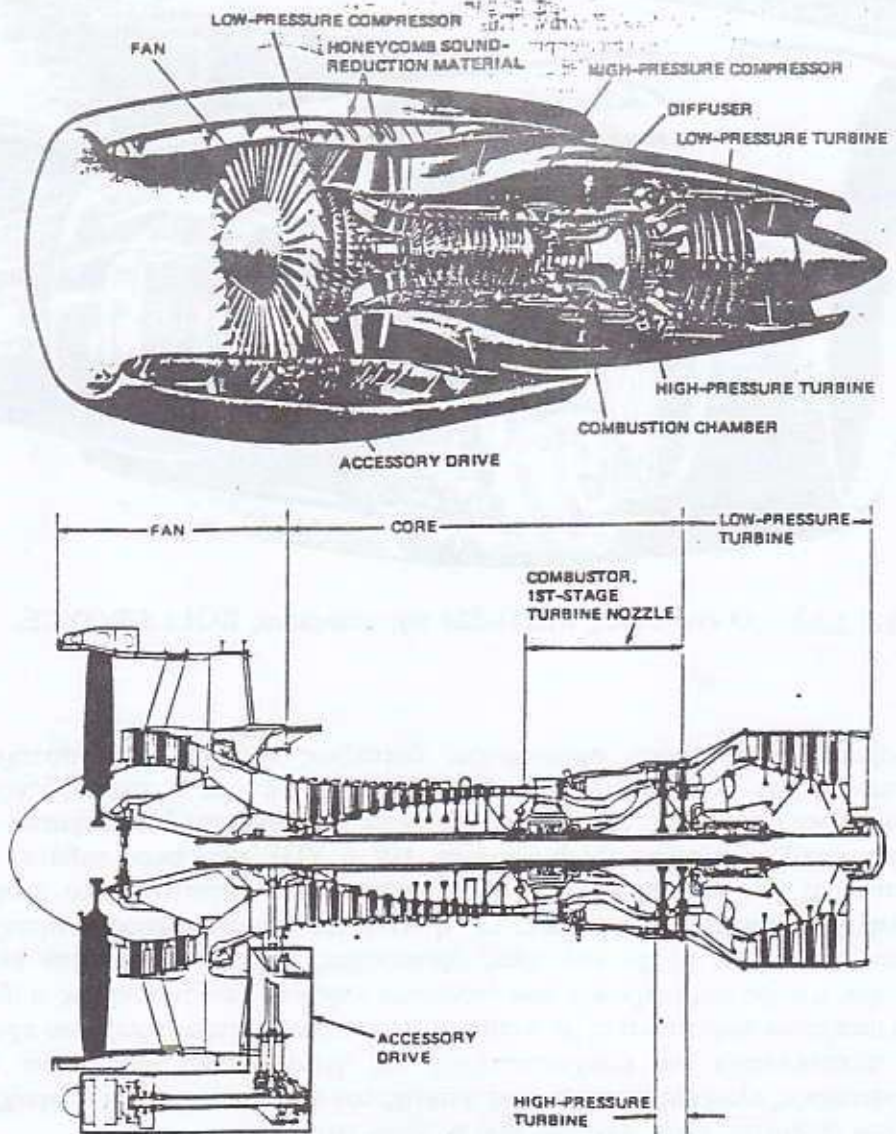


Σχήμα 1.5.3 Ο κινητήρας RB211-524 της εταιρείας ROLLS-ROYCE.

στροβιλοαντιδραστήρες συναντώνται διατάξεις ενός ή περισσότερων τυμπάνων που είναι αντίστοιχα τοποθετημένα σε μια ή περισσότερες ομόκεντρες ατράκτους. Σε τέτοιες διατάξεις διακρίνονται δύο τμήματα, το τμήμα υψηλής πίεσης (high-pressure, HP ή ΥΠ), που περιλαμβάνει το συμπιεστή και το στρόβιλο υψηλής πίεσης, και αντίστοιχα το τμήμα χαμηλής πίεσης (low-pressure, LP ή ΧΠ). Σε αεροπορικούς κινητήρες έχουν εμφανιστεί μέχρι και τρεις ομόκεντρες άτρακτοι. Από την άλλη πλευρά, η φορά περιστροφής των διαφόρων ατράκτων είναι συνήθως η ίδια, ενώ υπάρχουν περιπτώσεις με αντίθετα στρεφόμενες ατράκτους, που έχουν το πλεονέκτημα να ελαχιστοποιούν τα γυροσκοπικά φαινόμενα σε περιπτώσεις αλλαγής κατεύθυνσης πτήσης του αεροσκάφους. Οι κινητήρες διπλού ρεύματος είναι συνήθως δύο ή τριών τυμπάνων.

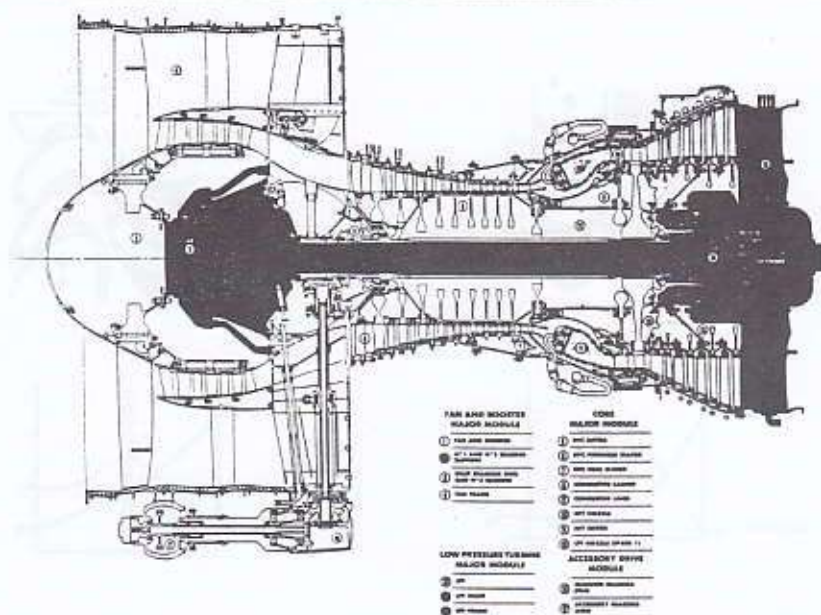
Μια προοπτική εικόνα ενός κινητήρα διπλού ρεύματος και τριών τυμπάνων φαίνεται στο Σχήμα 1.5.3. Στο σχήμα φαίνεται πώς ακριβώς είναι τοποθετημένος ο κινητήρας στο περίβλημά του (στην εικόνα αυτή το περίβλημα παρουσιάζεται ως διαφανές) κάτω από την πτέρυγα του αεροσκάφους. Ο συγκεκριμένος κινητήρας παράγει ωστική δύναμη της τάξης των 25 τόνων και κινεί μεγάλα επιβατηγά αεροσκάφη, όπως π.χ. Boeing 757, 767. Εικόνες κινητήρων παρόμοιου τύπου δίνονται επίσης στα Σχήματα 1.5.4 και 1.5.5.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Σχήμα 1.5.4 Ο στροβiloαντιδραστήρας διπλού ρεύματος (turbofan) CF6-50 της General Electric.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

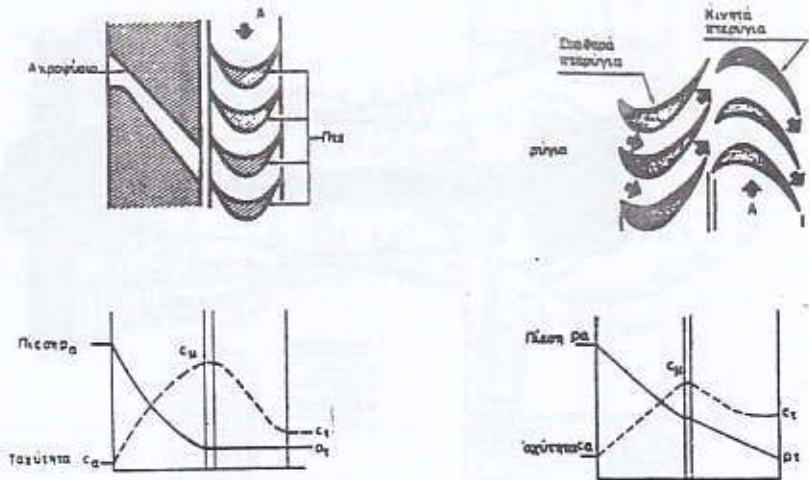


Σχήμα 1.5.5 Ο κινητήρας CFM56-3 της CFM-International που προέκυψε από τη συνεργασία της SNECMA με τη General Electric Company. Είναι τυπικός κινητήρας των αεροσκαφών Boeing 737.

1.6. ΑΤΜΟΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

Στους ατμοστροβίλους επικρατούν επίσης διαχωρισμοί με διάφορα κριτήρια. Έτσι μπορούμε να έχουμε ατμοστροβίλους αξονικής ή ακτινικής ροής. Οι ατμοστροβίλοι αξονικής ροής μπορεί να είναι απλής ροής, όταν αυτή είναι προς μία κατεύθυνση, και διπλής ροής ή αντρερροής, όταν ο ατμός εισέρχεται στο μέσο του άξονα του στροβίλου και χωρίζεται σε δύο ρεύματα με αντίθετες φορές ροής. Μπορεί επίσης να έχουμε διάταξη απλής ή διπλής ατράκτου.

Από την άλλη πλευρά, γίνεται συνήθως κάποιος διαχωρισμός των βαθμίδων στροβίλου ανάλογα με τον τύπο των κινητών πτερυγίων. Έχουμε λοιπόν τους στροβίλους δράσης (οι αντίστοιχες βαθμίδες λέγονται βαθμίδες δράσης, impulse stages), στους οποίους η συναλλαγή έργου μεταξύ του εργαζόμενου μέσου και των στρεφόμενων πτερυγίων γίνεται χωρίς μεταβολή της στατικής πίεσης του ρευστού μεταξύ της τιμής εισόδου και της τιμής εξόδου σε κάθε κινητή πτερυγίωση, αλλά μόνο με αλλαγή της κατεύθυνσης ροής του σχετικά με τα περιστρεφόμενα



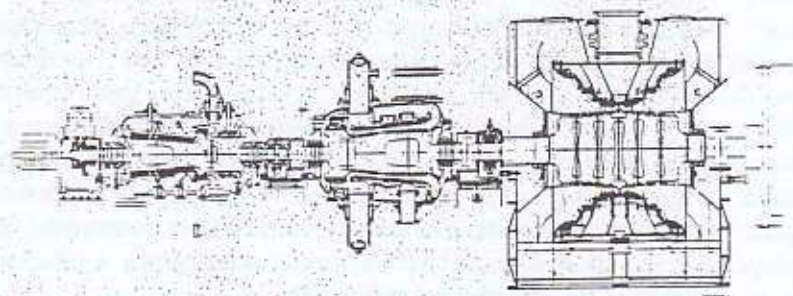
Σχήμα 1.6.1 Διάταξη βαθμίδων στροβίλου δράσης και αντίδρασης και αντίστοιχα διαγράμματα μεταβολής πίεσης κατά μήκος της βαθμίδας. Αριστερά φαίνεται μια βαθμίδα δράσης (μερικής προσβολής). Δεξιά φαίνεται μια βαθμίδα αντίδρασης.

πτερύγια. Εναλλακτικά έχουμε και τους στροβίλους αντίδρασης (οι αντίστοιχες βαθμίδες λέγονται **βαθμίδες αντίδρασης**, reaction stages), όπου η συναλλαγή έργου γίνεται με ταυτόχρονη μεταβολή της κινητικής ενέργειας και της στατικής πίεσης του ρευστού. Σχηματική παράσταση των δύο περιπτώσεων φαίνεται στο Σχήμα 1.6.1. Σε μια πολυβάθμια μηχανή έχουμε συνήθως και τα δύο είδη βαθμίδων. Εδώ θα παρατηρήσουμε ότι ο διαχωρισμός αυτός των ειδών βαθμίδων ενός στροβίλου ισχύει και στις περιπτώσεις στροβίλων αερίου, όπως θα συζητήσουμε στο αντίστοιχο κεφάλαιο. Απλά τον αναφέρουμε εδώ γιατί αποτελεί ιδιαίτερο γνώρισμα στις περιπτώσεις ατμοστροβίλων και χρησιμοποιείται συχνά για να τους χαρακτηρίσει στην πράξη. Επίσης μπορεί να έχουμε βαθμίδα στροβίλου μερικής προσβολής, στην οποία ο ατμός παρέχεται από ένα αριθμό ακροφυσίων διατεταγμένων περιφερειακά, και ολικής προσβολής, στην οποία ο ατμός παρέχεται ομοιόμορφα περιφερειακά.

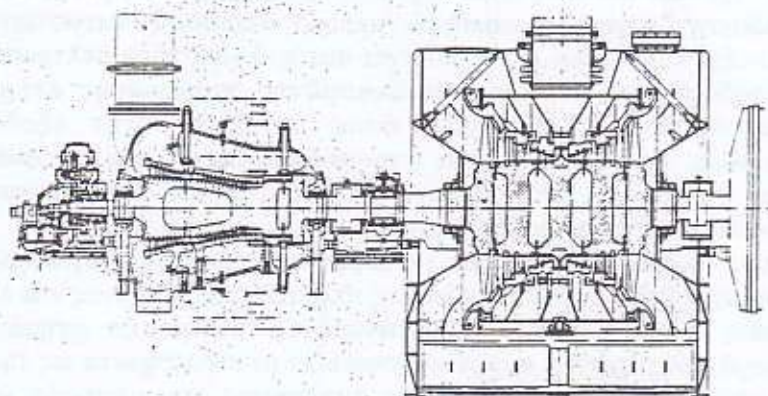
Η διάταξη ενός ατμοστροβίλου ισχύος 260 MW παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.6.2. Ο ατμοστροβικός αυτός αποτελείται από τρία χωριστά τμήματα: υψηλής πίεσης, μέσης πίεσης και χαμηλής πίεσης. Το τμήμα χαμηλής πίεσης μάλιστα είναι διπλής ροής, που όπως είπαμε ονομάζεται

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

και αντιρροή επειδή έχουμε δυο κλάδους της ροής προς αντίθετες κατευθύνσεις. Ένα άλλο παράδειγμα ατμοστρόβιλου δύο κελυφών παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.6.3.



Σχήμα 1.6.2 Διάταξη ατμοστρόβιλου ισχύος 260 MW.



Σχήμα 1.6.3 Διάταξη ατμοστρόβιλου δύο κελυφών, ισχύος 260 MW.

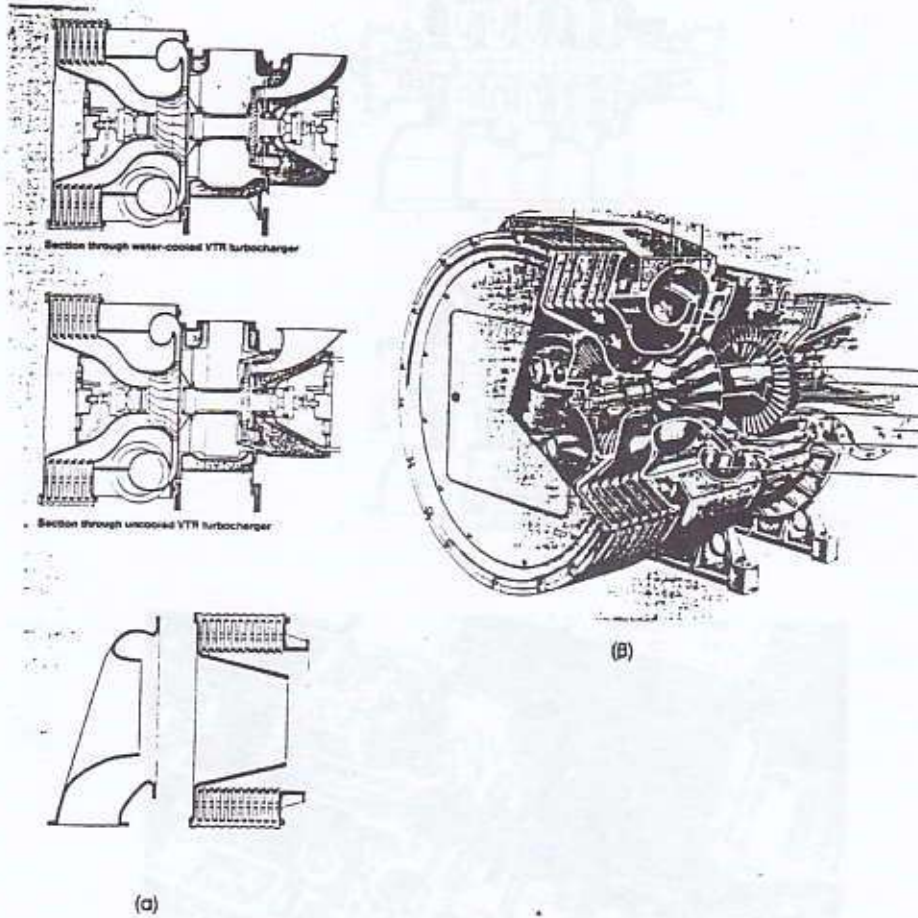
1.7. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Οι Στροβιλομηχανές βρίσκουν εφαρμογή σε πλήθος μηχανολογικών συστημάτων που σχετίζονται με την παραγωγή ενέργειας ή τη διακίνηση ρευστών. Εδώ θα δώσουμε κάποιες αντιπροσωπευτικές κατηγορίες εφαρμογών, απλά και μόνο για να δοθεί μια ιδέα του πεδίου εφαρμογών τους.

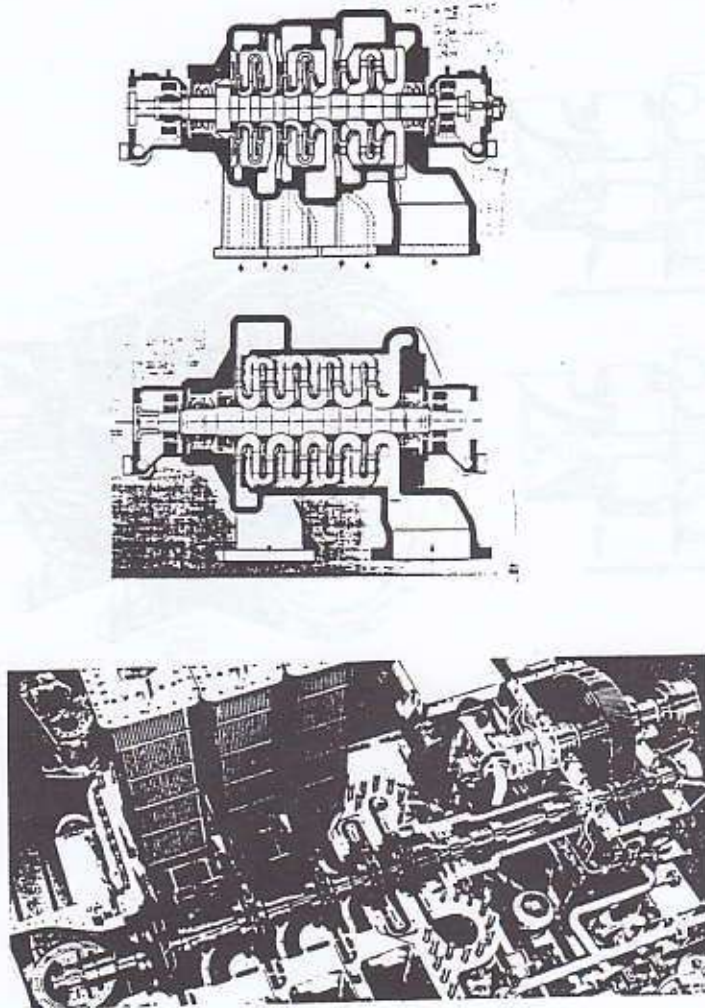
Ενας τομέας στον οποίο χρησιμοποιούνται σήμερα κατά συντριπτική πλειοψηφία στροβιλομηχανές είναι η πρόωση αεροσκαφών. Οι διάφορες παραλλαγές στροβιλοαντιδραστήρων που αναφέρθηκαν παραπάνω δίνουν τη δυνατότητα επιλογής προωθητικού συστήματος για οποιεσδήποτε απαιτήσεις, ενώ μόνο με την εισαγωγή στροβιλοαντιδραστήρων έγινε δυνατή η υπερηχητική πτήση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα σήμερα να μη χρησιμοποιούνται πλέον εμβολοφόροι αεροπορικοί κινητήρες παρά σε ένα μικρό ποσοστό αεροσκαφών, κυρίως μικρού μεγέθους. Σχεδόν όλα τα μεταφορικά αεροσκάφη καθώς και τα μαχητικά προωθούνται με στροβιλοαντιδραστήρες.

Ενας άλλος τομέας στον οποίο οι στροβιλομηχανές βρίσκουν επίσης σχεδόν αποκλειστική χρήση είναι η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς (ένα ελάχιστο ποσοστό παράγεται από μηχανές Diesel) και σταθμούς με πυρηνική ενέργεια. Εδώ χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο οι ατμοστρόβιλοι και σε πολύ μικρότερη έκταση οι αεριοστρόβιλοι. Οι αεριοστρόβιλοι υπολείπονται των ατμοστρόβιλων στην περιοχή αυτή λόγω της μειωμένης θερμικής τους απόδοσης σχετικά με τους ατμοστρόβιλους αλλά και λόγω της ανάγκης χρησιμοποίησης "ευγενούς" καυσίμου (υγρού ή αερίου). Η κατάσταση έχει κάπως αλλάξει τελευταία, αφού υπάρχει και η δυνατότητα βελτίωσης του βαθμού απόδοσης με σταθμούς συνδυασμένης παραγωγής ενέργειας (combined steam and gas cycle, όπου τα αέρια στην έξοδο του αεριοστρόβιλου χρησιμοποιούνται στην ατμόποιηση), ενώ σε ανάπτυξη βρίσκονται μέθοδοι που δίνουν τη δυνατότητα χρησιμοποίησης αεριοποιημένου άνθρακα ως καυσίμου.

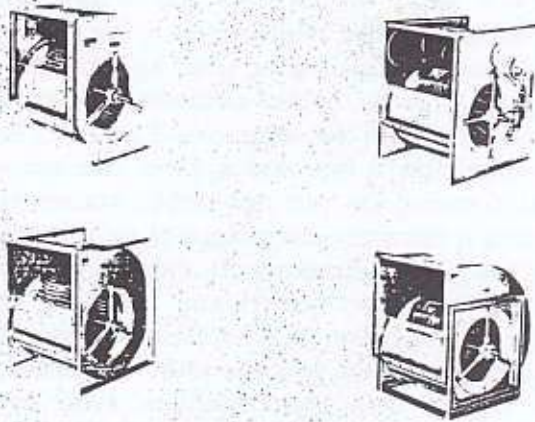
Στον τομέα των επίγειων μεταφορών η χρήση στροβιλομηχανών δεν έχει προχωρήσει πέρα από κάποιες πειραματικές μηχανές και ειδικές περιπτώσεις σχημάτων (π.χ. τεθωρακισμένα στρατιωτικά οχήματα). Η συμπεριφορά των μηχανών αυτών παρουσιάζει μειονεκτήματα ως προς τις μηχανές μετατόπισης σχετικά με τις απαιτήσεις που μπαίνουν για την κίνηση οχημάτων. Είναι πιθανό η κατάσταση αυτή στο μέλλον να αλλάξει λόγω των πλεονεκτημάτων που παρουσιάζουν οι αεριοστρόβιλοι σε θέματα μόλυνσης περιβάλλοντος ενώ αντίστοιχα βελτιώνονται οι επιδόσεις τους με την πρόοδο που σημειώνεται σε μεθόδους σχεδιασμού, ιδιότητες υλικών και συστήματα ελέγχου. Αντίθετα, στη Ναυτιλία χρησιμοποιούνται και αεριοστρόβιλοι και ατμοστρόβιλοι, συγκριτικά όμως σε πολύ μικρότερη



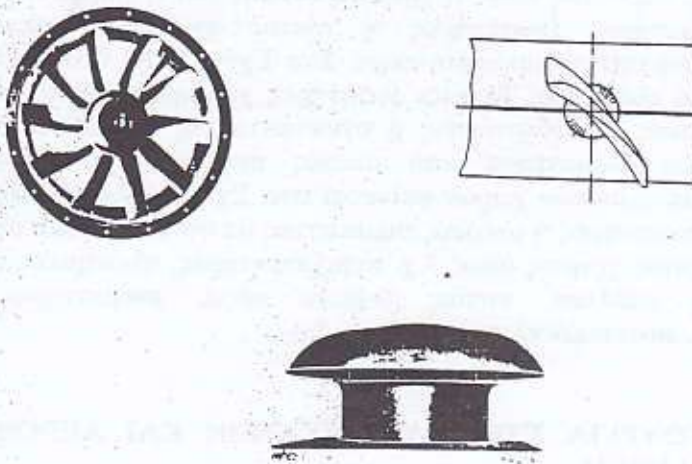
Σχήμα 1.7.1 Στροβιλοϋπερπληρωτής που αποτελείται από ακτινικό συμπιεστή και αξονικό στρόβιλο. (α) αξονικές τομές, (β) προοπτική εικόνα.



Σχήμα 1.7.2 Διατάξεις πολυβάθμιων συμπιεστών της εταιρείας Sulzer που χρησιμοποιούνται σε εργοστάσια παρασκευής νιτρικού οξέος.



Σχήμα 1.7.3 Ακτινικοί φυσητήρες SULZER για χρήση σε κλιματιστικές εγκαταστάσεις ή εγκαταστάσεις αερισμού.



Σχήμα 1.7.4 Αξονικοί ανεμιστήρες Neovent που χρησιμοποιούνται για εξαερισμό βιομηχανικών χώρων.

έκταση απότι εμβολοφόρες μηχανές.

Μια διάταξη στροβιλομηχανών που χρησιμοποιείται ευρύτατα για την αύξηση της συγκέντρωσης ισχύος και βελτίωση των επιδόσεων των εμβολοφόρων μηχανών είναι η διάταξη του στροβιλούπερπληρωτή (turbocharger). Η διάταξη αυτή περιλαμβάνει ένα στροβιλοσυμπιεστή συνδεδεμένο στο κύκλωμα αναρρόφησης μιας εμβολοφόρου, που παίρνει κίνηση από ένα στρόβιλο στον οποίο εκτονώνονται τα καυσαέρια της εξαγωγής. Μια τέτοια διάταξη φαίνεται στο Σχήμα 1.7.1. Φαίνεται μια αξονική τομή του υπερπληρωτή που αποτελείται από ακτινικό συμπιεστή και αξονικό στρόβιλο, καθώς και μια προοπτική εικόνα του. Τέλος, στο ίδιο σχήμα διακρίνεται η θέση του υπερπληρωτή σε μια μηχανή Diesel.

Στροβιλομηχανές χρησιμοποιούνται επίσης εκτεταμένα από την Χημική βιομηχανία είτε ως κινητήριες μηχανές, είτε για την πραγματοποίηση διεργασιών που περιλαμβάνουν αέρια υπό πίεση. Οι αγωγοί μεταφοράς φυσικού αερίου χρησιμοποιούν στροβιλοσυμπιεστές για την διακίνηση του αερίου ενώ αεριοστρόβιλοι είναι σχεδόν πάντα οι κινητήριες μηχανές των συμπιεστών αυτών. Στις εξέδρες άντλησης πετρελαίου χρησιμοποιούνται εκτενώς οι αεριοστρόβιλοι. Διατάξεις τέτοιων πολυβάθμιων συμπιεστών που χρησιμοποιούνται σε εργοστάσια παρασκευής νιτρικού οξέος φαίνονται στο Σχήμα 1.7.2.

Στροβιλοσυμπιεστές συναντώνται σε πάρα πολλές μηχανολογικές εγκαταστάσεις στις οποίες υπάρχει ανάγκη παροχής ενός αερίου υπό πίεση. Τέλος, ευρύτατη είναι η χρησιμοποίηση των στροβιλοσυμπιεστών χαμηλής ταχύτητας (φουσητήρες ή ανεμιστήρες) σε οποιαδήποτε περίπτωση απαιτείται διακίνηση αέρα. Στο Σχήμα 1.7.3 δίνεται η εικόνα ενός ακτινικού φουσητήρα. Τέτοιοι φουσητήρες χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε κλιματιστικές εγκαταστάσεις ή εγκαταστάσεις αερισμού. Η εικόνα ενός αξονικού ανεμιστήρα από αυτούς που χρησιμοποιούνται για εξαερισμό βιομηχανικών χώρων φαίνεται στο Σχήμα 1.7.4. Ας σημειωθεί, τέλος, ότι ανεμιστήρες ή μικρούς συμπιεστές θα συναντήσουμε σε πολλές συσκευές ευρείας χρήσης όπως λ.χ. απορροφητήρες, ηλεκτρικές σκούπες, στεγνωτήρες μαλλιών, εστίες θερμού αέρα, ανεμιστήρες ψύξης ηλεκτρονικών συσκευών κλπ.

1.8. ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΘΕΡΜΟ-ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Η μελέτη της λειτουργίας μιας Στροβιλομηχανής ασχολείται με τη μελέτη του τρόπου με τον οποίο συντελούνται οι διεργασίες αλληλεπίδρασης του εργαζόμενου ρευστού μέσου με τα μηχανικά μέρη της μηχανής, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η επιθυμητή συναλλαγή έργου με το βέλτιστο κατά περίπτωση τρόπο. Για το σκοπό αυτό ακολουθούνται διάφορα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

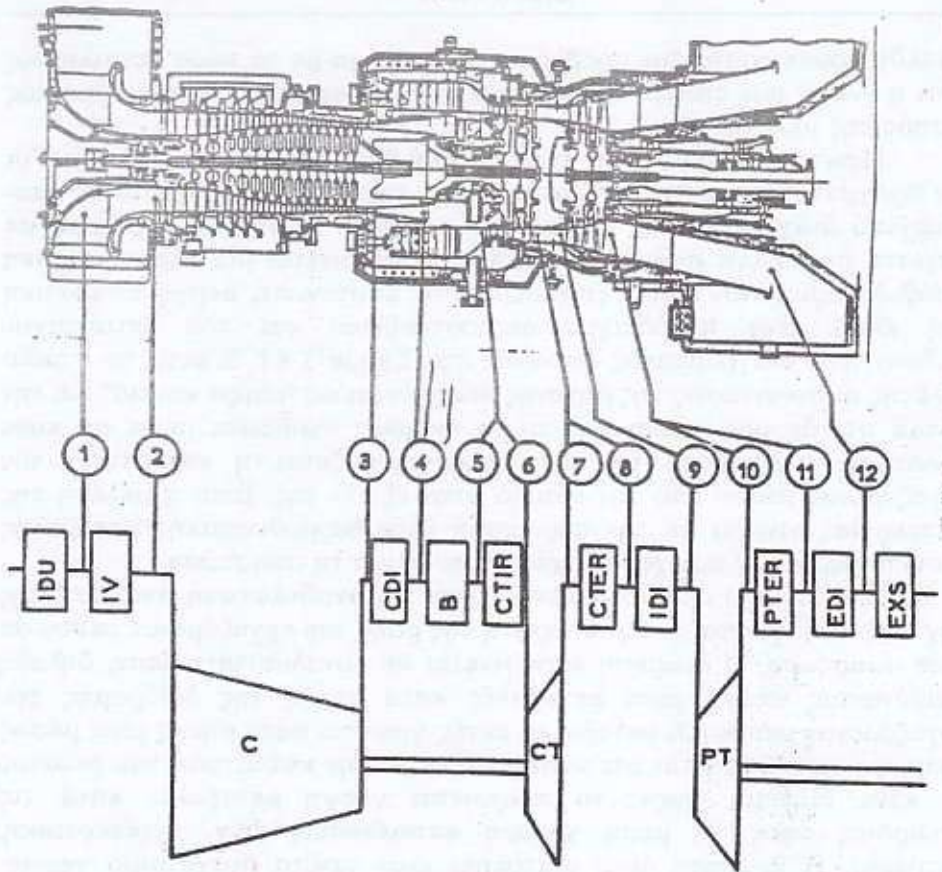
επίπεδα προσέγγισης του προβλήματος, ανάλογα με το πόσο λεπτομερής είναι η γνώση που επιθυμούμε να αποκτήσουμε και ποιός είναι ο βασικός σκοπός της μελέτης.

Πρώτο στάδιο μελέτης είναι η απλή θερμοδυναμική ανάλυση. Για την πραγματοποίηση της ανάλυσης αυτής καταστρώνεται πρώτα το λειτουργικό διάγραμμα της υπό μελέτη μηχανής. Η μηχανή χωρίζεται σε τμήματα σε καθένα από τα οποία πραγματοποιείται μια θερμοδυναμική μεταβολή ορισμένου είδους (π.χ. συμπίεση, αποτόνωση, άεργη αδιαβατική ροή κλπ.). Ένα παράδειγμα αεριοστροβίλου και του αντίστοιχου λειτουργικού διαγράμματος φαίνεται στο Σχήμα 1.8.1. Σ' αυτό το στάδιο μελέτης οι συνιστώσες της μηχανής θεωρούνται ως "μαύρα κουτιά", με την έννοια ότι δε μας απασχολεί το τί ακριβώς συμβαίνει μέσα σε κάθε συνιστώσα αλλά μόνο το πώς μετασχηματίζεται η κατάσταση του εργαζόμενου μέσου από την είσοδο στην έξοδό της. Έτσι η μελέτη της λειτουργίας γίνεται με την περιγραφή κάθε θερμοδυναμικής μεταβολής μέσω παραμέτρων που χαρακτηρίζουν συνολικά τη συνιστώσα.

Το δεύτερο στάδιο μελέτης είναι η μονοδιάστατη ανάλυση της μηχανής. Εδώ γίνεται πλέον θεώρηση της ροής του εργαζόμενου μέσου σε κάθε συνιστώσα. Η θεώρηση αυτή γίνεται σε μονοδιάστατη βάση, δηλαδή λαμβάνοντας υπόψη μόνο μεταβολές κατά μήκος της διαδρομής του εργαζόμενου μέσου. Οι μεταβολές αυτές γίνονται κατά μήκος μιας μέσης γραμμής, που θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει την κατάσταση του ρευστού σε κάθε διατομή, χωρίς να παίρνονται υπόψη μεταβολές κατά τις εγκάρσιες προς τη μέση γραμμή κατευθύνσεις (π.χ. περιφερειακή, ακτινική). Η θεώρηση αυτή επιτρέπει έναν πρώτο συσχετισμό γεωμετρικών στοιχείων της ροής (π.χ. διατομή, γωνίες) με την αλλαγή της κατάστασης του ρευστού που πραγματοποιεί η κάθε συνιστώσα. Από αυτή την άποψη, με τη μονοδιάστατη ανάλυση γίνεται το πρώτο βήμα για να περιγραφεί η λειτουργία των συνιστωσών - "μαύρων κουτιών" που αναφέραμε παραπάνω. Ας σημειωθεί ότι η μονοδιάστατη ανάλυση επιτρέπει την ερμηνεία της λειτουργίας των συνιστωσών και της γεωμετρικής τους διάταξης. Η πληροφορία που παρέχει είναι ήδη αρκετά ακριβής, με αποτέλεσμα το επίπεδο αυτό ανάλυσης να είναι αρκετό για πλήθος πρακτικών εφαρμογών.

Το τελευταίο στάδιο ανάλυσης περιλαμβάνει την πλήρη θεώρηση της ροής διά μέσου των συνιστωσών. Επιτρέπει δηλαδή τη λεπτομερή περιγραφή του πεδίου ροής διά μέσου κάθε συνιστώσας, ως συνάρτηση της γεωμετρίας της. Και εδώ υπάρχουν διάφορα επίπεδα προσέγγισης, που είναι κατάλληλα για συγκεκριμένους τύπους μηχανών. Μπορεί π.χ. η ροή να θεωρηθεί διδιάστατη, ψευδο-τριδιάστατη, πλήρως τριδιάστατη κλπ.

Τα κεφάλαια που ακολουθούν αναφέρονται στα δύο πρώτα στάδια μελέτης, με σκοπό να περιγραφούν οι βασικές αρχές και τρόποι μελέτης των διαφόρων τύπων Στροβιλομηχανών αλλά και να δοθούν οι βασικές



Σχήμα 1.8.1 Αεριοστρόβιλος με στρόβιλο ισχύος και το αντίστοιχο λειτουργικό διάγραμμα.

IDU	: αγωγός εισόδου
IV	: κέλυφος εισόδου
C	: συμπιεστής
CDI	: διαχύτης εξόδου συμπιεστή
B	: θάλαμος καύσης
CTIR	: αναμίκτης εισόδου στροβίλου αεριογόνου
CT	: στρόβιλος αεριογόνου
IDI	: ενδιάμεσος διαχύτης στροβίλου
PT	: στρόβιλος ισχύος
PTER	: αναμίκτης εξόδου στροβίλου
EDI	: διαχύτης εξόδου

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

εξισώσεις που επιτρέπουν την ανάλυση ή το σχεδιασμό συνιστωσών στροβιλομηχανών, με βάση τη μονοδιάστατη θεώρηση.

Δεδομένου ότι η συναλλαγή ενέργειας πραγματοποιείται με μεταβολές της κατάστασης του ρευστού που διαρρέει μια μηχανή, για τη μελέτη των στροβιλομηχανών χρησιμοποιούνται οι νόμοι της θερμοδυναμικής και της μηχανικής των ρευστών που περιγράφουν τέτοιες μεταβολές κατάστασης. Πριν λοιπόν παρουσιαστούν οι αρχές λειτουργίας των στροβιλομηχανών, παρουσιάζεται μια σύνοψη των αρχών της θερμοδυναμικής και ρευστομηχανικής που χρησιμοποιούνται στην παραπέρα μελέτη. Η παρουσίαση αυτή είναι προσανατολισμένη προς τις ιδιαιτερότητες των θερμοδυναμικών μεταβολών και της ροής μέσα σε στροβιλομηχανές.

2. ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Σκοπός του Κεφαλαίου αυτού είναι να συνοψίσει γνωστές βασικές έννοιες από το μάθημα της Θερμοδυναμικής, παρουσιάζοντάς τις στη μορφή εκείνη που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της ροής στις θερμικές στροβιλομηχανές. Σε συνδυασμό με το Κεφάλαιο 3 παρέχει το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο για την κατανόηση των φαινομένων που σχετίζονται με τη ροή του εργαζόμενου μέσου στις θερμικές στροβιλομηχανές.

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Στην ανάλυση που ακολουθεί θα χρησιμοποιήσουμε την έννοια του συστήματος για να περιγράψουμε το σύνολο ή ένα μέρος μιας μελετούμενης μηχανής. Γνωρίζουμε από τη Θερμοδυναμική ότι ένα σύστημα που περιλαμβάνει συγκεκριμένη και σταθερή μάζα και στο οποίο επιτρέπονται μόνο συναλλαγές ενέργειας (έργου ή θερμότητας) με το περιβάλλον, αποτελεί ένα κλειστό σύστημα. Τα όρια του κλειστού συστήματος μπορεί να κινούνται, ο δε όγκος του είναι δυνατό να μεταβάλλεται. Σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό του από τη Μηχανική των Ρευστών, ένα στοιχείο ρευστού αποτελεί ένα στοιχειώδες κλειστό σύστημα το οποίο κινείται ακολουθώντας τροχιές του πεδίου ροής.

Αντίθετα, ένα σύστημα στο οποίο επιτρέπεται οποιαδήποτε συναλλαγή ενέργειας και μάζας με το περιβάλλον ορίζεται ως ανοικτό σύστημα ή σύστημα ροής. Στα ανοικτά συστήματα, οι υπολογισμοί

πραγματοποιούνται ορίζοντας έναν όγκο αναφοράς ή ελέγχου, με καθορισμένα όρια στο χώρο, το σύνολο ή τμήμα των οποίων διαρρέει εισερχόμενη ή εξερχόμενη μάζα του εργαζόμενου μέσου. Στο ανοικτό σύστημα είναι δυνατός ο υπολογισμός της ενεργειακής συναλλαγής του συστήματος με το περιβάλλον χωρίς να είναι απαραίτητη η πλήρης γνώση των επιμέρους διεργασιών που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό του όγκου ελέγχου.

Η μελέτη της ροής στις στροβιλομηχανές (π.χ. στον ίδιο το συμπιεστή ή το στρόβιλο ή έναν αγωγό) πραγματοποιείται συνήθως με τη θεώρηση ανοικτού συστήματος. Η θεώρηση αυτή είναι κατάλληλη λόγω της φύσης των μεταβολών που συμβαίνουν μέσα σε μια στροβιλομηχανή, όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή. Ειδικότερα, το γεγονός ότι οι αλλαγές κατάστασης μιας μάζας ρευστού συμβαίνουν συνεχώς κατά την κίνησή του διά μέσου της μηχανής συνεπάγεται ότι στις διάφορες θέσεις της μηχανής έχουμε μακροσκοπικά σταθερές ιδιότητες του εργαζόμενου μέσου. Έτσι, ορίζοντας ένα συγκεκριμένο όγκο αναφοράς, στα όριά του επικρατούν εν γένει συγκεκριμένες σταθερές συνθήκες.

Η λειτουργία μιας στροβιλομηχανής είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη μεταβολή του ενεργειακού επιπέδου του εργαζόμενου μέσου. Έτσι, σε ένα συμπιεστή, η ροή του εργαζόμενου μέσου υφίσταται μια συνήθως αδιαβατική μεταβολή και η ενέργεια του ρευστού αυξάνεται από τη μηχανική ενέργεια που δαπανάται για την περιστροφή της μηχανής. Στο στρόβιλο, μέσω μιας διεργασίας που επίσης μπορεί να θεωρηθεί ως αδιαβατική, το ενεργειακό επίπεδο του εργαζόμενου μέσου μειώνεται, με αποτέλεσμα την παραγωγή μηχανικού έργου που αποδίδεται στον άξονα της μηχανής.

Στην ανάλυση που ακολουθεί γίνεται η σύμβαση ότι το έργο ή η θερμότητα που προσδίδονται στο μελετούμενο σύστημα θεωρούνται θετικά, ενώ όταν αυτά απάγονται από το σύστημα θεωρούνται αρνητικά. Η σύμβαση αυτή θα ισχύει σε όλη την ανάπτυξη που ακολουθεί, εκτός εάν κάπου επιστημανθεί διαφορετικά.

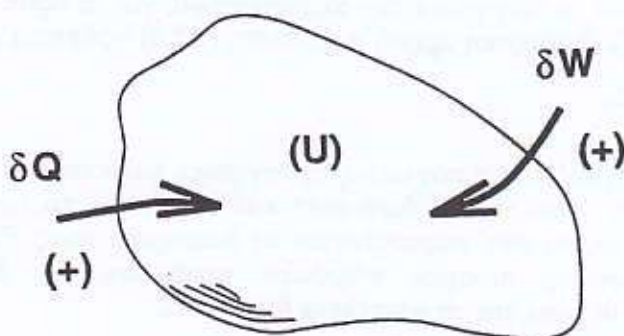
2.2. ΤΟ ΠΡΩΤΟ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΛΕΙΩΜΑ ΓΙΑ ΚΛΕΙΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Με τους παραπάνω ορισμούς και παραδοχές, το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα, το οποίο αποτελεί έκφραση κοινής εμπειρίας και αποτέλεσμα πειραμάτων, χωρίς να έχει αποδειχθεί με αυστηρό τρόπο, μπορεί να διατυπωθεί για ένα κλειστό σύστημα σε ηρεμία ως εξής:

"Για ένα δεδομένο κλειστό σύστημα σε ηρεμία, το αλγεβρικό άθροισμα της θερμότητας που προσδίδεται σε

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

αυτό ή απάγεται από αυτό και του έργου που παράγεται ή δαπανάται, κατά τη διάρκεια μίας διεργασίας, ισούται με τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος."



Σχήμα 2.2.1 Ισολογισμός ενέργειας σε κλειστό κύκλωμα.

Ετσι, για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα δt , ένα κλειστό σύστημα μάζας m σε ηρεμία, που υπόκειται στις συναλλαγές θερμότητας δQ και έργου δW που παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.2.1, το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα διατυπώνεται ως

$$\delta Q + \delta W = \delta U \quad (2.2.1)$$

όπου δU είναι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του κλειστού συστήματος. Αν έργο και θερμότητα αναχθούν στη μονάδα μάζας του συστήματος, τότε το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα γράφεται στη μορφή

$$\delta q + \delta w = \delta u \quad (2.2.2)$$

όπου u είναι η ειδική εσωτερική ενέργεια (specific internal energy)

$$u = U / m \quad (2.2.3)$$

και

$$\delta q = \frac{\delta Q}{m} \quad , \quad \delta w = \frac{\delta W}{m} \quad (2.2.4)$$

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Η ειδική εσωτερική ενέργεια είναι ιδιότητα ενός υλικού και εξαρτάται από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται αυτό, ανεξάρτητα από τον τρόπο που έγινε η μετάβαση στην κατάσταση αυτή. Ως καταστατικό μέγεθος είναι τέλειο διαφορικό. Αντίθετα, οι ποσότητες dq και dw εξαρτώνται από τη διεργασία που ακολουθήθηκε για να προκύψει η τελική κατάσταση. Σε διαφορική μορφή η εξίσωση (2.2.2) γράφεται και ως

$$dq + dw = du \quad (2.2.5)$$

Από τη συζήτηση που μόλις προηγήθηκε φαίνεται ότι οι ποσότητες dq και dw δεν είναι τέλεια διαφορικά και συνήθως αυτό τονίζεται με το διαφορετικό τρόπο που παριστάνεται το διαφορικό τους. Εδώ όμως, για λόγους αποφυγής ορισμού επιπλέον συμβόλων, θα διατηρηθεί ο συμβολισμός $d()$ και για τα μη-τέλεια διαφορικά.

2.3. ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΣ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΡΕΥΣΤΟΣΤΟΙΧΕΙΟ

Το ρευστοστοιχείο που ακολουθεί την τροχιά του μέσα στο πεδίο ροής αποτελεί ένα κινούμενο κλειστό σύστημα για το οποίο είναι εύκολο να διευρυνθεί το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα που διατυπώθηκε προηγούμενα για κλειστό σύστημα σε ηρεμία. Η ιδιαίτερη μορφή την οποία λαμβάνει το αξίωμα στην περίπτωση αυτή εκφράζει ουσιαστικά το ενεργειακό ισοζύγιο για το κινούμενο ρευστοστοιχείο. Η αποθηκευμένη ενέργεια σ' αυτό αποτελείται από την εσωτερική, την κινητική και τη δυναμική του ενέργεια. Αν dm είναι η μάζα του ρευστοστοιχείου, τότε η αποθηκευμένη σ' αυτό ενέργεια, κάθε χρονική στιγμή, είναι ίση με

$$\left(u + \frac{V^2}{2} + gz \right) dm$$

όπου ο τελευταίος όρος, στην παρένθεση, αμελείται για ρευστά μικρής πυκνότητας. Η συνθήκη αυτή ισχύει κατά την ανάλυση θερμικών στροβιλομηχανών, στις οποίες τα εργαζόμενα μέσα είναι αέρια. Για απειροστή κίνηση του ρευστοστοιχείου και για ποσότητες ανηγμένες στη μάζα του ρευστοστοιχείου, το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα εξισώνει την ενέργεια που μεταφέρεται στο στοιχείο διά των ορίων του ως θερμότητα ή έργο, με τη μεταβολή της ενέργειας η οποία περιέχεται σ' αυτό. Ισχύει, δηλαδή, ότι

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

$$dq + dw = du + d(V^2/2) \quad (2.3.1)$$

Εστω ότι το στοιχείο ρευστού μάζας dm που εξετάζεται έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου ακμών dx, dy, dz , το οποίο κατά την αρχική χρονική στιγμή έχει όγκο $dx dy dz$ (ο οποίος στη συνέχεια μεταβάλλεται) και σταθερή μάζα ίση με

$$dm = \rho \, dx \, dy \, dz = \frac{1}{v} \, dx \, dy \, dz$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του υλικού και v ο ειδικός όγκος του. Το έργο dw που μεταφέρεται στο ρευστοστοιχείο αποτελείται από το έργο που σχετίζεται με τη μεταβολή του όγκου του ($-p dv$), το έργο που σχετίζεται με τη μεταβολή της πίεσης ($-v dp$), το έργο $dw_{στ}$ που παράγεται από την ολίσθηση της συνισταμένης των δυνάμεων τριβής κατά τη μετακίνηση του στοιχείου και το έργο $dw_{\pi\sigma}$ που σχετίζεται με την παραμόρφωσή του λόγω ανομοιομορφίας των τάσεων τριβής. Το έργο που σχετίζεται με την ύπαρξη δυνάμεων πεδίου αμελείται. Εκτελώντας απειροστή κίνηση κατά x , η προβολή του στοιχείου στο επίπεδο (x, y) , σχήματος ορθογώνιου παραλληλόγραμμου εμβαδού $dx dy$, μετασχηματίζεται σε πλάγιο παραλληλόγραμμο. Η τάση τριβής τ που ασκείται στο στοιχείο και η παραμόρφωση που προκαλεί παρουσιάζονται ενδεικτικά στο Σχήμα 2.3.1, υποθέτοντας μονοδιάστατη κίνηση κατά x . Αποδεικνύεται ότι το έργο που παράγεται στο στοιχειώδη χρόνο dt από την ολίσθηση της συνισταμένης των δυνάμεων τριβής, ανηγμένο στη μονάδα μάζας, ισούται με

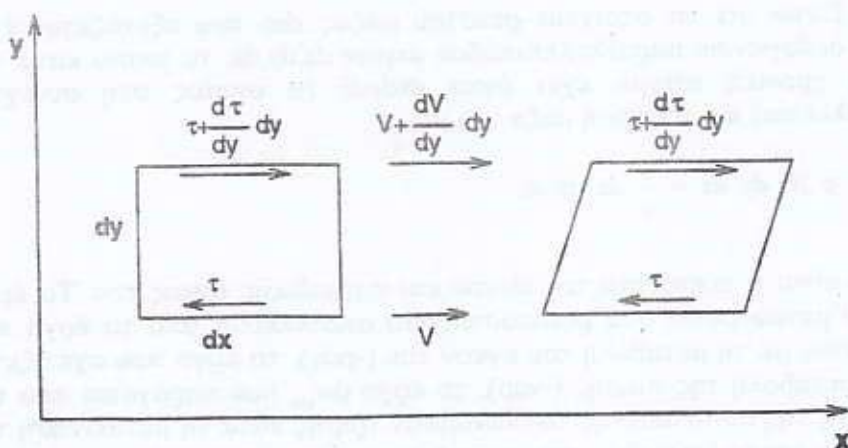
$$dw_{στ} = v \frac{d\tau}{dy} v dt \quad (2.3.2)$$

και το έργο της παραμόρφωσης του στοιχείου λόγω ανομοιομορφίας των τάσεων τριβής είναι

$$dw_{\pi\sigma} = v \tau \frac{dV}{dy} dt \quad (2.3.3)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η διατύπωση του πρώτου θερμοδυναμικού αξιώματος, σε διαφορική μορφή, για ένα κινούμενο ρευστοστοιχείο δίνει

$$d \left(u + pv + \frac{V^2}{2} \right) = dq + dw_{στ} + dw_{\pi\sigma} \quad (2.3.4)$$



Σχήμα 2.3.1 Παραμόρφωση ρευστοστοιχείου λόγω τάσεων τριβής.

όπου οι εκφράσεις των έργων $dw_{στ}$ και $dw_{πσ}$ μπορούν εύκολα να γενικευθούν και για τριδιάστατη ροή.

Η έκφραση (2.3.3) για το έργο παραμόρφωσης λόγω τριβής $dw_{πσ}$ επιτρέπει μια σημαντική παρατήρηση. Επειδή η τάση τ , στη μονοδιάστατη κατά x ροή που αναλύθηκε, ισούται με

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (2.3.5)$$

όπου μ ο συντελεστή δυναμικής συνεκτικότητας, προκύπτει ότι

$$dw_{πσ} = \nu \mu \left(\frac{dV}{dy} \right)^2 dt \quad (2.3.6)$$

Από τη σχέση αυτή εξαγεται το συμπέρασμα ότι το έργο $dw_{πσ}$ είναι πάντοτε θετικό. Συνεπώς, όταν το ρευστοστοιχείο μεταβάλλει τη μορφή του λόγω τάσεων τριβής υποχρεωτικά δέχεται έργο και για το λόγο αυτό η μεταβολή αυτή είναι μια μη-αναστρέψιμη διαδικασία.

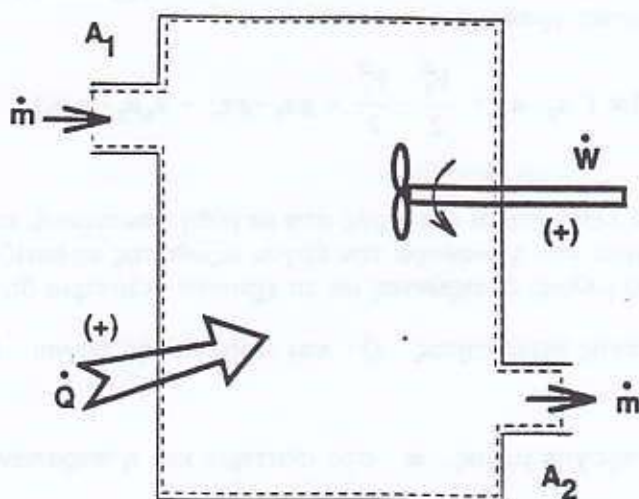
2.4. ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΣ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΙΜΗΣ ΡΟΗΣ

Γενικά, μια διεργασία ροής μπορεί να είναι χρονικά μόνιμη ή μη-

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

μόνιμη. Εδώ θα εξετασθούν μόνο χρονικά μόνιμες ροές, για τις οποίες ισχύουν ότι:

- (α) ο χρονικός ρυθμός της ροής μάζας από τα όρια του συστήματος παραμένει σταθερός. Αυτό σημαίνει ότι η μάζα του εργαζόμενου μέσου που εισέρχεται στο σύστημα ισούται με τη μάζα που το εγκαταλείπει. Το ρευστό επιτρέπεται να εισέλθει και να εξέλθει από το σύστημα από διαφορετικά σημεία του ορίου.
- (β) η μεταφορά ενέργειας προς και από το σύστημα πρέπει να γίνεται με σταθερό χρονικό ρυθμό.
- (γ) οι ιδιότητες του ρευστού-εργαζόμενου μέσου σε κάθε σημείο του συστήματος δε μεταβάλλονται με το χρόνο. Μια ιδιότητα μπορεί να μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο, αλλά παραμένει σταθερή για το ίδιο σημείο, καθώς αυτό διαρρέεται από το ρευστό. Γενικά η παραδοχή χρονικά μόνιμης ροής δεν προϋποθέτει τη χωρική ομοιομορφία του πεδίου ροής.



Σχήμα 2.4.1 Ισολογισμός ενέργειας σε σύστημα ροής.

Εστω ανοικτό σύστημα μόνιμης και συνεχούς ροής, οριζόμενο από τον όγκο ελέγχου του Σχήματος 2.4.1. Κατά το χρονικό διάστημα δt εισέρχεται και εξέρχεται η ίδια ποσότητα μάζας δm του εργαζόμενου μέσου, από τις διατομές εισόδου A_1 και εξόδου A_2 . Κατά το ίδιο χρονικό διάστημα δt , προσδίδεται θερμότητα δQ και παράγεται έργο δW . Ο

πρώτος θερμοδυναμικός νόμος ισχύει στη μορφή της εξίσωσης (2.2.1), εάν επιπλέον ληφθούν υπόψη οι διάφορες κατηγορίες ενέργειας που το ρευστό μεταφέρει καθώς διασχίζει τον όγκο αναφοράς. Οι μορφές ενέργειας που είναι αποθηκευμένες στο ρευστό που διασχίζει τα όρια του όγκου αναφοράς είναι η εσωτερική, η κινητική και η δυναμική του ενέργεια, οι οποίες ήδη αναφέρθηκαν κατά τη μελέτη του κινούμενου κλειστού συστήματος. Επιπλέον, στην είσοδο, προστίθεται στο σύστημα και το έργο εξώθησης. Το έργο εξώθησης είναι το έργο που παράγεται από το ρευστό που ωθεί στοιχειώδη όγκο υλικού μέσα στον όγκο ελέγχου, όπου επικρατεί στατική πίεση ίση με p . Καθώς το ρευστό διασχίζει μια διατομή A , το έργο του ρευστού που ωθεί ένα στοιχειώδη όγκο υλικού κατά απόσταση δx , σε πίεση p , είναι ίσο με

$$A \delta x p = \left(\frac{\delta m}{\rho V \delta t} \right) (V \delta t) p = \delta m v p \quad (2.4.1)$$

Αντίστοιχο έργο εξώθησης πρέπει να ληφθεί υπόψη και στην έξοδο του ρευστού από το σύστημα. Διατυπώνοντας το ενεργειακό ισοζύγιο για τον όγκο αναφοράς, γράφουμε

$$\delta Q + \delta W = \delta m \left(u_2 - u_1 + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + gz_2 - gz_1 + v_2 p_2 - v_1 p_1 \right) \quad (2.4.2)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, οι διαφορές στα μεγέθη εσωτερική, κινητική και δυναμική ενέργεια και η διαφορά του έργου εξώθησης εμφανίζονται κατά σειρά στο δεξιό μέλος. Διαιρώντας με το χρονικό διάστημα δt , ορίζεται ο

ρυθμός συναλλαγής θερμότητάς \dot{Q} και παραγωγής έργου \dot{W} , καθώς

και ο ρυθμός παροχής μάζας \dot{m} στο σύστημα και η παραπάνω εξίσωση

ξαναγράφεται ως

$$\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m} \left\{ [u]_{in}^{out} + \left[\frac{V^2}{2} \right]_{in}^{out} + [vp]_{in}^{out} \right\} \quad (2.4.3)$$

Το σύμβολο $[\]$ εκφράζει διαφορές μεταξύ των τιμών εξόδου (out) και εισόδου (in) στον όγκο αναφοράς. Επειδή κατά τη μελέτη της ροής στις στροβιλομηχανές, οι υπομετρικές διαφορές μέσα στον όγκο ελέγχου της μηχανής οδηγούν σε αμελητέες διαφορές δυναμικής ενέργειας, η

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

τελευταία παραλείπεται στην παρούσα ανάπτυξη. Η εξίσωση (2.4.3) είναι μια πρώτη γραφή της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας για ένα ανοικτό σύστημα μόνιμης και συνεχούς ροής.

Τα μεγέθη της θερμότητας και του έργου μπορούν επιπλέον να αναχθούν στη μονάδα μάζας του εργαζόμενου μέσου που διασχίζει τα όρια του όγκου αναφοράς. Αν τα μεγέθη αυτά συμβολισθούν με \dot{q} και \dot{w} ,

όπου

$$\dot{q} = \dot{Q} / \dot{m} \quad , \quad \dot{w} = \dot{W} / \dot{m} \quad (2.4.4)$$

η εξίσωση της ενέργειας γράφεται και ως

$$\dot{q} + \dot{w} = [u]_{in}^{out} + \left[\frac{V^2}{2} \right]_{in}^{out} + [vp]_{in}^{out} \quad (2.4.5)$$

Γενικεύοντας, θεωρώντας μια στοιχειώδη μεταβολή, δηλαδή τη μεταβολή που συμβαίνει σε ένα όγκο ελέγχου απειροστών διαστάσεων, η διαφορική γραφή της τελευταίας εξίσωσης δίνει

$$dq + dw = du + d \left(\frac{V^2}{2} \right) + vdp + p dv \quad (2.4.6)$$

Το άθροισμα των όρων $(vp+u)$ είναι το μόνο τμήμα της τελευταίας εξίσωσης το οποίο εξαρτάται από τις ιδιότητες του ρευστού, δηλαδή εξαρτάται αποκλειστικά από τη θερμοδυναμική κατάσταση στην οποία αυτό βρίσκεται. Είναι συνεπώς δυνατό, το άθροισμα αυτό να εκφραστεί ως ένας όρος, ο οποίος θα ονομάζεται **ενθαλπία** (enthalpy) και θα συμβολίζεται με h . Έτσι εξ ορισμού

$$h = vp + u \quad (2.4.7)$$

Υπενθυμίζεται ότι η (ειδική) εσωτερική ενέργεια και η ενθαλπία μετρούνται πάντοτε ως προς κάποια τιμή αναφοράς, η οποία μπορεί να επιλεγεί αυθαίρετα. Αυτό που έχει σημασία στις πρακτικές εφαρμογές είναι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ή της ενθαλπίας μεταξύ δύο καταστάσεων, η οποία, ως διαφορά, είναι ανεξάρτητη της τιμής αναφοράς που έχει επιλεγεί.

Με τον παραπάνω ορισμό για την ενθαλπία, η εξίσωση της ενέργειας για ένα ανοικτό σύστημα μόνιμης και συνεχούς ροής γράφεται

στη μορφή

$$\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m} \left[h + \frac{V^2}{2} \right]_{in}^{out} \quad (2.4.8)$$

Η άθροιση της στατικής ενθαλπίας h και της κινητικής ενέργειας ορίζει ένα νέο μέγεθος, την ολική ενθαλπία (total enthalpy) h_t . Είναι

$$h_t = h + \frac{V^2}{2} \quad (2.4.9)$$

και η ενεργειακή εξίσωση μπορεί πλέον να επαναδιατυπωθεί χρησιμοποιώντας το μέγεθος της ολικής ενθαλπίας που μόλις ορίσαμε, ως

$$\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m} [h_t]_{in}^{out} \quad (2.4.10)$$

Επιπλέον, για τις ασυμπίεστες ροές, δηλαδή για τις ροές εκείνες όπου η πυκνότητα ρ (άρα και ο ειδικός όγκος v) είναι ή θεωρούνται σταθερά, ορίζεται το μέγεθος της ολικής πίεσης ως εξής

$$p_t = p + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (2.4.11)$$

Η τελευταία σχέση ισχύει αυστηρά για ασυμπίεστες ροές, για τις οποίες η ενεργειακή εξίσωση (2.4.3) της μόνιμης και συνεχούς ροής γράφεται στη μορφή

$$\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m} \left\{ \left[\frac{p_t}{\rho} \right]_{in}^{out} + [u]_{in}^{out} \right\} \quad (2.4.12)$$

Όπως θα φανεί από τη συζήτηση που παρατίθεται στην επόμενη ενότητα, ο τελευταίος όρος της εξίσωσης αυτής εκφράζει τις απώλειες λόγω εσωτερικών τριβών.

2.5. ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΑΞΙΩΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Η τελευταία έκφραση για την ενεργειακή εξίσωση βρίσκει άμεση εφαρμογή στη ροή σε συνιστώσες των στροβιλομηχανών, για την περίπτωση που αυτή μπορεί να θεωρηθεί χρονικά μόνιμη. Έτσι για

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

παράδειγμα, στους αγωγούς, τους διαχύτες ή τις βαλβίδες, όπου είναι μηδενικά τόσο το παραγόμενο έργο όσο και η θερμότητα που προσδίδεται σε αυτά, ισχύει η διατήρηση της ολικής ενθαλπίας μεταξύ εισόδου (δείκτης 1) και εξόδου (δείκτης 2), δηλαδή

$$[h_t]_{in}^{out} = 0 \quad , \quad h_{t_2} = h_{t_1} \quad (2.5.1)$$

Στους εναλλάκτες θερμότητας ή τους θαλάμους καύσης, το προσδιδόμενο ή παραγόμενο έργο είναι μηδενικό και η διαφορά ολικής ενθαλπίας μεταξύ εισόδου και εξόδου αντισταθμίζει την προσδιδόμενη ή αφαιρούμενη από το σύστημα ροή θερμότητας. Είναι δηλαδή

$$\dot{Q} / \dot{m} = [h_t]_{in}^{out} = h_{t_2} - h_{t_1} \quad (2.5.2)$$

Στους συμπιεστές ή τους στρόβιλους, όπου η ροή μπορεί να θεωρηθεί ως αδιαβατική ($\dot{Q}=0$) το έργο που προσδίδεται ή παράγεται,

αντίστοιχα, ισούται με τη μεταβολή της ολικής ενθαλπίας μεταξύ εισόδου και εξόδου, δηλαδή

$$\dot{W} / \dot{m} = [h_t]_{in}^{out} = h_{t_2} - h_{t_1} \quad (2.5.3)$$

Μέχρι τώρα δεν έγινε καμιά ιδιαίτερη αναφορά για το αν η ροή που μελετάται, συμπιεστή ή ασυμπιεστή, διέπεται ή όχι από απώλειες λόγω τριβής. Στην περίπτωση ύπαρξης εσωτερικών τριβών γίνεται η παραδοχή ότι η θερμότητα τριβής η οποία ισοδυναμεί με το έργο των δυνάμεων τριβής στην επιφάνεια κάθε ρευστοστοιχείου που ανήκει στο μελετούμενο σύστημα, μεταφέρεται αυτόματα σε κάθε σημείο του ρευστοστοιχείου. Η παραδοχή αυτή είναι σε πλήρη συμφωνία με τη θερμοδυναμική ισορροπίας. Με την παραδοχή αυτή να διέπει κάθε ρευστοστοιχείο που διασχίζει τον όγκο αναφοράς, είναι προφανές ότι δεν υπάρχει θερμότητα τριβής η οποία να διαφεύγει προς τον περιβάλλοντα χώρο και συνεπώς δεν υπάρχει λόγος να μεταβάλλεται η ολική ενέργεια της ροής. Ανάλογα όμως με το αν η ροή θεωρείται συμπιεστή ή ασυμπιεστή, η θερμότητα τριβής συμμετέχει με διαφορετικό τρόπο στην ενεργειακή εξίσωση.

Στις συμπιεστές ροές, η θερμότητα αποτελεί τμήμα της ενέργειας που συμπεριλαμβάνεται στο μέγεθος της ολικής ενθαλπίας που προηγουμένα ορίσαμε. Για το λόγο αυτό η ενεργειακή εξίσωση (2.4.10)

που διατυπώσαμε προηγουμένως ως συνάρτηση της ολικής ενθαλπίας h_t , δεν περιέχει κάποιο διακριτό όρο που να αντιστοιχεί στο έργο λόγω εσωτερικών τριβών. Αντίθετα στις ασυμπίεστες ροές, η ενεργειακή εξίσωση (2.4.12) διατυπώθηκε ως συνάρτηση της ολικής πίεσης p_t που είναι άθροισμα μόνο της στατικής πίεσης και της κινητικής ενέργειας. Για το λόγο αυτό, η ενεργειακή εξίσωση για το ασυμπίεστο ρευστό συμπεριλαμβάνει ρητά τους όρους των απωλειών, αφού η θερμοότητα τριβής αυξάνει τη θερμοκρασία του ασυμπίεστου ρευστού και συνεπώς την εσωτερική του ενέργεια. Η αύξηση αυτή της θερμοκρασίας είναι αφενός μεν πάρα πολύ μικρή, αφετέρου δε μη χρησιμοποιήσιμη. Οι παραπάνω παρατηρήσεις εκφράζονται και από την ενεργειακή εξίσωση (3.6.11), η οποία θα διατυπωθεί στο επόμενο Κεφάλαιο, κατά μήκος της τροχιάς ενός ρευστοστοιχείου.

2.6. ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΞΙΩΜΑ

Γνωρίζουμε από τη θερμοδυναμική ότι η μετατροπή μηχανικού έργου σε θερμότητα πραγματοποιείται με απλά μέσα (η τριβή είναι το πιο προφανές από αυτά), ενώ το αντίθετο φαινόμενο, δηλαδή η μετατροπή της θερμότητας σε έργο απαιτεί πολύπλοκες διατάξεις. Κατά τη μετατροπή του έργου σε θερμότητα, όλο το έργο που καταναλίσκεται έχει τη δυνατότητα να μετατραπεί σε θερμότητα. Η μελέτη της μετατροπής της θερμότητας σε έργο γίνεται με την ανάλυση των θερμικών μηχανών. Αυτές παραλαμβάνουν θερμότητα από ένα θερμοδοχείο υψηλής θερμοκρασίας, μετατρέπουν ένα τμήμα της σε μηχανικό έργο, το δε υπόλοιπο το αποδίδουν σε ένα άλλο θερμοδοχείο χαμηλότερης θερμοκρασίας. Το παραγόμενο έργο από τη θερμική μηχανή ισούται με τη διαφορά της απορριπτόμενης από την προσδιδόμενη θερμότητα, ενώ ο θερμικός βαθμός απόδοσης μιας θερμικής μηχανής ορίζεται ως

$$\eta_{th} = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (2.6.1)$$

όπου W είναι το παραγόμενο έργο και Q_1 , Q_2 είναι αντίστοιχα η προσδιδόμενη και η απορριπτόμενη θερμότητα. Από την πείρα της μελέτης των θερμικών μηχανών, επιτρέπεται να διατυπωθεί το αξίωμα ότι είναι αδύνατο να κατασκευασθεί θερμική μηχανή η οποία, εργαζόμενη περιοδικά, να μετατραπεί εξ ολοκλήρου τη θερμότητα που προσλαμβάνει σε μηχανικό έργο, χωρίς ταυτόχρονα να αποδίδει ένα ποσό θερμότητας σε ένα θερμοδοχείο χαμηλότερης θερμοκρασίας. Το αξίωμα αυτό διατυπώνεται μαθηματικά ως

$$Q_2 > 0 \quad (2.6.2)$$

ή ισοδύναμα

$$\eta_{th} < 1 \quad (2.6.3)$$

και αποτελεί μια πρώτη έκφραση του δεύτερου θερμοδυναμικού αξιώματος. Η παραπάνω πρώτη διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου αποτρέπει την κατασκευή του αεικίνητου δεύτερου είδους.

Μια εναλλακτική διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού αξιώματος είναι ότι είναι αδύνατο να μεταφερθεί θερμότητα από ένα σώμα χαμηλότερης θερμοκρασίας σε ένα άλλο σώμα υψηλότερης θερμοκρασίας, χωρίς την κατανάλωση έργου.

Σχετική με το δεύτερο θερμοδυναμικό αξίωμα έννοια είναι αυτή της αναστρέψιμης (ή αντιστρεπτής, reversible) θερμοδυναμικής μεταβολής. Ως αναστρέψιμη μεταβολή ορίζουμε τη θερμοδυναμική μεταβολή η οποία, μετά το πέρας της, είναι δυνατό να επανέλθει στην αρχική κατάσταση με την εκτέλεση των ίδιων διαδικασιών με αντίθετη όμως φορά.

Ας θεωρήσουμε μια στοιχειώδη αναστρέψιμη μεταβολή κατά την οποία προσφέρεται στο μελετούμενο σύστημα η θερμότητα dq_R ανά μονάδα μάζας, σε σταθερή θερμοκρασία T . Ο δείκτης R δείχνει ακριβώς ότι η μεταβολή είναι αναστρέψιμη. Ορίζουμε ως μεταβολή (αύξηση) της εντροπίας (entropy) του συστήματος, που σχετίζεται με την παραπάνω αναστρέψιμη μεταβολή, την ποσότητα

$$dS = \frac{dq_R}{T} \quad (2.6.4)$$

Η ποσότητα S αναφέρεται συχνά και ως ειδική εντροπία, επειδή είναι ανηγμένη στη μονάδα της μάζας. Αν η αναστρέψιμη μεταβολή δεν είναι στοιχειώδης, τότε η ολική μεταβολή της εντροπίας μεταξύ των καταστάσεων 1 και 2 προκύπτει από την υποδιαίρεσή της σε διαδοχικές στοιχειώδεις μεταβολές και την άθροιση-ολοκλήρωση των αντίστοιχων πηλίκων, ώστε

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dq_R}{T} \quad (2.6.5)$$

Η εντροπία αποδεικνύεται ότι είναι συνάρτηση μόνο της κατάστασης στην οποία βρίσκεται ένα σύστημα και όχι του τρόπου με τον οποίο το σύστημα έφθασε στην κατάσταση αυτή. Σε αντίθεση με τη θερμότητα η οποία

εξαρτάται από τον τρόπο που πραγματοποιείται η μεταβολή μεταξύ της αρχικής και της τελικής κατάστασης, η σχετιζόμενη μεταβολή εντροπίας εξαρτάται αποκλειστικά από την αρχική και την τελική κατάσταση. Κατά συνέπεια, αν ένα σύστημα εκτελεί κυκλική αναστρέψιμη θερμοδυναμική μεταβολή, η ολική μεταβολή της εντροπίας του είναι μηδενική, δηλαδή

$$\oint dS = 0 \quad (2.6.6)$$

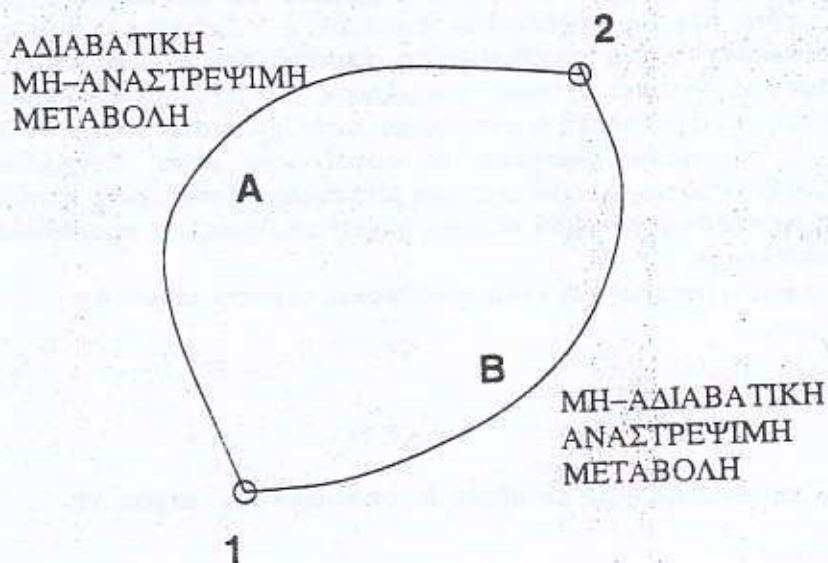
Η εξίσωση (2.6.6) είναι γνωστή και ως **ισότητα του Clausius**. Τέλος, η εξίσωση (2.6.4) ορίζει μόνο τη μεταβολή της εντροπίας κατά μήκος μιας αναστρέψιμης μεταβολής. Η ίδια η τιμή της εντροπίας προκύπτει από ολοκλήρωση της (2.6.4), με προσέγγιση σταθεράς και, ως απόλυτη ποσότητα, δε θα μας απασχολήσει.

2.7. Η ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΤΟΥ CLAUSIUS - ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Με τη βοήθεια του δεύτερου θερμοδυναμικού αξιώματος μπορεί να διατυπωθεί η συσχέτιση μεταξύ αφενός μεν της πραγματικής ροής όπου λαμβάνουν χώρα απώλειες και αφετέρου της ιδανικής περίπτωσης ροής όπου οι απώλειες θεωρούνται μηδενικές. Η διατύπωση αυτή γίνεται ως συνάρτηση της διαφορετικής μεταβολής εντροπίας που συνεπάγεται κάθε μια από αυτές.

Η μεταβολή της εντροπίας έχει ορισθεί στη σχέση (2.6.5) για μια αναστρέψιμη μεταβολή. Για την περίπτωση μιας μη-αναστρέψιμης μεταβολής μεταξύ της αρχικής κατάστασης 1 και της τελικής κατάστασης 2, η μεταβολή της εντροπίας δίνεται και πάλι από τη σχέση (2.6.5), με το ολοκλήρωμα να υπολογίζεται κατά μήκος μιας υποθετικής αναστρέψιμης μεταβολής μεταξύ των δύο καταστάσεων 1 και 2. Αφού η μεταβολή της εντροπίας εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση, το αποτέλεσμα δεν εξαρτάται από την αναστρέψιμη μεταβολή που θα επιλεγεί. Εξ ορισμού, η εντροπία διατηρεί και στις μη-αναστρέψιμες μεταβολές την ιδιότητά της να εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση.

Άμεση συνέπεια του δεύτερου θερμοδυναμικού αξιώματος είναι η **ανισότητα του Clausius**, σύμφωνα με την οποία, σε ένα σύστημα που υφίσταται ένα μη-αναστρέψιμο θερμοδυναμικό κύκλο που περιλαμβάνει συναλλαγές θερμότητας, ισχύει ότι



Σχήμα 2.7.1 Σύγκριση δύο μεταβολών με ίδιες αρχικές και τελικές καταστάσεις.

$$\oint \frac{dq}{T} \leq 0 \quad (2.7.1)$$

όπου dq είναι η στοιχειώδης ποσότητα θερμότητας ανά μονάδα μάζας που μεταφέρεται στο σύστημα σε θερμοκρασία T . Όπως αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα, η ανισότητα του Clausius ισχύει ως ισότητα στην περίπτωση που όλες οι διεργασίες του κύκλου είναι αναστρέψιμες.

Η ανισότητα (2.7.1) του Clausius διατυπώνεται για μια κυκλική θερμοδυναμική μεταβολή, δηλαδή για μια μεταβολή όπου η αρχική και η τελική κατάσταση ταυτίζονται. Στη συνέχεια, θα παρουσιασθεί ο τρόπος με τον οποίο η παραπάνω ανισότητα μπορεί να αποβεί ιδιαίτερα χρήσιμη για τον υπολογισμό των απωλειών που σχετίζονται με την πραγματική ροή σε μια στροβιλομηχανή. Για να γίνει αυτό, χρειάζεται να μελετηθεί ένα ανοικτό σύστημα, δηλαδή ένα σύστημα ροής, μεταξύ της αρχικής κατάστασης 1 και της τελικής κατάστασης 2.

Εστω ότι η μετάβαση από την κατάσταση 1 στην κατάσταση 2 γίνεται με δυο διαφορετικούς τρόπους, που εικονικά δίνονται στο Σχήμα 2.7.1. Η πρώτη μεταβολή θα συμβολίζεται με A και είναι αδιαβατική και μη-αναστρέψιμη. Η δεύτερη μεταβολή θα συμβολίζεται με B και είναι

αναστρέψιμη και (αναγκαστικά) μη-αδιαβατική, η οποία οδηγεί στην ίδια τελική κατάσταση. Για παράδειγμα, η μεταβολή 1→2 μπορεί να παριστάνει την αποτόνωση σε ένα στρόβιλο ή τη συμπίεση σε ένα συμπιεστή. Και στις δυο περιπτώσεις, όπως γνωρίζουμε, η ροή είναι ουσιαστικά αδιαβατική και η μεταβολή A αντιστοιχεί στην πραγματική θερμοδυναμική μεταβολή την οποία υφίσταται το εργαζόμενο μέσο. Συγχρόνως, η μεταβολή B αντιστοιχεί στην εικονική αποτόνωση ή συμπίεση, η οποία με τρόπο αναστρέψιμο (δηλαδή ιδανικό, χωρίς απώλειες) θα προκαλούσε το ίδιο αποτέλεσμα.

Αφού η μεταβολή A είναι αδιαβατική, γι'αυτήν ισχύει ότι

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} = 0 \quad (2.7.2)$$

ενώ για την αναστρέψιμη μεταβολή B (όπου $dq = dq_R$) ισχύει ότι

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} = S_2 - S_1 \quad (2.7.3)$$

Αφού η μεταβολή B είναι αναστρέψιμη, στη θέση της μπορεί κάποιος να υποθέσει την αντίστροφη μεταβολή από την κατάσταση 2 στην κατάσταση 1, η οποία θα συμβολίζεται με B' και για την οποία αντίστοιχα θα ισχύει ότι

$$\int_2^1 \frac{dq}{T} = S_1 - S_2 \quad (2.7.4)$$

Η σύνθεση των μεταβολών A και B' δημιουργεί μια κυκλική μη-αναστρέψιμη θερμοδυναμική μεταβολή 1→2→1 για την οποία η ανισότητα (2.7.1) του Clausius γράφεται ως

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} + \int_2^1 \frac{dq}{T} < 0 \quad (2.7.5)$$

Η σχέση (2.7.5), με αντικατάσταση των επιμέρους όρων της από τις εκφράσεις (2.7.2) και (2.7.4) δίνει τελικά ότι

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

$$S_2 - S_1 > 0 \quad (2.7.6)$$

ή

$$S_2 > S_1 \quad (2.7.7)$$

Προκύπτει συνεπώς ότι για τις αδιαβατικές μεταβολές που συναντώνται στο στρόβιλο ή το συμπιεστή, η εντροπία αυξάνει, εκτός εάν η διεργασία θεωρείται αναστρέψιμη οπότε η εντροπία διατηρείται σταθερή μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης, δηλαδή

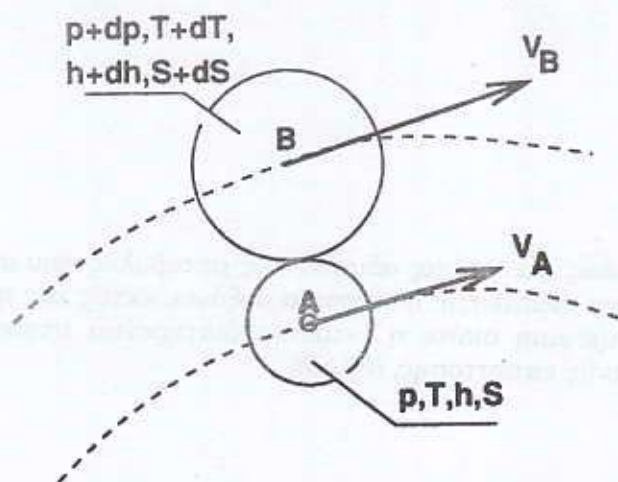
$$S_1 = S_2 \quad (2.7.8)$$

Η τελευταία ισότητα χαρακτηρίζει τις αδιαβατικές και αναστρέψιμες μεταβολές, οι οποίες διατηρούν σταθερή εντροπία και γ'αυτό ονομάζονται ισεντροπικές (isentropic).

2.8. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ GIBBS

Όπως φάνηκε στην προηγούμενη ενότητα, η εντροπία είναι μια πολύ χρήσιμη έννοια στη θερμοδυναμική, αλλά δυστυχώς είναι ένα θερμοδυναμικό μέγεθος το οποίο δεν είναι άμεσα μετρούμενο. Είναι συνεπώς χρήσιμο να αναπτυχθούν σχέσεις που να συνδέουν την εντροπία, ή σωστότερα τη μεταβολή της εντροπίας με άλλα θερμοδυναμικά μεγέθη (πίεση p , θερμοκρασία T , ειδικός όγκος v), τα οποία μπορούν άμεσα να μετρηθούν. Σημειώνεται ότι οι θερμοδυναμικές ιδιότητες κάθε ρευστοστοιχείου που ανήκει στο μελετούμενο σύστημα καθορίζονται πλήρως από δυο θερμοδυναμικά μεγέθη. Αφού ο ειδικός όγκος v είναι συνάρτηση της πίεσης p και της θερμοκρασίας T , όλα τα θερμοδυναμικά μεγέθη του ρευστού σε μια κατάσταση μπορούν να εκφραστούν ως συνάρτηση των δύο τελευταίων μεγεθών.

Εστω δύο γειτονικά στοιχεία ρευστού, στις θέσεις A και B του Σχήματος 2.8.1. Αν για τη χρονική στιγμή t οι ποσότητες p, T, h και S είναι γνωστές στη θέση A , τότε, αμελώντας διαφορικές αλλαγές υψηλότερης τάξης, οι ιδιότητες αυτές χαρακτηρίζουν ολόκληρο το ρευστοστοιχείο γύρω από το σημείο A . Την ίδια χρονική στιγμή στο γειτονικό σημείο B , τα αντίστοιχα θερμοδυναμικά μεγέθη είναι $p+dp, T+dT, h+dh, S+dS$. Οι μεταβολές μεταξύ των δύο θέσεων A και B συνδέονται με το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα, το οποίο διατυπώνει ότι οι στοιχειώδεις μεταβολές του συναλλασσόμενου έργου και θερμότητας αντισταθμίζονται από μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας κάθε στοιχείου ρευστού. Η



Σχήμα 2.8.1 Συσχέτιση δυο γειτονικών ρευστοστοιχείων για την κατανόηση της εξίσωσης του Gibbs.

συναλλαγή θερμότητας, όμως, διατυπώνεται και ως συνάρτηση της μεταβολής της εντροπίας, χρησιμοποιώντας το δεύτερο θερμοδυναμικό αξίωμα. Επίσης, το συναλλασσόμενο έργο αφορά τη μεταβολή όγκου dv , υπό πίεση p . Έτσι διατυπώνεται η γνωστή και ως εξίσωση του Gibbs

$$TdS = du + pdv \quad (2.8.1)$$

η οποία αποτελεί μια ισοδύναμη γραφή του πρώτου θερμοδυναμικού αξιώματος.

Η εξίσωση του Gibbs εφαρμόζεται σε κάθε αναστρέψιμη μεταβολή. Η εξίσωση του Gibbs συνδέει αποκλειστικά καταστατικά μεγέθη ή τις μεταβολές τους και κατά συνέπεια ισχύει μεταξύ δυο οποιωνδήποτε καταστάσεων ισορροπίας για κάθε είδος διεργασίας, είτε είναι αναστρέψιμη ή όχι, είτε πρόκειται για μη-μόνιμο ροϊκό σύστημα ή για σύστημα χρονικά μόνιμης ροής. Πρέπει οπωσδήποτε να γίνει κατανοητό ότι, όταν η εξίσωση του Gibbs χρησιμοποιείται για μη-αναστρέψιμες μεταβολές ισχύει πάλι στην ίδια μορφή, με τη διαφορά ότι οι ποσότητες TdS και pdv δεν αντιστοιχούν στη θερμότητα και το έργο που συναλλάσσονται. Στην περίπτωση αυτή, η ολοκλήρωση της (2.8.1) γίνεται σε μία επιλεγμένη αναστρέψιμη διεργασία που συνδέει την αρχική και την τελική κατάσταση, αλλά οι ενεργειακές συναλλαγές με το περιβάλλον κατά την αναστρέψιμη μεταβολή δεν θα είναι ίδιες με αυτές της πραγματικής μεταβολής. Το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα (2.2.2), με το

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

οποίο η εξίσωση του Gibbs έχει αρκετές ομοιότητες, μπορεί να εφαρμοστεί σε σύστημα που αποτελείται από περισσότερα του ενός εργαζόμενα μέσα και περιλαμβάνει μόνο μια ιδιότητα του υλικού, την εσωτερική του ενέργεια u . Στο πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα υπεισέρχεται το έργο και η θερμότητα που συναλλάσσονται και τα οποία εξαρτώνται από τη διεργασία που πραγματοποιείται.

Σημειώνεται ότι, εξ ορισμού, η διαφορά εντροπίας μεταξύ δύο καταστάσεων ενός ρευστού προσδιορίζεται εάν η αρχική κατάσταση μεταπέσει στην τελική μέσω μιας αναστρέψιμης, αλλά κατά τα άλλα αυθαιρέτης μεταβολής. Μια τέτοια μεταβολή έχει υποθετικό χαρακτήρα και γενικά δε συμβαίνει στη ροή του ρευστού. Για διαφορικές μεταβολές, η αύξηση dS της εντροπίας ισούται με το πηλίκο της θερμότητας dh η οποία πρέπει να προστεθεί ώστε να μεταβληθεί η κατάσταση p, T, v σε $p+dp, T+dT, v+dv$, μέσω μιας αναστρέψιμης μεταβολής, και της θερμοκρασίας T του ρευστού.

Από τον ορισμό (2.4.7) της ενθαλπίας προκύπτει με διαφόριση ότι

$$dh = du + p dv + v dp \quad (2.8.2)$$

Συνεπώς, για ένα ανοικτό σύστημα μόνιμης ροής, η εξίσωση του Gibbs συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.8.1) και (2.8.2), παίρνει τη μορφή

$$T dS = dh - v dp \quad (2.8.3)$$

Η εξίσωση του Gibbs για τέλειο αέριο, με σταθερούς συντελεστές θερμοχωρητικότητας C_p και C_v υπό σταθερή πίεση και όγκο αντίστοιχα, γράφεται και στη μορφή

$$dS = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad (2.8.4)$$

όπου

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_{p=\text{σταθερό}} \quad (2.8.5)$$

$$C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_{v=\text{σταθερό}} \quad (2.8.6)$$

και η σταθερά του αερίου R είναι

$$R = C_p - C_v \quad (2.8.7)$$

Για τον αέρα που συχνά θα αποτελεί το εργαζόμενο μέσο στις στροβιλομηχανές, με τη συνήθη παραδοχή ότι αποτελεί τέλειο αέριο, ισχύουν οι τιμές

$$C_p = 1004,64 \frac{m^2}{s^2K} \quad , \quad C_v = 717,6 \frac{m^2}{s^2K} \quad , \quad R = 287,04 \frac{m^2}{s^2K}$$

Η ολοκλήρωση της σχέσης (2.8.4) μεταξύ δυο καταστάσεων 1 και 2 δίνει

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} e^{-\frac{s_2-s_1}{R}} \quad (2.8.8)$$

όπου γ ο εκθέτης της ισεντροπικής μεταβολής, για τον οποίο

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \quad , \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.8.9)$$

Για ισεντροπικές μεταβολές, η σχέση (2.8.3) δίνει

$$dh = \frac{dp}{\rho} \quad (2.8.10)$$

ενώ αν η μεταβολή θεωρηθεί ασυμπίεστη, ισχύει ότι

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (2.8.11)$$

όπου ο τελεστής Δ χαρακτηρίζει ολόκληρη τη μεταβολή. Η εξίσωση (2.8.11) ισχύει εξίσου για στατικά και ολικά μεγέθη. Έτσι, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2.4.9) και (2.4.11), μπορεί να διατυπωθεί και στην επίσης χρήσιμη μορφή

$$\Delta h_t = \frac{\Delta p_t}{\rho} \quad (2.8.12)$$

2.9. ΣΧΕΣΕΙΣ ΟΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Από τις εκφράσεις της ολικής ενθαλπίας (2.4.9) και της ολικής

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

πίεσης (2.4.11) που προηγήθηκαν, έγινε μια πρώτη εξοικείωση με τα ολικά μεγέθη ή μεγέθη ανακοπής. Οι ολικές συνθήκες της ροής ενός συμπιεστού ρευστού ορίζονται ως ταυτόσημες με τις συνθήκες ισεντροπικής ανακοπής, δηλαδή τις συνθήκες στις οποίες έρχεται ένα στοιχείο ρευστού όταν επιβραδυνθεί ισεντροπικά σε μηδενική ταχύτητα. Η βασική σχέση μεταξύ ολικών και στατικών συνθηκών είναι αυτή που συσχετίζει την ολική και τη στατική θερμοκρασία, ενώ, για τέλειο αέριο, η συσχέτιση ενθαλπίας και θερμοκρασίας δίνεται, κατά τα γνωστά, από τις σχέσεις

$$h = C_p T \quad , \quad h_t = C_p T_t \quad (2.9.1)$$

Για την ολική θερμοκρασία ισχύει ότι

$$T_t = T + \frac{V^2}{2C_p} \quad (2.9.2)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό του αριθμού Mach

$$M = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (2.9.3)$$

προκύπτει η συσχέτιση στατικής και ολικής θερμοκρασίας, μέσω του αριθμού Mach, ως

$$T_t = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

Με αφετηρία αυτή τη σχέση και τις γνωστές σχέσεις μεταξύ δυο τυχαίων καταστάσεων 1 και 2 μιας ισεντροπικής ροής

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad , \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad , \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\gamma-1} \quad (2.9.4)$$

μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (2.9.5)$$

$$\frac{p_t}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.9.6)$$

$$\frac{\rho_t}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.9.7)$$

Οι σχέσεις (2.9.4) έχουν διατυπωθεί χωρίς να γίνει καμιά παραδοχή για την κινητική ενέργεια και συνεπώς ισχύουν εξίσου αν τα εμπλεκόμενα μεγέθη είναι ολικά ή στατικά.

Υπολογισμός Παροχής Μάζας

Αμεση συνέπεια των παραπάνω σχέσεων είναι η τυπική διαδικασία υπολογισμού της παροχής μάζας (συμπιεστού) ρευστού που διασχίζει μια επιφάνεια, όταν εκτός από τη διατομή της A είναι γνωστές και οι συνθήκες ανακοπής p_t και T_t , η γωνία ροής α καθώς και ο αριθμός Mach M , στη θέση αυτή. Η καταστατική εξίσωση των τελείων αερίων γράφεται

$$\frac{p}{\rho} = R T \quad (2.9.8)$$

Αν η επιφάνεια διαρρέεται από ρευστό ταχύτητας V που σχηματίζει γωνία α με την κάθετη στην επιφάνεια, τότε η παροχή είναι

$$\dot{m} = \rho A V \cos \alpha \quad (2.9.9)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει τελικά ότι η παροχή ισούται με

$$\dot{m} = A p_t \sqrt{\frac{\gamma}{R T_t}} \cos \alpha \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} M \quad (2.9.10)$$

Πολλές φορές είναι χρήσιμο να δίνεται η παροχή συναρτήσει του λόγου p_t/ρ , γιατί σ'αυτήν την περίπτωση η παροχή είναι ίση με την παροχή εξόδου από δεξαμενή σε πίεση p_t μέσω οπής εμβαδού A , σε εξωτερικό χώρο πίεσης p . Στην περίπτωση αυτή, η σχέση (2.9.10) γράφεται

$$\dot{m} = A p_t \cos\alpha \sqrt{\frac{2\gamma}{T_t(\gamma-1)R} \left(\frac{p}{p_t}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_t}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \quad (2.9.11)$$

Εδώ χρειάζεται να γίνουν δύο σημαντικές παρατηρήσεις. Για συμπιεστή ροή η συσχέτιση μεταξύ ολικών και στατικών μεγεθών δίνεται από τις σχέσεις (2.9.5) ως (2.9.7). Ισοδύναμη είναι η χρήση των εξισώσεων (2.9.4), όπου ως καταστάσεις 1 και 2 θα θεωρήσουμε αντίστοιχα τη στατική και την ολική κατάσταση του ρευστού, στο ίδιο σημείο του πεδίου ροής. Θα είναι δηλαδή

$$\frac{p}{p_t} = \left(\frac{T}{T_t}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \frac{\rho}{\rho_t} = \left(\frac{p}{p_t}\right)^{\frac{1}{\gamma}}, \quad \frac{T}{T_t} = \left(\frac{\rho}{\rho_t}\right)^{\gamma-1} \quad (2.9.12)$$

Μπορεί κανείς εύκολα να δει ότι, στις συμπιεστές ροές, η ολική και η στατική πίεση δε συσχετίζονται με τη γνωστή εξίσωση (2.4.11) της ασυμπίεστης ροής.

Μια δεύτερη παρατήρηση αφορά στη μονοδιάστατη ροή μέσα σε αγωγό. Αν σε κάποια θέση είναι γνωστή η διατομή του αγωγού, η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με την κάθετο στη διατομή, η παροχή και τα ολικά μεγέθη P_t , T_t τότε καθορίζεται μονοσήμαντα ο αριθμός Mach μέσω της σχέσης (2.9.10), και συνεπώς και οι στατικές συνθήκες της ροής στη θέση αυτή (σχέσεις (2.9.5) ως (2.9.8)) καθώς και η ταχύτητα V (σχέση (2.9.2)). Με τον τρόπο αυτό γίνεται αντιληπτό ότι από τα έντεκα μεγέθη p_t , T_t , ρ_t , p , T , ρ , V , M , A , α , \dot{m} που περιγράφουν

πλήρως τη μονοδιάστατη ροή σε κάποια διατομή, μόνο πέντε είναι ανεξάρτητα, δεδομένου ότι τα υπόλοιπα συνδέονται με αυτά με τις έξι προαναφερθείσες εξισώσεις. Αυτό σημαίνει ότι πέντε από τα παραπάνω μεγέθη καθορίζουν πλήρως την κατάσταση του ρευστού στη διατομή.

Για συμπιεστό ρευστό, η εξίσωση (2.9.6) συσχετίζει την ολική και τη στατική πίεση με ένα κινηματικό μέγεθος. Η ανάλυση που ακολουθεί στοχεύει στο να διευκρινήσει την περιοχή ισχύος της (2.4.11) σε σχέση με την προαναφερθείσα εξίσωση. Η εξίσωση (2.9.6) μπορεί να αναπτυχθεί κατά Taylor, ως

$$\begin{aligned} \frac{p_t}{p} &= 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \frac{\gamma}{\gamma-1} + \left(\frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^2 \frac{\gamma}{(\gamma-1)^2} \frac{1}{2} + \dots \\ &= 1 + \frac{\gamma}{2} M^2 + \frac{\gamma}{4} M^4 + \dots \end{aligned}$$

Με την υπόθεση πολύ μικρών αριθμών Mach, οι όροι υψηλότερης τάξης μπορούν να αμεληθούν, οπότε

$$\frac{p_t}{p} = 1 + \frac{\gamma}{2} M^2 \Rightarrow p_t = p + \frac{\gamma p}{2} M^2 = p + \frac{\gamma p}{2} \frac{V^2}{\gamma RT} = p + \frac{\rho V^2}{2} \quad (2.9.13)$$

η οποία είναι η σχέση (2.4.11) για ασυμπίεστη ροή. Βλέπουμε λοιπόν ότι η γενική σχέση της συμπίεστης ροής εκφυλίζεται σ'αυτήν της ασυμπίεστης, για μικρούς αριθμούς Mach και μόνο, δηλαδή για συνθήκες που πλησιάζουν αυτές της ασυμπίεστης ροής. Απ'αυτήν την άποψη, όταν δεν είναι γνωστός ο αριθμός Mach, πρέπει πάντα να εφαρμόζεται η σχέση (2.9.6), εκτός αν είναι δεδομένο ή εκ των προτέρων γνωστό ότι η ροή είναι προσεγγιστικά ασυμπίεστη. Από την άλλη πλευρά και για τιμές του αριθμού Mach μικρότερες του 0,3 το σφάλμα που γίνεται όταν χρησιμοποιηθεί η σχέση της ασυμπίεστης ροής είναι μικρότερο του 4,5%.

Η σχέση (2.9.10), που συσχετίζει την παροχή που περνά από τη διατομή A, μπορεί επίσης να γραφεί ως εξής

$$\frac{\dot{m} \sqrt{T_t}}{A p_t \cos \alpha} = \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} M \quad (2.9.14)$$

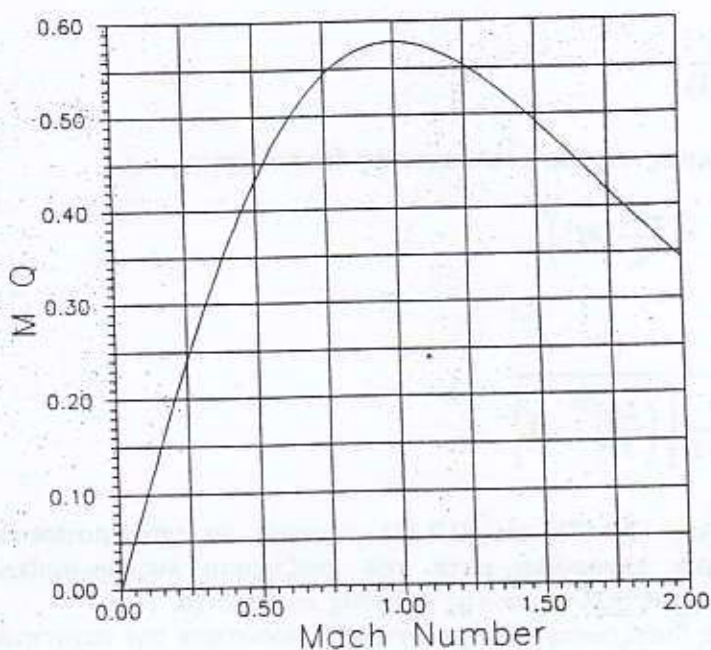
Η σχέση αυτή δείχνει ότι η ποσότητα $\dot{m} \sqrt{T_t} / p_t$, όταν αναφερόμαστε σε μια συγκεκριμένη διατομή A και κατεύθυνση της ροής, είναι συνάρτηση μόνο του αριθμού Mach. Η παρατήρηση αυτή είναι χρήσιμη σε πρακτικές εφαρμογές, όταν γίνονται υπολογισμοί κατά μήκος μιας μηχανής. Με γνωστά μεγέθη την παροχή, τα ολικά μεγέθη της ροής, η διατομή και η κατεύθυνση της ροής, η παραπάνω σχέση έχει τότε μοναδικό άγνωστο τον αριθμό Mach. Επειδή η σχέση αυτή είναι πεπλεγμένης μορφής, ο προσδιορισμός του M πρέπει να γίνει με αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (εφαρμογή επαναληπτικής διαδικασίας). Σε τέτοιες περιπτώσεις είναι χρήσιμο το διάγραμμα που δίνει τη μεταβολή της ποσότητας

ΑΡΧΕΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

$$M_Q = M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

συναρτήσει του M . Ένα τέτοιο διάγραμμα, για εργαζόμενο μέσο με $\gamma=1,4$ (π.χ. αέρας), παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9.1. Από το διάγραμμα μπορεί να εκλεγεί μια αρχική εκτίμηση του M πολύ κοντά στη λύση, γεγονός που επιτρέπει γρήγορη σύγκλιση της επαναληπτικής αριθμητικής διαδικασίας που θα εφαρμοσθεί για την επίλυση της (2.9.14). Το διάγραμμα παρουσιάζει υποηχητικές και υπερηχητικές λύσεις, μέχρι την τιμή $M=2$, και απαιτείται προσεκτική διατύπωση του επαναληπτικού αλγόριθμου για τη σύγκλιση σε αριθμούς Mach μεγαλύτερους ή μικρότερους της μονάδας.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένα, τυπικό πρόβλημα υπολογισμού που αντιμετωπίζεται τακτικά κατά το μονοδιάστατο υπολογισμό της ροής σε συνιστώσες στροβιλομηχανών (κυρίως σε ενδιάμεσους αγωγούς, αγωγούς εισόδου και εξόδου) είναι ο υπολογισμός του αριθμού Mach σε



Σχήμα 2.9.1 Μεταβολή της ποσότητας M_Q ως συνάρτηση του αριθμού Mach, για $\gamma=1.4$.

για διατομή, όταν είναι γνωστά

- η ολική θερμοκρασία T_i της διατομής
- η ολική πίεση p_i της διατομής
- η γωνία της ροής (α ή $\cos\alpha$)
- η διατομή A
- η παροχή μάζας \dot{m} και
- οι ιδιότητες του εργαζόμενου μέσου (έστω τέλει αέριο με γνωστά γ, R)

Η εξίσωση (2.9.14) μπορεί να επιλυθεί ως προς τις δύο ποσότητες M που εμφανίζονται σ'αυτήν, ώστε να μπορέσει να επιλυθεί με τον επαναληπτικό αλγόριθμο σταθερού σημείου. Χρησιμοποιώντας τις βοηθητικές ποσότητες

$$F = \frac{\dot{m}}{Ap_i} \sqrt{\frac{RT_i}{\gamma}} \frac{1}{\cos\alpha} \quad (2.9.15)$$

και

$$\epsilon = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \quad (2.9.16)$$

έχουμε συνεπώς τις δυο εναλλακτικές διατυπώσεις

$$M = F \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^\epsilon \quad (2.9.17)$$

και

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{M}{F} \right)^{1/\epsilon} - 1 \right]} \quad (2.9.18)$$

Οι εξισώσεις (2.9.17) και (2.9.18) μπορούν να χρησιμοποιηθούν στον επαναληπτικό αλγόριθμο κατά την αναζήτηση λύσεων-αριθμών Mach μικρότερων ή μεγαλύτερων της μονάδας αντίστοιχα.

Αν η διατύπωση γίνει με άγνωστη ποσότητα την ταχύτητα αντί του αριθμού Mach, οι αντίστοιχες εξισώσεις των (2.9.17) και (2.9.18) γράφονται

$$V = \frac{\dot{m}RT_t}{p_t} \frac{1}{A \cos \alpha} \left[1 - \frac{1}{2C_p T_t} V^2 \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.9.19)$$

και

$$V = \sqrt{2C_p T_t \left\{ 1 - \left[\frac{p_t A \cos \alpha V}{\dot{m}RT_t} \right]^{(1-\gamma)} \right\}} \quad (2.9.20)$$

2.10. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΓΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟ C_p

Για τον υπολογισμό μεταβολών εντροπίας ενός αερίου που υφίσταται μια θερμοδυναμική μεταβολή μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση του Gibbs, που, ως γνωστόν, εκφράζει τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για αναστρέψιμες μεταβολές. Η σχέση (2.8.4) όταν εφαρμοσθεί σε αέριο με σταθερό C_p και ολοκληρωθεί μεταξύ της αρχικής κατάστασης 1 και της τελικής κατάστασης 2 δίνει

$$S_2 - S_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (2.10.1)$$

Αν το C_p είναι μεταβλητό, τότε ορίζεται η συνάρτηση Φ από τη σχέση

$$\Phi = \int \frac{C_p dT}{T} \quad (2.10.2)$$

οπότε η μεταβολή εντροπίας γράφεται ως

$$S_2 - S_1 = \Phi_2 - \Phi_1 - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (2.10.3)$$

Η σχέση (2.10.3) παρέχει έναν τρόπο υπολογισμού των ισεντροπικών μεταβολών όταν πρόκειται για αέριο με μεταβλητό C_p . Θεωρώντας τη διαφορά εντροπίας ίση με μηδέν τότε έχουμε για την πίεση

$$\frac{p_2}{p_1} = e^{\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R}} \quad (2.10.4)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R}} \quad (2.10.4)$$

Οι σχέσεις (2.10.1) και (2.10.2) επιτρέπουν τον υπολογισμό μεταβολών σε αέρια στα οποία η ειδική θερμοχωρητικότητα C_p είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας T του αερίου. Το C_p εκφράζεται συνήθως σε μορφή δυναμοσειράς ως προς τη θερμοκρασία T , δηλαδή

$$C_p = R(\alpha_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \dots) \quad (2.10.5)$$

Τιμές οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τους συντελεστές αυτής της εξίσωσης σε υπολογισμούς στις στροβιλομηχανές, με εργαζόμενο μέσο τον αέρα, $\alpha_0 = 3,31$, $\alpha_1 = 7,31 \cdot 10^{-4}$ (και να αμεληθούν όροι υψηλότερης τάξης), ενώ η θερμοκρασία T δίνεται σε Kelvin. Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με το θέμα αυτό ο αναγνώστης παραπέμπεται σε συγγράμματα Θερμοδυναμικής.

Ας σημειωθεί ότι σε περίπτωση τέτοιου αερίου, για ακριβέστερους υπολογισμούς, η συσχέτιση στατικών και ολικών μεγεθών δε γίνεται πλέον με τις σχέσεις (2.9.5) έως (2.9.7) γιατί ο εκθέτης γ δεν είναι σταθερός. Οι υπολογισμοί πρέπει να γίνουν με βάση το γεγονός ότι οι ολικές και οι στατικές συνθήκες συνδέονται με ισεντροπικές σχέσεις και τις σχέσεις ορισμού ολικής ενθαλπίας και μεταβολής ενθαλπίας.

3. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΑΡΧΩΝ ΤΗΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται, με συστηματικό τρόπο, οι εξισώσεις που διέπουν τη ροή του εργαζόμενου μέσου στις στροβιλομηχανές. Η παρουσίαση γίνεται με τρόπο που να καταλήγει σε εύχρηστες εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται για τη μονοδιάστατη ανάλυση των θερμικών στροβιλομηχανών. Η ανάπτυξη των εξισώσεων ξεκινά πάντοτε από τη διανυσματική μορφή τους, αφού έτσι προκύπτουν εξισώσεις και συμπεράσματα που η ισχύ τους δεν εξαρτάται από το σύστημα συντεταγμένων που θα επιλέξουμε. Έχοντας στόχο τη μονοδιάστατη ανάλυση θερμικών στροβιλομηχανών, οι συνεκτικοί όροι εμφανίζονται μεν για λόγους πληρότητας και επεξηγήσεων σχετικά με τη φυσική τους σημασία, αλλά η περαιτέρω μαθηματική τους ανάλυση παραλείπεται ή δίνεται για προαιρετική ανάγνωση με μικρότερα στοιχεία. Γνώσεις από το διανυσματικό λογισμό και, σε δεύτερο επίπεδο, από τον τανυστικό λογισμό βοηθούν στην κατανόηση του κειμένου, χωρίς να είναι απαραίτητη για την ποιοτική κατανόηση και τη χρήση των εξισώσεων που προκύπτουν.

Η ανάπτυξη των εξισώσεων γίνεται σε δύο διαφορετικά συστήματα, το απόλυτο και το περιστρεφόμενο ή σχετικό σύστημα που είναι ακίνητο ως προς τα περιστρεφόμενα πτερύγια τα οποία ακολουθεί στην περιστροφή τους. Η ανάγκη επιλεκτικής χρήσης του ενός ή του άλλου συστήματος αναλύεται στις Ενότητες που ακολουθούν. Τέλος στο Κεφάλαιο 3, οι εξισώσεις της ροής συνδυάζονται με τα θερμοδυναμικά μεγέθη της ροής (ολική πίεση, ολική θερμοκρασία, εντροπία), βοηθώντας

στην κατανόηση της φυσικής σημασίας που αυτά έχουν στις θερμικές στροβιλομηχανές, σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες γνώσεις που αποκτήθηκαν στο προηγούμενο Κεφάλαιο.

3.1. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Η αξιωματική αρχή της διατήρησης της παροχής μάζας διατυπώνεται μαθηματικά με την εξίσωση της συνέχειας (continuity equation). Ας σημειωθεί ότι η παραδοχή διατήρησης της μάζας ενός ρευστοστοιχείου είναι πάρα πολύ ακριβής για τις εφαρμογές των στροβιλομηχανών, όπου οι ταχύτητες που εμφανίζονται είναι ένα αμελητέο ποσοστό της ταχύτητας του φωτός. Έτσι αρκούν οι νόμοι της Κλασσικής Μηχανικής και αποφεύγεται κάθε αναφορά στη Σχετιστική Μηχανική, η οποία θα ήταν αναγκαία αν οι ταχύτητες στις στροβιλομηχανές ήταν τάξης συγκρίσιμης με την ταχύτητα του φωτός.

Ο τυπικός τρόπος γραφής της διατήρησης μιας οποιασδήποτε ποσότητας που σχετίζεται με ένα κινούμενο ρευστοστοιχείο είναι ο μηδενισμός της ολικής ή υλικής παραγώγου (total ή material derivative) της ποσότητας αυτής. Η υλική παράγωγος ορίζεται ως

$$\frac{D()}{dt} = \frac{\partial()}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla() \quad (3.1.1)$$

όπου \vec{V} είναι το διάνυσμα της ταχύτητας. Έτσι, η εξίσωση της συνέχειας προκύπτει μηδενίζοντας την υλική παράγωγο της στοιχειώδους μάζας dm ενός ρευστοστοιχείου. Αν ο όγκος του σωματιδίου είναι dV και θεωρηθεί σταθερή η πυκνότητα του ρ , η εξίσωση της συνέχειας διατυπώνεται ως

$$\frac{D(dm)}{dt} = \frac{D(\rho dV)}{dt} = \rho \frac{D(dV)}{dt} + dV \frac{D\rho}{dt} = 0 \quad (3.1.2)$$

Ο όρος $D(dV)/dt$ εκφράζει το χρονικό ρυθμό μεταβολής του όγκου dV του ρευστοστοιχείου καθώς αυτό εκτελεί την κίνησή του. Αποδεικνύεται ότι ο ρυθμός αυτός σχετίζεται με την απόκλιση (divergence, div) του

διανύσματος της ταχύτητας \vec{V} , με τη σχέση

$$\frac{1}{dV} \frac{D(dV)}{dt} = \nabla \cdot \vec{V} \quad (3.1.3)$$

οπότε η εξίσωση (3.1.2) γράφεται

$$\frac{D\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.1.4)$$

Οι εξισώσεις (3.1.1) και (3.1.4), σε συνδυασμό με γνωστές ταυτότητες από το διανυσματικό λογισμό δίνουν την τελική μορφή της εξίσωσης της συνέχειας για συμπιεστό ρευστό, η οποία ισχύει και για χρονικά μεταβαλλόμενη ροή. Αυτή είναι η εξής

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1.5)$$

όπου ο πρώτος όρος παραλείπεται όταν η ροή είναι χρονικά μόνιμη. Για ροές σταθερής πυκνότητας η (3.1.5) απλοποιείται στη μορφή

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.1.6)$$

Η φυσική σημασία της (3.1.6) προκύπτει άμεσα από τη φυσική σημασία του τελεστή απόκλισης. Έτσι, για ασυμπίεστο ρευστό, η εξίσωση (3.1.6) ισοδυναμεί με την ισότητα των παροχών όγκου που εισέρχονται και εξέρχονται σε κάθε όγκο αναφοράς. Για τη συμπιεστή ροή, στο ισοζύγιο της εισερχόμενης και της εξερχόμενης παροχής μάζας σε έναν όγκο αναφοράς, πρέπει να συνυπολογισθεί και η χρονική μεταβολή της πυκνότητας του περιεχομένου ρευστού, όπως φαίνεται από την εξίσωση (3.1.5).

3.2. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η εξίσωση κίνησης ενός ρευστού βασίζεται στο δεύτερο νόμο κίνησης του Newton και εκφράζει μαθηματικά εκείνη την κατάσταση ισορροπίας η οποία οφείλει να ισχύει κάθε χρονική στιγμή σε κάθε θέση του πεδίου ροής. Αν \vec{a} είναι η επιτάχυνση του ρευστοστοιχείου μάζας

dm και $d\vec{F}$ είναι η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό, τότε η εξίσωση κίνησης στη γενική της μορφή γράφεται

$$dm \vec{a} = d\vec{F} \quad (3.2.1)$$

Το διάνυσμα της επιτάχυνσης \vec{a} εκφράζει το χρονικό ρυθμό μεταβολής του διανύσματος της ταχύτητας \vec{V} κατά μήκος μιας τροχιάς

και συνεπώς ισούται με την υλική παράγωγο του \vec{V} , είναι δηλαδή

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{dt} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla\vec{V} \quad (3.2.2)$$

Η δύναμη $d\vec{F}$ αθροίζει δυνάμεις πεδίου $d\vec{F}_F$ και επιφανειακές δυνάμεις $d\vec{F}_S$ στο ρευστοστοιχείο, και γενικά γράφεται ως

$$d\vec{F} = d\vec{F}_F + d\vec{F}_S \quad (3.2.3)$$

Από τις δυνάμεις πεδίου, μόνο η δύναμη λόγω βαρύτητας θα μπορούσε ενδεχομένως να ληφθεί υπόψη στη μελέτη των στροβιλομηχανών. Αν στο Καρτεσιανό σύστημα (x,y,z), η κατεύθυνση -z συμπίπτει με την κατεύθυνση της επιτάχυνσης της βαρύτητας, μέτρου g, τότε

$$d\vec{F}_F = -dm \nabla(gz) \quad (3.2.4)$$

Η παραπάνω εξίσωση δόθηκε για λόγους πληρότητας αν και, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, στην ανάλυση που θα ακολουθήσει οι δυνάμεις βαρύτητας θα αμελούνται.

Συμμετοχή στις επιφανειακές δυνάμεις $d\vec{F}_S$ που ασκούνται στο ρευστοστοιχείο έχουν οι δυνάμεις τριβής $d\vec{F}_{s_1}$ και οι δυνάμεις πίεσης

$d\vec{F}_{s_2}$. Οι πρώτες, ανηγμένες στη μονάδα όγκου του ρευστοστοιχείου, αποτελούν έκφραση των κλίσεων του διανύσματος της ταχύτητας και της δυναμικής συνεκτικότητας μ και για στρωτή ροή δίνονται από τη σχέση

$$\frac{d\vec{F}_{s_1}}{dv} = \nabla \cdot \vec{\tau} = \nabla \cdot \left[\mu \{ \nabla\vec{V} + (\nabla\vec{V})^T \} - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \vec{V}) \vec{I} \right] = \rho \vec{f}_v \quad (3.2.5)$$

όπου \vec{I} είναι ο ταυτοτικός τανυστής, η γραφή $(\nabla\vec{V})^T$ συμβολίζει το

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

συζυγή του τανυστή $\nabla\bar{V}$, ενώ $\bar{\tau}$ είναι ο τανυστής των τάσεων τριβής.

Στην ανάλυση που ακολουθεί, για λόγους συντομίας, θα συμβολίζουμε με

\bar{f}_v τις επιφανειακές δυνάμεις ανά μονάδα μάζας οι οποίες ασκούνται λόγω τριβής στο ρευστοστοιχείο.

Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητες ορισμένες διευκρινίσεις, αφού η έννοια του τανυστή (tensor) εισάγεται για πρώτη φορά στο παρόν σύγγραμμα. Γενικά, η ανάλυση πολλών φαινομένων ροής διευκολύνεται σημαντικά με τη χρήση των τανυστών. Ασφαλώς, αν ενδιαφερόμαστε μόνο για τη γραφή των συνιστωσών των δυνάμεων τριβής στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, η εξίσωση (3.2.5) παίρνει μια απλούστερη ειδική μορφή. Εν τούτοις, χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο για τη θεμελίωση και κατανόηση των όσων ακολουθούν, προτιμήθηκε να δοθεί η πιο γενική γραφή για το διάνυσμα των δυνάμεων τριβής. Συμπληρωματικά διευκρινίζεται ότι στο Καρτεσιανό σύστημα ο τανυστής των τάσεων αναλύεται ως

$$\bar{\tau} = \begin{vmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{vmatrix}$$

και είναι συμμετρικός, είναι δηλαδή

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad , \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad , \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Ο ταυτοτικός τανυστής \bar{I} ορίζεται ως

$$\bar{I} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

ενώ, στο ίδιο σύστημα, ο τανυστής $\nabla\bar{V}$ που προκύπτει εφαρμόζοντας τον τελεστή ανάδελτα (∇) στο διάνυσμα της ταχύτητας γράφεται ως

$$\nabla\bar{V} = \bar{i}_x \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{i}_y \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{i}_z \frac{\partial \bar{V}}{\partial z}$$

ή ως

$$\nabla \bar{V} = \begin{vmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial y} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} & \frac{\partial V_y}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

όπου $\bar{i}_x, \bar{i}_y, \bar{i}_z$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Ο συζυγής τανυστής του $\nabla \bar{V}$, γράφεται αντίστοιχα στη μορφή

$$(\nabla \bar{V})^T = \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \bar{i}_x + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \bar{i}_y + \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \bar{i}_z$$

ή αντίστοιχα

$$(\nabla \bar{V})^T = \begin{vmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_x}{\partial z} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Οι τανυστές $\nabla \bar{V}$ και $(\nabla \bar{V})^T$ είναι αναλλοίωτοι, δηλαδή δεν εξαρτώνται από το σύστημα συντεταγμένων που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυσή τους.

Από τη θεωρία του τανυστικού λογισμού προκύπτει ότι η απόκλιση ενός τανυστή, λ.χ. του τανυστή των τάσεων, είναι ένα διάνυσμα που στο Καρτεσιανό σύστημα ορίζεται ως

$$\nabla \cdot \bar{\tau} = \left(\bar{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \bar{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \bar{i}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \bar{\tau} = \bar{i}_x \frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \bar{i}_y \frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \bar{i}_z \frac{\partial \tau_z}{\partial z}$$

όπου κατά σειρά είναι

$$\bar{i}_x \frac{\partial \tau_x}{\partial x} = \bar{i}_x \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \bar{i}_y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \bar{i}_z \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}$$

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

$$\vec{i}_y \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = \vec{i}_x \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \vec{i}_y \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}$$

$$\vec{i}_x \cdot \frac{\partial \tau}{\partial z} = \vec{i}_x \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \vec{i}_y \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \vec{i}_z \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

Κατά συνέπεια, οι Καρτεσιανές συνιστώσες της απόκλισης του τανυστή των τάσεων, δηλαδή της δύναμης τριβής ανά μονάδα όγκου του ρευστοστοιχείου, θα είναι

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{F}_s}{dv} = \nabla \cdot \vec{T} = & \vec{i}_x \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \vec{i}_y \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \\ & + \vec{i}_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Οι επιφανειακές δυνάμεις λόγω πίεσης που ασκούνται στο ρευστοστοιχείο είναι

$$d\vec{F}_s = -\nabla p \, dv \quad (3.2.6)$$

Ο συνδυασμός των σχέσεων (3.2.1) ως (3.2.6) δίνει την τελική έκφραση για την εξίσωση κίνησης, η οποία, ανηγμένη στη μονάδα μάζας του ρευστού, γράφεται

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}_v - \nabla(gz) \quad (3.2.7)$$

Για στρωτή ροή που λαμβάνει χώρα με σταθερό συντελεστή συνεκτικότητας μ , η σχέση (3.2.5) απλοποιείται στη μορφή

$$\vec{f}_v = \nu \left[\nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (3.2.8)$$

ενώ, αν επιπλέον η πυκνότητα είναι σταθερή, δηλαδή για τις ασυμπίεστες στρωτές ροές με σταθερό μ , γίνεται

$$\vec{f}_v = \nu \nabla^2 \vec{V} \quad (3.2.9)$$

όπου η κινηματική συνεκτικότητα ν δίνεται από τη σχέση

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.2.10)$$

Για λόγους πληρότητας ορίζουμε το συνολικό τανυστή των τάσεων $\vec{\sigma}$, οποίος συνοψίζει επιφανειακές τάσεις λόγω δυνάμεων τριβής και πίεσης. Τότε, οι επιφανειακές δυνάμεις ανά μονάδα όγκου ισούνται με

$$\frac{d\vec{F}_s}{dv} = \nabla \cdot \vec{\sigma} = \nabla \cdot \vec{\tau} - \nabla p \quad (3.2.11)$$

Από το διανυσματικό λογισμό είναι γνωστή η ταυτότητα

$$\nabla(\vec{U} \cdot \vec{V}) = \vec{U} \cdot \nabla \vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{U} + \vec{U} \times (\nabla \times \vec{V}) + \vec{V} \times (\nabla \times \vec{U}) \quad (3.2.12)$$

όπου \vec{V}, \vec{U} δυο οποιαδήποτε διανύσματα. Για την περίπτωση που $\vec{U} = \vec{V}$, η (3.2.12) δίνει

$$\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right) - \vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}) \quad (3.2.13)$$

Με τη βοήθεια της τελευταίας σχέσης, η εξίσωση της κίνησης (3.2.7) γράφεται εναλλακτικά και ως

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{V^2}{2} + gz \right) = \vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}) - \frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}_v \quad (3.2.14)$$

Η τελευταία εξίσωση, αποτελεί μια χαρακτηριστική γραφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής, φέρεται συνήθως ως εξίσωση του Lamb και επιτρέπει την εμπλοκή του διανύσματος του στροβιλισμού (vorticity vector) $\vec{\Omega}$, που ορίζεται ως

$$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V} \quad (3.2.15)$$

στην εξίσωση της κίνησης.

Η εξίσωση (3.2.7), με τους συνεκτικούς όρους να δίνονται από τη

σχέση (3.2.8) για $\mu = \text{σταθερό}$, αποτελεί τη διανυσματική γραφή των εξισώσεων Navier-Stokes για στρωτές ροές. Στις τυρβώδεις ροές η σχέση που συνδέει τις συνεκτικές δυνάμεις \vec{f}_v με την κλίση του πεδίου ταχύτητας δεν έχει την απλότητα της σχέσης (3.2.8). Παραλείποντας τους συνεκτικούς όρους στην (3.2.7) προκύπτει η διανυσματική γραφή των εξισώσεων Euler, οι οποίες διέπουν τις ατριβείς ροές.

3.3. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΓΡΑΦΕΣ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η εξίσωση διατήρησης της ορμής μπορεί να διατυπωθεί με εναλλακτικούς τρόπους, που βοηθούν στην εισαγωγή φυσικών μεγεθών χρησιμών για τη μελέτη της ροής στις θερμικές στροβιλομηχανές. Ειδικότερα, είναι χρήσιμο να εισαχθούν θερμικά μεγέθη στην έκφραση της εξίσωσης αυτής, γιατί με αυτό τον τρόπο μπορούν να εκφραστούν άμεσα μεταβολές ενεργειακών μεγεθών και να εξαχθούν συμπεράσματα για χαρακτηριστικά της ροής στις θερμικές στροβιλομηχανές, όπως θα δούμε παρακάτω.

Ο συνδυασμός της εξίσωσης (3.2.14) διατήρησης της ορμής κατά Lamb και της σχέσης (2.8.3) η οποία εκφράζει το νόμο του Gibbs, επιτρέπει την εναλλακτική γραφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής ως

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right) = \vec{V} \times \vec{\Omega} + T \nabla S - \nabla h + \vec{f}_v \quad (3.3.1)$$

όπου αμελήθηκε η επίδραση των δυνάμεων βαρύτητας. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της ολικής ενθαλπίας h , από τη σχέση (2.4.9), η σχέση αυτή γράφεται εναλλακτικά ως

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla h = \vec{V} \times \vec{\Omega} + T \nabla S + \vec{f}_v \quad (3.3.2)$$

Για την περίπτωση ασυμπίεστης ροής, με τη βοήθεια και πάλι της εξίσωσης του Gibbs, η εξίσωση (3.2.14) της ορμής κατά Lamb, σε συνδυασμό με την ακριβή σχέση (2.4.11) που ορίζει την ολική πίεση p , για ασυμπίεστες ροές, γράφεται στη μορφή

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) = \vec{V} \times \vec{\Omega} + \vec{f}_v \quad (3.3.3)$$

όπου, αφ'ενός μεν αμελήθηκαν και πάλι οι δυνάμεις βαρύτητας, αφ'ετέρου δε χρησιμοποιήθηκε ότι

$$\frac{1}{\rho} \nabla p = \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right)$$

αφού η πυκνότητα παραμένει σταθερή. Οι εκφράσεις (3.3.2) και (3.3.3) είναι ισοδύναμες γραφές της εξίσωσης διατήρησης της ορμής για τη συμπιεστή και την ασυμπιεστή ροή, εμπλέκοντας αντίστοιχα τα μεγέθη της ολικής ενθαλπίας και της ολικής πίεσης.

Τέλος, μια επιπλέον γραφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής είναι αυτή της συντηρητικής μορφής (conservative form). Με αφετηρία την εξίσωση (3.2.7), η οποία ξαναγράφεται χρησιμοποιώντας τον τανυστή

των τάσεων τριβής $\vec{\tau}$ σύμφωνα με τη σχέση (3.2.5) στη μορφή

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3.3.4)$$

και με τη βοήθεια των ταυτοτήτων του διανυσματικού λογισμού

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \rho(\nabla \cdot \vec{V}) + \nabla \rho \cdot \vec{V} \quad (3.3.5)$$

$$\nabla \rho \cdot \vec{V} + \rho(\nabla \cdot \vec{V}) \vec{V} + \rho \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) \quad (3.3.6)$$

προκύπτει η γραφή

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3.3.7)$$

Η γραφή αυτή ονομάζεται συντηρητική και επιτρέπει τη χρήση του θεωρήματος του Gauss κατά την ολοκλήρωσή της σε όγκο αναφοράς. Ο

δεύτερος όρος της (3.3.7) εμπλέκει τον τανυστή της ορμής $\rho \vec{V} \vec{V}$. Η εξίσωση (3.3.7) αναφέρεται στον ισολογισμό της μεταβολής της ορμής και των επιφανειακών δυνάμεων σε ένα ρευστοστοιχείο, είναι ανηγμένη στη μονάδα του όγκου του και συνεπώς η απόκλιση του τανυστή της ορμής εκφράζει τη μεταβολή της ορμής ανά μονάδα όγκου του ρευστοστοιχείου.

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Ορισμένες διευκρινίσεις είναι απαραίτητες για όσους επιθυμούν περισσότερη εμπέδωση στον τρόπο γραφής (3.3.7). Παρακάτω θα αναλυθεί ο τελεστής της ορμής $\nabla \bar{V}$ που διέπει τις ασυμπίεστες ροές, αφού η επέκταση στον τελεστή $\rho \nabla \bar{V}$ είναι άμεση. Έτσι, για δύο διανύσματα \bar{V} και \bar{U} , ο τανυστής $\dot{\Phi} = \nabla \bar{U}$, ορίζεται στο Καρτεσιανό σύστημα ως

$$\dot{\Phi} = \begin{vmatrix} V_x U_x & V_x U_y & V_x U_z \\ V_y U_x & V_y U_y & V_y U_z \\ V_z U_x & V_z U_y & V_z U_z \end{vmatrix}$$

όπου V_x, V_y, V_z και U_x, U_y, U_z είναι αντίστοιχα οι Καρτεσιανές συνιστώσες των δύο διανυσμάτων. Για την απόκλιση του τανυστή $\dot{\Phi}$, στο ίδιο σύστημα ισχύει

$$\nabla \cdot \dot{\Phi} = \nabla \cdot (\nabla \bar{U}) = \bar{i}_x \cdot \frac{\partial (\nabla \bar{U})}{\partial x} + \bar{i}_y \cdot \frac{\partial (\nabla \bar{U})}{\partial y} + \bar{i}_z \cdot \frac{\partial (\nabla \bar{U})}{\partial z}$$

Θεωρώντας την περίπτωση που μας ενδιαφέρει κατά την οποία $\bar{U} = \bar{V}$ και

$\dot{\Phi} = \nabla \bar{V}$ η ανάπτυξη της προηγούμενης εξίσωσης στο Καρτεσιανό σύστημα δίνει

$$\nabla \cdot \dot{\Phi} = \nabla \cdot (\nabla \bar{V}) = \left(\bar{i}_x \cdot \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{i}_y \cdot \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{i}_z \cdot \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \right) \bar{V} + \bar{i}_x \cdot \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{i}_y \cdot \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{i}_z \cdot \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z}$$

Συγχρόνως ισχύει ότι

$$\bar{i}_x \cdot \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{i}_y \cdot \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{i}_z \cdot \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} = \left(\bar{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \bar{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \bar{i}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \bar{V} = \nabla \cdot \bar{V}$$

το οποίο ισούται με μηδέν για ασυμπίεστη ροή, από την εξίσωση της συνέχειας. Επίσης ισχύει ότι

$$\bar{i}_x \cdot \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{i}_y \cdot \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{i}_z \cdot \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} = V_x \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + V_y \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + V_z \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} = \bar{V} \cdot \nabla \bar{V}$$

Έτσι, για την ασυμπίεστη ροή, ισχύει ότι

$$\nabla \cdot \vec{\Phi} = \nabla \cdot (\vec{V}\vec{V}) = (\nabla \cdot \vec{V})\vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \vec{V} \cdot \nabla \vec{V}$$

ενώ για τη συμπιεστή ροή, όπου $\vec{\Phi} = \rho \vec{V}\vec{V}$ γράφουμε αντίστοιχα ότι

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}\vec{V}) = \nabla \rho \cdot \vec{V}\vec{V} + \rho (\nabla \cdot \vec{V})\vec{V} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla \vec{V})$$

3.4. ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΗ ΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η διαφορική εξίσωση διατήρησης της ορμής η οποία διατυπώθηκε στις δύο προηγούμενες ενότητες ισχύει για κάθε ρευστοστοιχείο μέσα στο πεδίο ροής. Αν θεωρηθεί ένας ακίνητος πεπερασμένος όγκος αναφοράς R μέσα στο πεδίο ροής, ο οποίος περικλείεται από την επιφάνεια S , που μπορεί να αποτελείται από στερεά τοιχώματα ή/και τμήματα επιφάνειας μέσω των οποίων εισέρχεται και εξέρχεται το εργαζόμενο μέσο, η εξίσωση (3.3.7) ισχύει σε κάθε σημείο του όγκου αυτού. Υποτίθεται ότι ο όγκος R πρέπει να είναι πλήρης ρευστού ενώ η επιφάνεια S πρέπει να είναι συνεχώς σε επαφή με το ρευστό. Ενδεχόμενα το χωρίο R είναι πολλαπλής συνοχής, οπότε η επιφάνεια S αποτελείται από εξωτερικά και εσωτερικά τμήματα (Σχήμα 3.4.1).

Επειδή για κάθε στοιχείο ρευστού όγκου dv που περιέχεται στον όγκο αναφοράς R ισχύει η εξίσωση διατήρησης της ορμής, έστω στη μορφή (3.3.7), κατά μείζονα λόγο η παρακάτω εξίσωση ισχύει για ολόκληρο τον όγκο αναφοράς R , σε κάθε χρονική στιγμή

$$\int_R \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} dv + \int_R \nabla \cdot (\rho \vec{V}\vec{V}) dv = - \int_R \nabla p dv + \int_R \nabla \cdot \vec{\tau} dv \quad (3.4.1)$$

Η εξίσωση (3.4.1) αποτελεί μια πρώτη γραφή της ολοκληρωτικής εξίσωσης της διατήρησης της ορμής (integral momentum equation). Η τελική έκφραση για την ολοκληρωτική εξίσωση της ορμής, όπως αυτή μπορεί να φανεί χρήσιμη κατά τη μελέτη της ροής σε αγωγούς και πτερυγώσεις στρόβιλομηχανών, προκύπτει μετατρέποντας ορισμένα από τα χωρικά ολοκληρώματα της (3.4.1) σε επιφανειακά. Ο λόγος για τον οποίο είναι επιθυμητός ένας τέτοιος μετασχηματισμός είναι το ότι, όπως θα δούμε στη συνέχεια, σε χρονικά μόνιμες ροές, μπορούν να εκτιμηθούν δυνάμεις που ασκούνται σε στερεά τοιχώματα που συνορεύουν με τον όγκο αναφοράς, με δεδομένα μόνο από τις διατομές εισόδου και εξόδου του

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

ρευστού. Η δυνατότητα αυτή είναι εξαιρετικά σημαντική για τη μελέτη των στροβιλομηχανών, όπως θα γίνει αντιληπτό παρακάτω.

Η επιλογή ενός όγκου αναφοράς R ο οποίος διατηρεί αμετάβλητη τη μορφή του με την πάροδο του χρόνου, επιτρέπει να γραφεί ο χρονικός όρος της (3.4.1) στη μορφή

$$\int_R \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_R dm \vec{V} \quad (3.4.2)$$

όπου $dm = \rho dv$ η στοιχειώδης μάζα που αντιστοιχεί στο στοιχειώδη όγκο dv . Η διανυσματική ποσότητα $dm \vec{V}$ εκφράζει την ορμή του ρευστοστοιχείου και συνεπώς η (3.4.2) εκφράζει τη χρονική μεταβολή της συνολικής ορμής όλων των ρευστοστοιχείων που αποτελούν τον όγκο αναφοράς. Ο όρος (3.4.2) είναι μηδενικός για χρονικά μόνιμες ροές ενώ είναι σημαντικό να τονισθεί ότι για τις μη-μόνιμες ροές δεν μπορεί να μετατραπεί σε επιφανειακό ολοκλήρωμα, ώστε να υπολογισθεί μόνο από την κατάσταση ροής στα όρια του R .

Με τη βοήθεια του θεωρήματος του Gauss, αν \vec{n} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι κάθετο σε κάθε σημείο του ορίου S του R , με κατεύθυνση προς τα έξω, το δεύτερο ολοκλήρωμα της σχέσης (3.4.1) γράφεται

$$\int_R \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) dv = \int_S \vec{n} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) dS \quad (3.4.3)$$

Για το στοιχειώδες τμήμα του ορίου dS (Σχήμα 3.4.1), όπου α είναι η προσημασμένη γωνία που σχηματίζει το τοπικό διάνυσμα της ταχύτητας

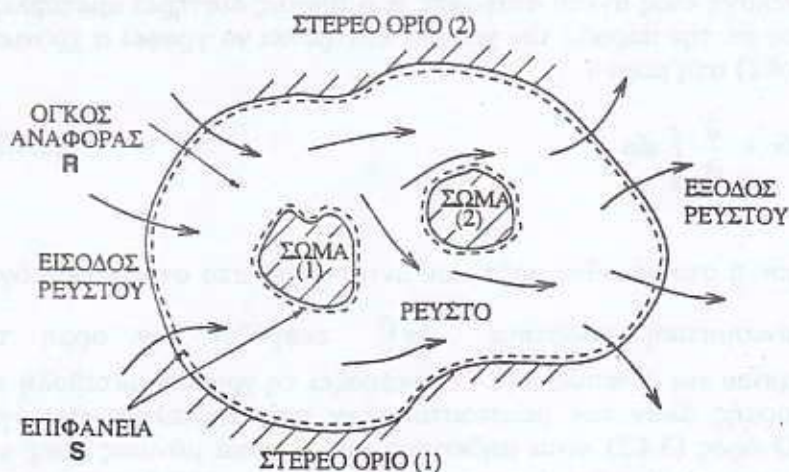
\vec{V} με το τοπικό μοναδιαίο διάνυσμα \vec{n} , ισχύει ότι

$$\vec{n} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) dS = \rho V \cos \alpha dS \vec{V} = dm_s \vec{V} \quad (3.4.4)$$

όπου dm_s είναι η αλγεβρική τιμή της παροχής μάζας που διασχίζει το στοιχειώδες τμήμα dS του ορίου

$$dm_s = \rho V \cos \alpha dS \quad (3.4.5)$$

Η στοιχειώδης παροχή μάζας dm_s είναι μηδενική στα τμήματα του ορίου που σχηματίζονται από στερεά τοιχώματα μια που στα τμήματα αυτά δεν υπάρχει συνιστώσα της ταχύτητας κάθετη προς την επιφάνεια (τα



Σχήμα 3.4.1 Ο όγκος αναφοράς R για τη διατύπωση της ολοκληρωτικής μορφής της εξίσωσης διατήρησης της ορμής.

τμήματα αυτά θα συμβολίζονται με S_w). Όσον αφορά στο πρόσημο της dm_s , αυτή θεωρείται ότι είναι θετική στα τμήματα του ορίου όπου το ρευστό εξέρχεται από τον όγκο αναφοράς R (το σύνολο των τμημάτων αυτών θα συμβολίζεται με S_2). Είναι αρνητική στα τμήματα του ορίου από τα οποία το ρευστό εισέρχεται στον όγκο R (τα τμήματα αυτά θα συμβολίζονται με S_1). Αφού το συνολικό όριο S αποτελείται αποκλειστικά από τα παραπάνω τρία τμήματα

$$S = S_w \cup S_1 \cup S_2$$

σε κάθε ένα από τα οποία είναι προκαθορισμένο το πρόσημο του dm_s . Στη συνέχεια, για λόγους ευκολίας, θα συμβολίζουμε με dm_s την απόλυτη τιμή της παροχής μάζας, ενώ το πρόσημο θα επιβάλλεται χωριστά. Έτσι, ο συνδυασμός των (3.4.3) και (3.4.4), με τις παραπάνω επεξηγήσεις για το πρόσημο του dm_s , δίνει τελικά ότι

$$\int_R \nabla \cdot (\rho \vec{V}) dv = \int_{S_2} dm_{s_2} \vec{V}_2 - \int_{S_1} dm_{s_1} \vec{V}_1 \quad (3.4.6)$$

Κάνοντας τη διάκριση με την προαναφερθείσα ποσότητα $dm\vec{V}$, η

διανυσματική ποσότητα $dm_s \vec{V}$ εκφράζει τώρα τη ροή ορμής από κάθε στοιχειώδες τμήμα dS του ορίου.

Ο όρος της κλίσης πίεσης στην εξίσωση (3.4.1) αναλύεται ως

$$\int_R \nabla p \, dv = \int_S p \, \vec{n} \, dS \quad (3.4.7)$$

και εκφράζει τις δυνάμεις πίεσης που ασκούνται από το ρευστό στα όρια του χωρίου R .

Τέλος, ο όρος των τάσεων τριβής γράφεται

$$\int_R \nabla \cdot \vec{\tau} \, dv = \int_S \vec{n} \cdot \vec{\tau} \, dS = - \int \vec{\tau} \, dS \quad (3.4.8)$$

Η τελική γραφή της (3.4.8) είναι ουσιαστικά συμβολική, όπου το αρνητικό πρόσημο εκφράζει, σε αντιστοιχία με τη σχέση (3.4.7), ότι και η δύναμη τριβών ασκείται από το περιεχόμενο ρευστό. Η τάση τ θα θεωρείται πάντοτε ίση με το μέτρο της ασκούμενης τάσης ($\tau > 0$), ενώ ορίζεται το

μοναδιαίο διάνυσμα \vec{i} , εφαπτομενικό στο όριο με κατεύθυνση αντίθετη της τάσης τριβών.

Οι παραπάνω σχέσεις, όταν αντικατασταθούν στην (3.4.1), δίνουν

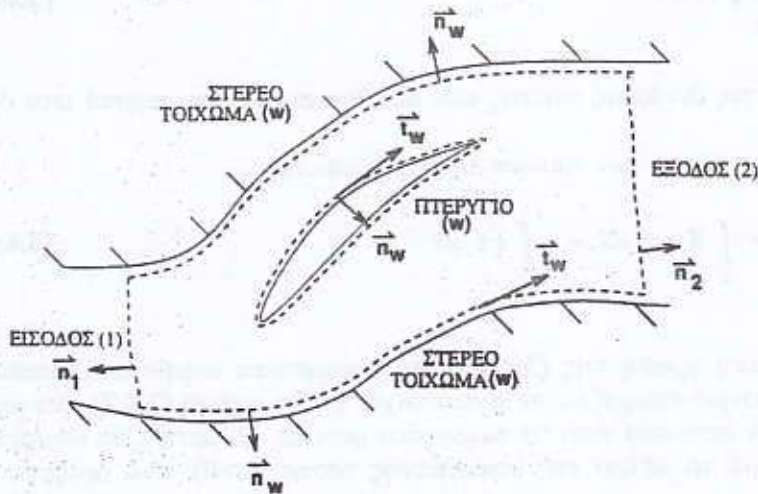
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_R dm \vec{V} + \int_{S_2} dm_{S_2} \vec{V}_2 - \int_{S_1} dm_{S_1} \vec{V}_1 = - \int_S p \vec{n} dS - \int_S \tau \vec{i} dS \quad (3.4.9)$$

Η ολοκληρωτική εξίσωση της ορμής (3.4.9) και η χρήση της μπορούν να γίνουν περισσότερο κατανοητές με τα παρακάτω δύο παραδείγματα εφαρμογής, από το χώρο των στροβιλομηχανών.

3.5. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Ροή σε Αγωγό με Πτερύγιο

Ως πρώτο παράδειγμα, μελετάται η ροή μέσα στον αγωγό του Σχήματος 3.5.1, ο οποίος αποτελείται από δύο πλευρικά στερεά τοιχώματα και ένα εσωτερικό πτερύγιο (όλα τα στερεά τοιχώματα μαζί θα



Σχήμα 3.5.1 Χρονικά μόνιμη ροή σε αγωγό με εσωτερικό πτερύγιο.

χαρακτηρίζονται με το δείκτη w), την είσοδο (δείκτης 1) και την έξοδο (δείκτης 2) του ρευστού. Το ζητούμενο είναι ο υπολογισμός των δυνάμεων που ασκεί η ροή σε όλα τα διαβρεχόμενα τοιχώματα, χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τα στοιχεία ροής στην είσοδο και την έξοδο του αγωγού. Ο όγκος αναφοράς είναι πολλαπλής συνοχής και ορίζεται στο σχήμα με διακεκομμένη γραμμή. Η ροή είναι χρονικά μόνιμη.

Για λόγους απλότητας, θα συμβολίσουμε με (PO) , $(\Delta\Pi)$ και (ΔT) τα ολοκληρώματα των ροών ορμής, δυνάμεων πίεσης και δυνάμεων τριβής, αντίστοιχα. Με βάση τη σχέση (3.4.9), θα ισχύουν οι συμβολισμοί

$$(PO) = \int_S dm_s \vec{V} \quad (3.5.1\alpha)$$

$$(\Delta\Pi) = \int_S -\vec{n} p dS \quad (3.5.1\beta)$$

$$(\Delta T) = \int_S -\vec{i} \tau dS \quad (3.5.1\gamma)$$

Εφαρμόζοντας την ολοκληρωτική εξίσωση (3.4.9) στον όγκο αναφοράς του Σχήματος 3.5.1, με τη βοήθεια των συμβολισμών (3.5.1) γράφουμε

$$(PO)_2 - (PO)_1 = (\Delta\Pi)_1 + (\Delta\Pi)_2 + (\Delta\Pi)_w + (\Delta T)_1 + (\Delta T)_2 + (\Delta T)_w \quad (3.5.2)$$

ή σε πλήρη ανάπτυξη ότι

$$\int_{s_2} dm_s \vec{V} - \int_{s_1} dm_s \vec{V} = \int_{s_1} -\bar{n}pdS + \int_{s_2} -\bar{n}pdS + \int_{s_w} -\bar{n}pdS + \int_{s_1} -\bar{i}\tau dS + \int_{s_2} -\bar{i}\tau dS + \int_{s_w} -\bar{i}\tau dS \quad (3.5.3)$$

Οι δυνάμεις πίεσης και τριβής οι οποίες ασκούνται στα στερεά τοιχώματα από το ρευστό που ρέει στον όγκο αναφοράς είναι

$$\vec{F}_w = -(\Delta\Pi)_w - (\Delta T)_w \quad (3.5.4)$$

και συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.2) και (3.5.4) προκύπτει ότι η συνολική δύναμη \vec{F}_w ισούται με

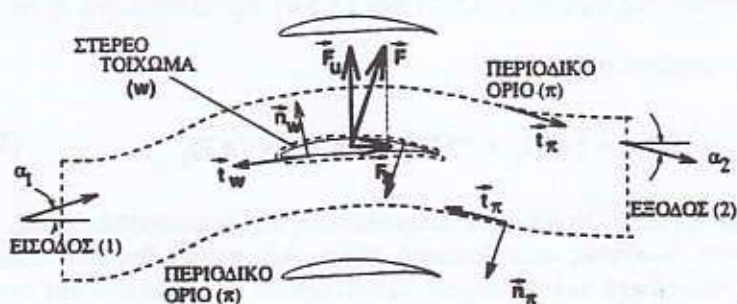
$$\vec{F}_w = (PO)_1 - (PO)_2 + (\Delta\Pi)_1 + (\Delta\Pi)_2 + (\Delta T)_1 + (\Delta T)_2 \quad (3.5.5)$$

Η σχέση (3.5.5) ισχύει για ασυμπίεστες και συμπιεστές ροές, χωρίς να απαιτούνται συνθήκες αδιαβατικής ροής. Ας σημειωθεί ότι προέκυψε χωρίς καμιά παραδοχή για τη μορφή των στερεών τοιχωμάτων και συνεπώς είναι γενικής ισχύος (μπορεί π.χ. να εμπεριέχονται περισσότερα από ένα πτερύγια). Επιτρέπει δε τον υπολογισμό της δύναμης που ασκείται στα διαβρεχόμενα στερεά τοιχώματα χρησιμοποιώντας μεγέθη ορμής και δυνάμεων πίεσης και τριβής στην είσοδο και την έξοδο του μελετούμενου χωρίου. Μπορούν δηλαδή να εκτιμηθούν οι δυνάμεις που εξασκούνται σε στερεά σώματα, χωρίς να είναι απαραίτητη η γνώση καμιάς ποσότητας πάνω στην επιφάνεια των σωμάτων αυτών!

Ροή σε Γραμμική Πτερυγωση

Στο Σχήμα 3.5.2 παρουσιάζεται μια γραμμική πτερυγωση, η οποία θα αποτελέσει το δεύτερο παράδειγμα εφαρμογής της ολοκληρωτικής εξίσωσης της ορμής. Η γραμμική πτερυγωση (linear cascade) αποτελείται από μεγάλο αριθμό ίδιων πτερυγίων, κοινού προσανατολισμού, τα οποία είναι τοποθετημένα σε σταθερή απόσταση (η τελευταία θα

ονομάζεται βήμα, pitch, της πτερύγωσης) κατά μήκος ενός άξονα. Η επαναληπτικότητα των πτερυγίων στην ατέρμονη γραμμική πτερύγωση επιτρέπει τη μελέτη των ασκούμενων δυνάμεων στα πτερύγια περιορίζοντας τον όγκο αναφοράς R μεταξύ των δύο γραμμών $ΑΓ$ και $ΒΔ$ οι οποίες προκύπτουν η μια από την άλλη με παράλληλη μετάθεση κατά το βήμα ($=AB=ΓΔ$) της γραμμικής πτερύγωσης. Η περιοδικότητα του πεδίου ροής εκφράζεται με την ισότητα των μεγεθών ροής κατά μήκος των γραμμών $ΑΓ$ και $ΒΔ$. Η γραμμή $ΑΓ$ ή $ΒΔ$ είναι τυχαίας μορφής και δεν απαιτείται να ταυτίζεται με γραμμές του πεδίου ροής. Το κάθετο \vec{n} και το εφαπτομενικό $\vec{\tau}$ διάνυσμα, σε δύο αντίστοιχα σημεία των ορίων $ΑΓ$ και $ΒΔ$, δηλαδή σε δύο σημεία στην ίδια αξονική θέση, απεικονίζονται στο Σχήμα 3.5.2.



Σχήμα 3.5.2 Χρονικά μόνιμη ροή σε γραμμική πτερύγωση.

Η είσοδος του χωρίου ροής (δείκτης 1) λαμβάνεται σε αρκετή απόσταση στα ανάντι της ακμής προσβολής των πτερυγίων, ώστε εκεί να επικρατούν ομοιόμορφες συνθήκες ροής. Η έξοδος του χωρίου (δείκτης 2) μπορεί γενικά να ληφθεί είτε κοντά στην ακμή εκφυγής, μέσα στον ομόρρου της ροής, είτε αρκετά μακριά όπου θα θεωρηθούν ομοιόμορφες συνθήκες ροής. Αν επιλεγεί η έξοδος 2 να κείται μέσα στον ομόρρου της ροής, τότε κατά μήκος της αναμένεται σημαντική ανομοιομορφία στην κατανομή της ταχύτητας ή των θερμοδυναμικών μεγεθών. Τα στερεά τοιχώματα του πτερυγίου θα συμβολίζονται με το δείκτη w ενώ τα περιοδικά όρια θα συμβολίζονται με το δείκτη π . Ας σημειωθεί ότι κατά τη διαγραφή του ορίου S του χωρίου, τα δύο περιοδικά τμήματα του θα διαγράφονται με αντίθετη φορά.

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Η ροή υποτίθεται χρονικά μόνιμη και αν χρησιμοποιηθούν οι συμβολισμοί (3.5.1) του προηγούμενου παραδείγματος, το ολοκληρωτικό θεώρημα της ορμής διατυπώνεται στη μορφή

$$(PO)_2 - (PO)_1 = (\Delta\Pi)_1 + (\Delta\Pi)_2 + (\Delta\Pi)_w + (\Delta T)_1 + (\Delta T)_2 + (\Delta T)_w \quad (3.5.6)$$

όπου οι ροές ορμής και οι δυνάμεις πίεσης και τριβής στα περιοδικά τμήματα του ορίου έχουν πλήρως απαλειφθεί από την εξίσωση (3.5.6), ως συνέπεια της προαναφερθείσας αντίθετης φοράς διαγραφής.

Η δύναμη που ασκείται σε κάθε πτερύγιο ισούται με

$$\vec{F} = -(\Delta\Pi)_w - (\Delta T)_w \quad (3.5.7)$$

οπότε, από τη σχέση (3.5.6), έχουμε

$$\vec{F} = (PO)_1 - (PO)_2 + (\Delta\Pi)_1 + (\Delta\Pi)_2 + (\Delta T)_1 + (\Delta T)_2 \quad (3.5.8)$$

Λόγω ομοιομορφίας της ροής, στην είσοδο, η ροή ορμής είναι

$$(PO)_1 = m_{s_1} \vec{V}_1$$

ενώ για την έξοδο του πεδίου, αν η θέση 2 οριστεί μέσα στον ομόρροου είναι

$$(PO)_2 = \int_{s_2} dm_{s_2} \vec{V}_2$$

ενώ αν είναι αρκετά απομακρυσμένη από τα πτερύγια, ισχύει ότι

$$(PO)_2 = m_{s_2} \vec{V}_2$$

Στην είσοδο, λόγω ομοιομορφίας της ροής, οι δυνάμεις τριβής μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες αφού αυτές είναι ανάλογες της παραγώγου της ταχύτητας κατά την εγκάρσια κατεύθυνση προς τις γραμμές ροής, η οποία για ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας είναι μηδενική. Οι δυνάμεις πίεσης δίνουν

$$(\Delta\Pi)_1 = -\bar{n}_1 p_1 S_1$$

Αν η έξοδος ληφθεί αρκετά μακριά από τα συνεκτικά φαινόμενα τα οποία λαμβάνουν χώρα στα πτερύγια, έτσι ώστε να έχει αποκατασταθεί η ομοιομορφία της ροής, τότε αμελούνται και εκεί οι δυνάμεις τριβής, οπότε συνολικά

$$(\Delta\Pi)_2 + (\Delta T)_2 = - \bar{n}_2 p_2 S_2$$

ενώ αν η θέση 2 ληφθεί μέσα στον ομόρροο τότε

$$(\Delta\Pi)_2 + (\Delta T)_2 = \int_{S_2} -\bar{n}_2 p_2 dS_2 + \int_{S_2} -\bar{t}_2 \tau_2 dS_2$$

Ετσι, αν η έξοδος του χωρίου αναφοράς, ληφθεί σε αρκετή απόσταση από τα πτερύγια, τότε η παραπάνω ανάλυση επιτρέπει τη γραφή της σχέσης (3.5.8) στη μορφή

$$\vec{F} = m_s \vec{V}_1 - m_s \vec{V}_2 - \bar{n}_1 p_1 S_1 - \bar{n}_2 p_2 S_2 \quad (3.5.9)$$

Σημειώνεται ότι, από τον ορισμό του όγκου αναφοράς ισχύει ότι $S_1=S_2$. Αν, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.5.2, οι γωνίες εισόδου και εξόδου της ροής είναι α_1 και α_2 αντιστοίχα, τότε είναι εύκολο να προκύψει η αξονική F_a και η εφαπτομενική F_u συνιστώσες της δύναμης που ασκείται στην πτερυγώση. Προβάλλοντας την εξίσωση (3.5.9) στις παραπάνω δυο διευθύνσεις προκύπτει ότι

$$F_a = m_s (V_{a1} - V_{a2}) + (p_1 - p_2) S \quad (3.5.10a)$$

$$F_u = m_s (V_{u1} - V_{u2}) \quad (3.5.10b)$$

όπου $m_s=m_{s1}=m_{s2}$ η παροχή μάζας και S η κοινή διατομή εισόδου και εξόδου, η οποία αντιστοιχεί στο βήμα της πτερυγώσης. V_a και V_u είναι η αξονική και η εφαπτομενική συνιστώσες της ταχύτητας, δηλαδή

$$V_{a1} = V_1 \cos\alpha_1 \quad , \quad V_{u1} = V_1 \sin\alpha_1$$

$$V_{a2} = V_2 \cos\alpha_2 \quad , \quad V_{u2} = V_2 \sin\alpha_2$$

όπου α_1 και α_2 είναι οι γωνίες που σχηματίζουν τα διανύσματα της ταχύτητας στην είσοδο και την έξοδο της γραμμικής πτερυγώσης, με την αξονική διεύθυνση.

3.6. Η ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

Στην Ενότητα αυτή θα παρουσιασθεί η ενεργειακή εξίσωση

(energy equation) όπως διατυπώνεται σε διαφορική μορφή για ένα ρευστοστοιχείο κατά μήκος της τροχιάς του μέσα στο ροϊκό πεδίο. Αποτέλεσμα της ανάπτυξης που θα ακολουθήσει είναι η επαναδιατύπωση συμπερασμάτων για την ενεργειακή συμπεριφορά ενός ρέοντος ρευστοστοιχείου, που έχουν ήδη παρουσιασθεί στο Κεφάλαιο 2.

Η παρακολούθηση ενός ρευστοστοιχείου για το στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt , καθώς κινείται με ταχύτητα \vec{V} , σημαίνει παρακολούθηση της κίνησής του σε απόσταση $\vec{V}dt$. Κάθε χρονική στιγμή, το ρευστοστοιχείο διατηρεί την αδρανειακή του δύναμη (που σχετίζεται με την επιτάχυνση \vec{a} που ορίσθηκε στη σχέση (3.2.2)) σε ισορροπία με τις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό. Επειδή η εξίσωση κίνησης εκφράζει ακριβώς το ισοζύγιο δυνάμεων επί του στοιχείου, το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος των δυνάμεων με το διάνυσμα της στοιχειώδους μετατόπισης $\vec{V}dt$ του ρευστοστοιχείου ισούται με το παραγόμενο έργο. Συνεπώς, η ενεργειακή εξίσωση για το κινούμενο ρευστοστοιχείο μπορεί να προκύψει από το εσωτερικό γινόμενο της εξίσωσης (3.2.14) με το διάνυσμα $\vec{V}dt$. Είναι, δηλαδή

$$\vec{V}dt \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}dt \cdot \nabla \left(\frac{V^2}{2} + gz \right) = \vec{V}dt \cdot [\vec{V} \times (\nabla \times \vec{V})] - \frac{1}{\rho} \vec{V}dt \cdot \nabla p + \vec{V}dt \cdot \vec{f}_v \quad (3.6.1)$$

Ο πρώτος όρος του αριστερού μέλους γράφεται και ως

$$\vec{V}dt \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V^2}{2} \right) dt \quad (3.6.2)$$

και εκφράζει τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας του ρευστοστοιχείου, στο χρονικό διάστημα dt , ως αποτέλεσμα του χρονικά μη-μόνιμου χαρακτήρα της ροής. Επίσης, ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους της (3.6.1) είναι μηδέν ως εσωτερικό γινόμενο κάθετων διανυσμάτων.

Στη συνέχεια, θα συμβολίζεται με $d'()$ η μεταβολή κάθε ποσότητας κατά την τροχιά του ρευστοστοιχείου, υιοθετώντας το συμβολισμό

$$d'() = \vec{V}dt \cdot \nabla() \quad (3.6.3)$$

Τότε η σχέση (3.6.1), αμελώντας τις δυνάμεις βαρύτητας, γράφεται ως

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V^2}{2} \right) dt + d' \left(\frac{V^2}{2} \right) = -\frac{1}{\rho} d'p + dt \vec{V} \cdot \vec{f}_v \quad (3.6.4)$$

όπου ο τελευταίος όρος εκφράζει το έργο των δυνάμεων τριβής, ανά μονάδα μάζας, κατά μήκος της τροχιάς του ρευστοστοιχείου.

Για την ανάπτυξη του δεξιού μέλους της εξίσωσης (3.6.4) χρησιμοποιείται η εξίσωση του Gibbs, η οποία, σύμφωνα με τη σχέση (2.8.3), επιτρέπεται να διατυπωθεί για μια οποιαδήποτε στοιχειώδη μεταβολή. Έτσι, μπορεί να γραφεί για μια στοιχειώδη μεταβολή κατά μήκος της τροχιάς του ρευστοστοιχείου, δηλαδή

$$\frac{1}{\rho} d'p = d'h - T d's \quad (3.6.5)$$

Η εξίσωση (3.6.5) χρησιμοποιείται σε κάθε σημείο του πεδίου ροής, σε κάθε χρονική στιγμή. Όπως είναι φανερό, η εξίσωση αυτή περιελάτ αποκλίσεις θερμοδυναμικών μεγεθών μεταξύ δύο γειτονικών σημείων του πεδίου ροής, τα οποία βρίσκονται σε δύο διαφορετικές καταστάσεις σε στοιχειώδη απόσταση κατά μήκος της τροχιάς του ρευστοστοιχείου και η εμπλεκόμενη διαφορά εντροπίας υπολογίζεται όταν η πρώτη κατάσταση μεταπέσει στη δεύτερη μέσω μιας αναστρέψιμης, αλλά κατά τη αλλαγή αυθαίρετης θερμοδυναμικής μεταβολής, η οποία φυσικά έχει καθαρά υποθετικό χαρακτήρα και πρακτικά δε συμβαίνει μέσα στο πεδίο ροής.

Αν, κατά τη στοιχειώδη μετακίνηση που, το ρευστοστοιχείο λαμβάνει το συνολικό ποσό θερμότητας $d'q$, τότε αυτό γενικά μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο συνιστώσες,

$$d'q = d'q_c + d'q_v \quad (3.6.6)$$

Η πρώτη συνιστώσα $d'q_c$ είναι το ποσό θερμότητας που μεταφέρεται σ' αυτό από τα γειτονικά ρευστοστοιχεία μέσω μεταφοράς ενώ η δεύτερη συνιστώσα $d'q_v$ είναι η θερμότητα τριβής η οποία ισοδυναμεί στο έργο των δυνάμεων τριβής και το οποίο, βάσει των προαναφερθεισών παραδοχών, αναδιανέμεται στιγμιαία σε όλα τα σημεία του ρευστοστοιχείου. Η θερμότητα τριβής $d'q_v$ ισούται με το έργο των

δυνάμεων \vec{f}_v , είναι δηλαδή

$$d'q_v = -dt \vec{V} \cdot \vec{f}_v \quad (3.6.7)$$

Το αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση (3.6.7) εκφράζει το ότι η δύναμη τριβής \vec{f}_v , που ασκείται στο ρευστοστοιχείο, αντιτίθεται στην κίνησή του άρα και στη φορά του διανύσματος της ταχύτητας. Έτσι υπάρχει συμβατότητα στους συμβολισμούς μας, αφού η ποσότητα $d'q_v$ που δίνει η σχέση (3.6.7) είναι θετική, ως θεرمότητα την οποία λαμβάνει το ρευστοστοιχείο.

Με τις παραδοχές που έχουν γίνει σε προηγούμενη ενότητα για την ισχύ του θεωρήματος του Gibbs, ο συνδυασμός των σχέσεων (3.6.5) ως (3.6.7) δίνει

$$\frac{1}{\rho} d'p = d'h - d'q_c + dt \vec{V} \cdot \vec{f}_v \quad (3.6.8)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.6.4) τους όρους του δεξιού μέλους με τη βοήθεια της σχέσης (3.6.8), προκύπτει ότι

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V^2}{2} \right) dt + d' \left(\frac{V^2}{2} \right) = d'q_c - d'h \quad (3.6.9)$$

ή, με τον ορισμό της ολικής ενθαλπίας (2.4.9), ότι

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V^2}{2} \right) dt + d'h_t = d'q_c \quad (3.6.10)$$

Η τελευταία σχέση εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της ολικής ενθαλπίας ενός ρευστοστοιχείου, καθώς αυτό κινείται διαγράφοντας την τροχιά του. Μας δίνει συγχρόνως τη δυνατότητα να εξάγουμε ένα σημαντικό συμπέρασμα για τη μελέτη των ροών μέσα στις στροβιλομηχανές.

Σε μια μόνιμη ροή, η ταχύτητα σε οποιαδήποτε θέση του πεδίου ροής είναι ανεξάρτητη του χρόνου και συνεπώς η χρονική παράγωγος του πρώτου όρου της εξίσωσης αυτής είναι μηδενική. Έτσι, για μόνιμη ροή, κατά μήκος μιας γραμμής ροής ισχύει

$$d'h_t = d'q_c \quad (3.6.11)$$

δηλαδή η μεταβολή της ολικής ενθαλπίας ισούται με το ποσό θερμότητας που προσδίδεται στο στοιχείο ρευστού. Αν επιπλέον η ροή είναι

αδιαβατική, δηλαδή δεν προσδίδεται εξωτερικά θερμότητα στο στοιχείο ρευστού, τότε

$$d'h_t = 0 \quad (3.6.12)$$

δηλαδή, η ολική ενθαλπία παραμένει αμετάβλητη κατά μήκος μιας γραμμής ροής. Στην περίπτωση αυτή, η ολική ενθαλπία μέσα στο πεδίο μπορεί να διαφέρει μεταξύ δύο διαφορετικών τροχιών ρευστοστοιχείου, αφού η τιμή του h_t σε κάθε μια από αυτές εξαρτάται από την κατανομή ενθαλπίας στην είσοδο του πεδίου και το αντίστοιχο σημείο εκκίνησης κάθε τροχιάς. Ας σημειωθεί ότι τα συμπεράσματα αυτά ισχύουν μόνο για μια χρονικά μόνιμη ροή, ενώ το ρευστό μπορεί να είναι συμπιεστό ή ασυμπιεστό, ατριβές ή συνεκτικό.

Για τις ασυμπιέστες ροές, η (3.6.10) μπορεί να εκφραστεί με χρήση του μεγέθους της ολικής πίεσης p_t . Με αφετηρία την εξίσωση διατήρησης της ορμής (3.3.3) και με ανάπτυξη αντίστοιχη αυτής που χρησιμοποιήθηκε προηγούμενα, προκύπτει ότι

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V^2}{2} \right) dt + d' \left(\frac{p_t}{\rho} \right) = \vec{V} \cdot \vec{f}_v dt \quad (3.6.11)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι σε χρονικά μόνιμες ροές σταθερής πυκνότητας, η ολική πίεση p_t παραμένει σταθερή κατά μήκος της τροχιάς ενός ρευστοστοιχείου, μόνο όταν οι δυνάμεις τριβής είναι μηδενικές. Οι παρατηρήσεις που έγιναν στο τέλος της Ενότητας 2.5 πιστοποιούνται πλέον συγκρίνοντας τις σχέσεις (3.6.10) και (3.6.11).

3.7. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η εξίσωση της διατήρησης της ροπής της ορμής που θα αναπτυχθεί στην Ενότητα αυτή δεν είναι μια ανεξάρτητη εξίσωση. Είναι απλά ένας άλλος τρόπος γραφής της εξίσωσης της ορμής, που μπορεί να είναι χρήσιμος για μελέτη της ροής στις στροβιλομηχανές, μια που σ'αυτές υπάρχει συνήθως γεωμετρία με αξονική συμμετρία (συμμετρία εκ περιστροφής). Πρέπει να τονισθεί ότι, η ύπαρξη αξονικά συμμετρικής γεωμετρίας δεν συνεπάγεται αναγκαστικά την ύπαρξη αξονικά συμμετρικής ροής. Η υπόθεση ή όχι αξονικά συμμετρικής ροής συνδυάζεται με συγκεκριμένα μοντέλα ανάλυσης της ροής, ως μια παραδοχή που απλοποιεί τους υπολογισμούς.

Η εξίσωση διατήρησης της ροπής της ορμής προκύπτει από το

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

εξωτερικό γινόμενο του διανύσματος θέσης \vec{r} ενός σημείου μέσα στο πεδίο ροής με τη διανυσματική εξίσωση διατήρησης της ορμής που ισχύει στο ίδιο σημείο. Το διάνυσμα θέσης \vec{r} λαμβάνεται από τυχαίο σταθερό σημείο O , το οποίο μπορεί να ανήκει στο εσωτερικό ή το εξωτερικό του μελετούμενου χωρίου. Η διαφορική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ροπής της ορμής, για ένα ρευστοστοιχείο όγκου dv , το οποίο κατά τη χρονική στιγμή t εντοπίζεται από το διάνυσμα θέσης \vec{r} , γράφεται ως

$$\vec{r} \times \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} dv + \vec{r} \times \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) dv = -\vec{r} \times \nabla p dv + \vec{r} \times \nabla \cdot \vec{\tau} dv \quad (3.7.1)$$

Επειδή η σχέση (3.7.1) ισχύει για κάθε ρευστοστοιχείο το οποίο κατά τη χρονική στιγμή t ανήκει στον όγκο αναφοράς που θα μελετήσουμε, η ολοκληρωτική γραφή της διατήρησης της ροπής της ορμής προκύπτει εύκολα ως

$$\int_R \vec{r} \times \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} dv + \int_R \vec{r} \times \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) dv = -\int_R \vec{r} \times \nabla p dv + \int_R \vec{r} \times \nabla \cdot \vec{\tau} dv \quad (3.7.2)$$

Χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς της Ενότητας (3.4) και αναγνωρίζοντας τα τμήματα εισόδου S_1 και εξόδου S_2 της ροής από τον όγκο αναφοράς R , συνολικής οριακής επιφάνειας S , με την αναδιάταξη των όρων της (3.7.2) προκύπτει η τελική γραφή της ολοκληρωτικής εξίσωσης της ορμής, που είναι

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_R \vec{r} \times dm \vec{V} + \int_{S_2} \vec{r}_2 \times dm_{S_2} \vec{V}_2 - \int_{S_1} \vec{r}_1 \times dm_{S_1} \vec{V}_1 = \\ & = -\int_S \vec{r} \times (\vec{n} p dS) - \int_S \vec{r} \times (\vec{t} \tau dS) \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

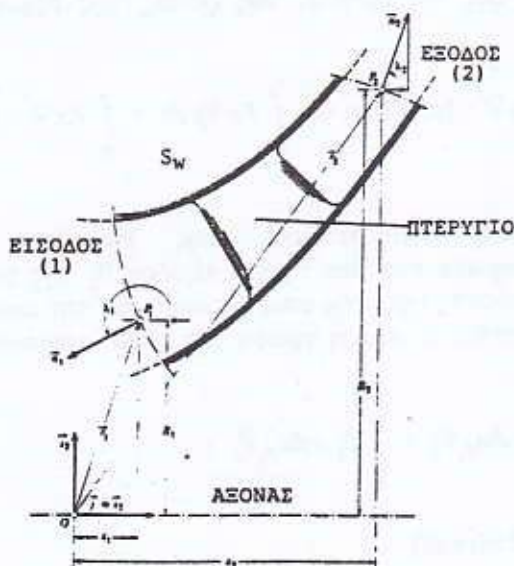
Η πλήρης απόδειξη της (3.7.3) παραλείπεται, αφού παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με την απόδειξη της ολοκληρωτικής εξίσωσης της ορμής (3.4.9). Στην (3.7.3), οι στοιχειώδεις ρυθμοί παροχής μάζας dm_s χρησιμοποιούνται με την απόλυτη τιμή τους, όπως και στα προηγούμενα. Για τις χρονικά μόνιμες ή για τις ασυμπίεστες ροές γίνονται οι γνωστές απλοποιήσεις όρων.

Η εξίσωση διατήρησης της ροπής της ορμής ισχύει γενικά κατά τον ίδιο τρόπο που ισχύει και η εξίσωση διατήρησης της ορμής. Η

τελευταία επιτρέπει, όπως παρουσιάστηκε προηγούμενα, τον υπολογισμό των δυνάμεων οι οποίες ασκούνται στα στερεά τοιχώματα της ροής, αλλά αδυνατεί να καθορίσει τη γραμμή-φορέα των δυνάμεων αυτών. Με τη χρησιμοποίηση της εξίσωσης διατήρησης της ροπής της ορμής, παρέχεται η δυνατότητα υπολογισμού του φορέα της δύναμης αυτής, αφού γίνεται ισολογισμός της ροπής της ως προς ένα σταθερό σημείο αναφοράς.

3.8. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ EULER ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Στη συνέχεια θα δοθεί έμφαση στην εφαρμογή του θεωρήματος διατήρησης της ροπής της ορμής όπως αυτό συνήθως εφαρμόζεται στο πεδίο των στροβιλομηχανών, για τον υπολογισμό της αξονικής ροπής που ασκείται σε μια περιφερειακή πτερυγώση. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.8.1,



Σχήμα 3.8.1 Υπολογισμός της αξονικής ροπής σε περιφερειακή πτερυγώση.

τέτοιες πτερυγώσεις τοποθετούνται συνήθως μεταξύ επιφανειών μορφής συμμετρικής ως προς τον άξονα της μηχανής. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται τα πτερύγια, τα οποία μαζί με το άνω και κάτω κέλυφος της μηχανής αποτελούν το τμήμα του ορίου του όγκου αναφοράς που θα συμβολίζεται

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

με S_w η είσοδος διατομής S_1 και η έξοδος διατομής S_2 . Επίσης δίνεται η αυθαίρετα επιλεγμένη αρχή των αξόνων του συστήματος αναφοράς, ως προς την οποία θα ληφθούν οι ροπές.

Ο υπολογισμός του διανύσματος της ροπής των δυνάμεων που ασκούνται στα στερεά τοιχώματα, ως προς το σημείο O, προκύπτει με αναδιάταξη των όρων της (3.7.3) και είναι

$$\begin{aligned} \vec{M}_w &= \int_{S_w} \vec{r}_w \times (\vec{n}_w p_w dS_w) + \int_{S_w} \vec{r}_w \times (\vec{t}_w \tau_w dS_w) = \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_R \vec{r} \times dm \vec{V} \right] + \int_{S_1} \vec{r}_1 \times dm_{S_1} \vec{V}_1 - \int_{S_2} \vec{r}_2 \times dm_{S_2} \vec{V}_2 - \\ &- \int_{S_1} \vec{r}_1 \times (\vec{n}_1 p_1 dS_1) - \int_{S_2} \vec{r}_2 \times (\vec{n}_2 p_2 dS_2) - \int_{S_1} \vec{r}_1 \times (\vec{t}_1 \tau_1 dS_1) - \int_{S_2} \vec{r}_2 \times (\vec{t}_2 \tau_2 dS_2) \end{aligned} \quad (3.8.1)$$

Λόγω της ύπαρξης γεωμετρίας με αξονική συμμετρία στις στροβιλομηχανές, συμφέρει η χρήση του συστήματος κυλινδρικών

συντεταγμένων, με μοναδιαία διανύσματα $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$ κατά την περιφερειακή, την αξονική και την ακτινική κατεύθυνση, αντίστοιχα. Το σύστημα συντεταγμένων παρουσιάζεται στο Σχήμα (3.8.2).

Η αξονική συνιστώσα της ροπής των δυνάμεων που ασκούνται στα στερεά τοιχώματα, ισούται με

$$M_a = \vec{i}_2 \cdot (\vec{M}_w \cdot \vec{i}_2) \quad (3.8.2)$$

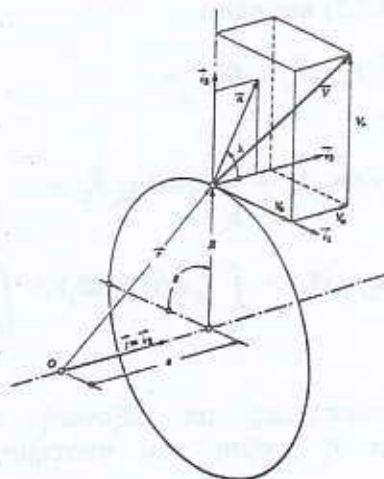
Χρησιμοποιώντας την ανάλυση του διανύσματος της ταχύτητας στο σύστημα των κυλινδρικών συντεταγμένων, ως

$$\vec{V} = V_u \vec{i}_1 + V_a \vec{i}_2 + V_r \vec{i}_3 \quad (3.8.3)$$

όπου V_u, V_a, V_r είναι αντίστοιχα η περιφερειακή, η αξονική και η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας, ο συνδυασμός των σχέσεων (3.8.1), (3.8.2) και (3.8.3), μετά την εκτέλεση των σχετικών πράξεων δίνει ότι

$$M_a = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_R (dm R V_u) \right] + \int_{S_1} dm_{S_1} R_1 V_{u_1} - \int_{S_2} dm_{S_2} R_2 V_{u_2} \quad (3.8.4)$$

ή, αν η ροή θεωρείται χρονικά μόνιμη, ότι



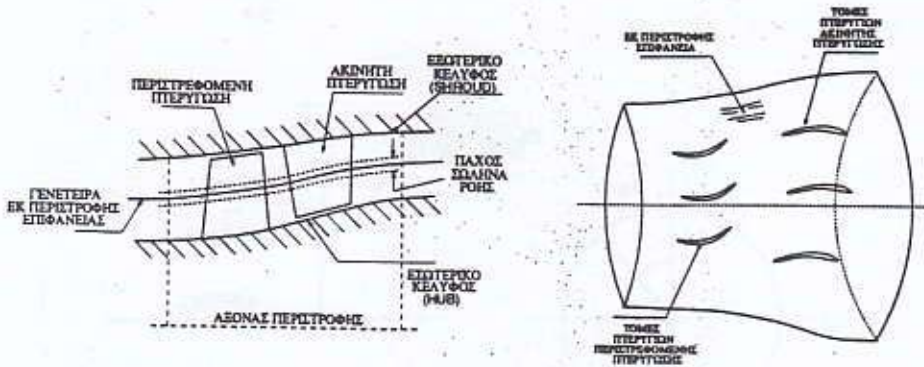
Σχήμα 3.8.2 Το σύστημα κυλινδρικών συντεταγμένων.

$$M_a = \int_{S_1} dm_{S_1} R_1 V_{u_1} - \int_{S_2} dm_{S_2} R_2 V_{u_2} \quad (3.8.5)$$

Οι σχέσεις (3.8.4) ή (3.8.5) προέκυψαν αμελώντας τα ολοκληρώματα των τάσεων τριβής στην είσοδο και την έξοδο του χωρίου που μελετάμε. Επίσης, κατά τη συνήθη παραδοχή, έχουν αμεληθεί και οι δυνάμεις βαρύτητας. Τα ολοκληρώματα των δυνάμεων πίεσης στην είσοδο και την έξοδο του χωρίου, της σχέσης (3.8.1), αποδεικνύεται, ότι δε συμμετέχουν στην αξονική ροπή της μηχανής. Από τη σχέση (3.8.5) προκύπτει ότι στην αξονική ροπή συμμετέχουν μόνο τα γινόμενα RV_u στην είσοδο και την έξοδο του χωρίου.

Αν αντί του πλήρους τριδιάστατου χωρίου μιας στροβιλομηχανής, εξετασθεί η περιφερειακή πτερύγωση του Σχήματος (3.8.3), η σχέση (3.8.5) μπορεί να απλοποιηθεί ακόμα περισσότερο. Η επιφάνεια που σχεδιάζεται στο παραπάνω σχήμα είναι επιφάνεια αξονικής συμμετρίας και μπορεί να θεωρηθεί ως επιφάνεια ροής, σύμφωνα με ένα απλοποιημένο μοντέλο ροής που τακτικά χρησιμοποιείται για τους υπολογισμούς στις στροβιλομηχανές. Η υιοθέτηση μιας τέτοιας αξονοσυμμετρικής επιφάνειας

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ



Σχήμα 3.8.3 Περιφερειακή πτερυγώση. Εκ περιστροφής επιφάνεια και σωλήνας ροής.

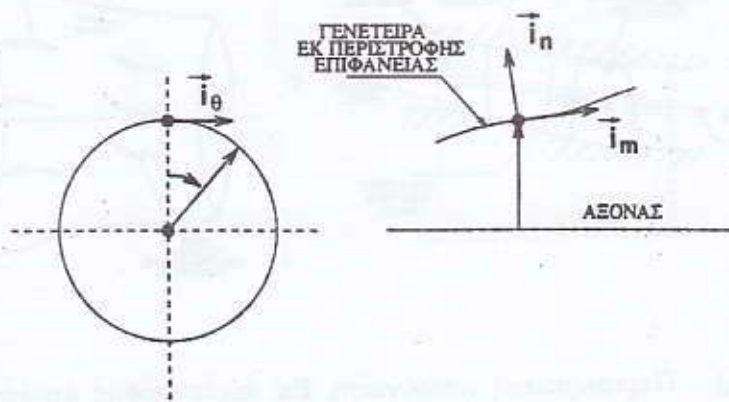
ροής, σημαίνει ταυτόχρονα αμελητέες μεταβολές των μεγεθών ροής κάθετα σ'αυτή. Η επιφάνεια αυτή, στη γενική περίπτωση, δεν έχει σταθερή ακτίνα και χαρακτηρίζει ένα σωλήνα ροής μέσα στο πεδίο μας, με ενδεχόμενα μεταβλητό πάχος Δn . Στην περίπτωση αυτή, αντί του συστήματος κυλινδρικών συντεταγμένων, χρησιμοποιείται το σύστημα καμπυλόγραμμων συντεταγμένων, που εισάγεται στο Σχήμα (3.8.4).

Η κατεύθυνση m χαρακτηρίζει την τομή της εκ περιστροφής επιφάνειας με ένα μεσημβρινό επίπεδο, η περιφερειακή κατεύθυνση ορίζεται όπως και προηγουμένα, ενώ η κατεύθυνση n είναι κάθετη στις δύο πρώτες. Στο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων, οι συνιστώσες του διανύσματος της ταχύτητας είναι η περιφερειακή V_m , η μεσημβρινή V_m και η κάθετη V_n .

Αν \dot{m} είναι η παροχή μάζας που περνά από το σωλήνα ροής που αντιστοιχεί στην εκ περιστροφής επιφάνεια του Σχήματος (3.8.3)

$$\dot{m} = 2\pi R \Delta n \rho V_m \quad (3.8.6)$$

και επιπλέον υποθέσουμε περιφερειακά ομοιόμορφες συνθήκες ροής στην είσοδο και την έξοδο του χωρίου, τότε η συμμετοχή του συγκεκριμένου σωλήνα ροής στην αξονική ροπή της μηχανής, θα είναι



Σχήμα 3.8.4 Σύστημα καμπυλόγραμμων συντεταγμένων.

$$M_a = \dot{m} (R_1 V_{u_1} - R_2 V_{u_2}) \quad (3.8.7)$$

όπως εύκολα προκύπτει από την προσέγγιση των ολοκληρωμάτων της σχέσης (3.8.5).

Η αντίστοιχη συμμετοχή στην ισχύ που μεταφέρει η πτερύγωση, προκύπτει με πολλαπλασιασμό με τη γωνιακή ταχύτητα ω περιστροφής της μηχανής και είναι

$$P = \omega M_a = \dot{m} (\omega R_1 V_{u_1} - \omega R_2 V_{u_2}) = \dot{m} (U_1 V_{u_1} - U_2 V_{u_2}) \quad (3.8.8)$$

όπου U είναι η γραμμική ταχύτητα περιστροφής που συνδέεται με τη γωνιακή ταχύτητα ω , με τη σχέση

$$U = \omega R \quad (3.8.9)$$

Σύμφωνα με τα όσα παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2, το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα εφαρμοζόμενο σε ένα ανοικτό σύστημα ροής, με αδιαβατικές συνθήκες ροής, εξισώνει τη μεταβολή της ολικής ενθαλπίας h , με τη συναλασσόμενη ισχύ, σχέση (2.4.10). Συνεπώς

$$h_2 - h_1 = U_2 V_{u_2} - U_1 V_{u_1} \quad (3.8.10)$$

Η τελευταία εξίσωση, η οποία καθορίζει τη μεταβολή της ολικής ενθαλπίας λόγω συναλλαγής έργου στον άξονα της στροβιλομηχανής λέγεται και εξίσωση του Euler. Σημαντικό είναι να παρατηρήσουμε ότι η συναλλαγή έργου μεταξύ ρευστού και πτερυγώσης καθορίζεται απόλυτα από την κινηματική κατάσταση του ρευστού στην είσοδο και την έξοδο της πτερυγώσης.

Η εξίσωση διατήρησης της ροπής της ορμής, όταν εφαρμοσθεί κατά μήκος ενός αξονοσυμμετρικού σωλήνα ροής που δεν περιέχει στερεά τοιχώματα, όπου δηλαδή η ροπή είναι μηδενική, δίνει ότι

$$R_1 V_{u_1} = R_2 V_{u_2} \quad (3.8.11)$$

Υπενθυμίζεται πάντως ότι για την εξαγωγή της σχέσης αυτής αμελούνται οι δυνάμεις εσωτερικών τριβών.

3.9. ΤΟ ΣΧΕΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Ορισμοί

Η μελέτη της ροής στις θερμικές στροβιλομηχανές αφορά ακίνητες και κινητές πτερυγώσεις, όπου οι τελευταίες περιστρέφονται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από τον άξονα της μηχανής. Η περιγραφή των φαινομένων διευκολύνεται σημαντικά όταν γίνεται με τη χρήση ενός συστήματος αναφοράς που είναι ακίνητο ως προς τα πτερυγία που μελετούνται κάθε φορά. Έτσι, είναι βολικό να χρησιμοποιείται ένα σύστημα αναφοράς ακίνητο ως προς έναν εξωτερικό παρατηρητή για την μελέτη των ακίνητων (ή σταθερών, όπως αλλιώς λέγονται) πτερυγίων. Ένα τέτοιο σύστημα και τα μεγέθη που αναφέρονται σ' αυτό θα ονομάζεται απόλυτο (absolute frame ή stationary frame). Οι κινητές πτερυγώσεις είναι βολικό να μελετούνται ως προς ένα σύστημα αναφοράς που περιστρέφεται με την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ατράκτου της μηχανής. Το σύστημα αυτό θα ονομάζεται σχετικό ή περιστρεφόμενο (relative frame ή rotating frame) και όλες οι ποσότητες που αναφέρονται σ' αυτό θα χαρακτηρίζονται ως σχετικές ποσότητες.

Μπορεί τώρα να εισαχθεί ο ορισμός της απόλυτης \vec{V} και της σχετικής \vec{W} ταχύτητας. Αν η θέση ενός τυχόντος ρευστοστοιχείου καθορίζεται για το απόλυτο σύστημα αναφοράς με το στιγμιαίο διάνυσμα

θέσης \vec{r} , ενώ για το σχετικό σύστημα με το αντίστοιχο \vec{r}_R , τα διανύσματα της απόλυτης και της σχετικής ταχύτητας ορίζονται ως εξής

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{W} = \frac{d\vec{r}_R}{dt} \quad (3.9.1)$$

Κατά τα γνωστά από τη μηχανική η συσχέτιση μεταξύ των διανυσμάτων \vec{V} και \vec{W} δίνεται από τη σχέση

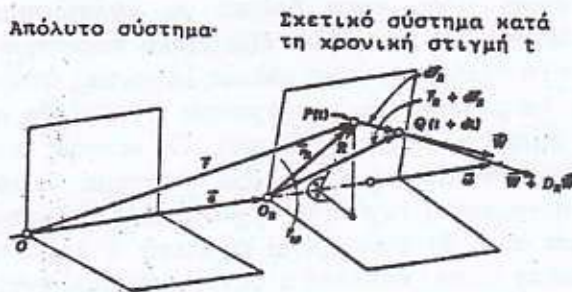
$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{\omega} \times \vec{r}_R \quad (3.9.2)$$

όπου, σύμφωνα με το Σχήμα (3.9.1), ισχύει

$$|\vec{\omega} \times \vec{r}_R| = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = \omega R \quad (3.9.3)$$

Το διάνυσμα $\vec{\omega} \times \vec{r}_R = \vec{\omega} \times \vec{r}$ παριστά το διάνυσμα της περιφερειακής ταχύτητας στη θέση που μελετάμε, λόγω της περιστροφής του σχετικού συστήματος. Το διάνυσμα αυτό, το μέτρο του οποίου έχει ήδη ορισθεί στη σχέση (3.8.9), θα συμβολίζεται με \vec{U} και συνεπώς θα είναι

$$\vec{U} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (3.9.4)$$



Σχήμα 3.9.1 Το σχετικό σύστημα αναφοράς.

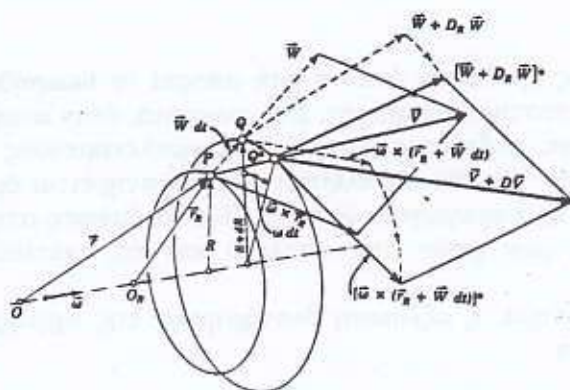
Διατύπωση Εξισώσεων

Η επιτάχυνση του ρευστοστοιχείου, όπως γίνεται αντιληπτή στο απόλυτο σύστημα και η οποία ισούται με την ολική παράγωγο του διανύσματος της απόλυτης ταχύτητας, συνδέεται με την αντίστοιχη επιτάχυνση στο σχετικό σύστημα αναφοράς, με τη σχέση

$$\frac{D\vec{V}}{dt} = \frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla_R \vec{W} + 2\vec{\omega} \times \vec{W} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (3.9.5)$$

Στη σχέση (3.9.5), οι τελεστές με δείκτη R υπολογίζονται όλοι στο σχετικό σύστημα αναφοράς. Από την (3.9.5) προκύπτει ότι η επιτάχυνση του ρευστοστοιχείου στο απόλυτο σύστημα ισούται με το διανυσματικό άθροισμα της επιτάχυνσής του στο σχετικό σύστημα, της επιτάχυνσης

Coriolis $2\vec{\omega} \times \vec{W}$, και του διανύσματος $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$. Όπως φαίνεται στο Σχήμα (3.9.2), το διάνυσμα αυτό έχει κατεύθυνση προς τον άξονα περιστροφής και για το λόγο αυτό θα ονομάζεται κεντρομόλος επιτάχυνση. Εκφράζεται δε ως το εξωτερικό γινόμενο δύο κάθετων διανυσμάτων, του $\vec{\omega}$ και του $\vec{\omega} \times \vec{r}$ και κατά συνέπεια το μέτρο της είναι



Σχήμα 3.9.2 Οι επιταχύνσεις ενός ρευστοστοιχείου στο σχετικό σύστημα.

$$|\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})| = \omega^2 R$$

Επειδή ∇R είναι το μοναδιαίο διάνυσμα το οποίο κατευθύνεται ακτινικά από τον άξονα της μηχανής, ισχύει

$$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -\omega^2 R \nabla R = \nabla \left(-\frac{\omega^2 R^2}{2} \right) \quad (3.9.6)$$

Η επιτάχυνση Coriolis είναι πρωτεύουσας σημασίας στο πεδίο στροβιλομηχανών. Για μια περιστρεφόμενη πτερυγώση, το διάνυσμα

$\vec{\omega} \times \vec{W}$ είναι μηδενικό μόνο αν τα $\vec{\omega}$ και \vec{W} είναι παράλληλα

διανύσματα, όταν δηλαδή η σχετική ταχύτητα \vec{W} είναι παράλληλη στον άξονα περιστροφής. Ασφαλώς, όταν σε κάθε σημείο του πεδίου ροής, συμβαίνει να είναι παράλληλα τα δυο αυτά διανύσματα, μια περιστρεφόμενη πτερυγώση αδυνατεί να μεταβάλει το ενεργειακό επίπεδο του ρευστού. Η ύπαρξη συνεπώς (σημαντικών) επιταχύνσεων Coriolis είναι άμεσα συνυφασμένη με την ύπαρξη (σημαντικών) ενεργειακών συναλλαγών μεταξύ ρευστού και πτερυγώσης.

Στο σχετικό σύστημα, η εξίσωση διατήρησης της μάζας διατυπώνεται στη μορφή

$$\frac{\partial_R \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W}) = 0 \quad (3.9.7)$$

όπου ο πρώτος όρος αμελείται όταν η ροή μπορεί να θεωρηθεί χρονικά μόνιμη στο σχετικό σύστημα αναφοράς. Στη συνέχεια, όταν αναφερόμαστε στο σχετικό σύστημα, ο δείκτης R από τους εμπλεκόμενους τελεστές, όπως είναι τα grad, div κλπ. θα παραλείπεται. Θα διατηρείται όμως ειδικά στον όρο της χρονικής παραγώγου, ώστε να δίνεται έμφαση στη διάκριση μεταξύ χρονικά μόνιμων ροών στο απόλυτο και το σχετικό σύστημα αναφοράς.

Στο ίδιο σύστημα, η εξίσωση διατήρησης της ορμής γράφεται στη διαφορική μορφή

$$\frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \vec{W} = -2\vec{\omega} \times \vec{W} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}_v \quad (3.9.8)$$

η οποία αντιστοιχεί στην εξίσωση (3.2.7) που παρουσιάστηκε προηγούμενα για το απόλυτο σύστημα αναφοράς. Με την αντικατάσταση του όρου της

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

κλίσης της πίεσης με κλίσεις της ενθαλπίας h και της εντροπίας S , σύμφωνα με ανάπτυξη αντίστοιχη αυτής που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.3, προκύπτει η παρακάτω εναλλακτική διατύπωση

$$\frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \vec{W} + \nabla \left(h - \frac{\omega^2 R^2}{2} \right) = -2\vec{\omega} \times \vec{W} + T\nabla S + \vec{f}_v \quad (3.9.9)$$

Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα (3.2.13), όπως γράφεται για το διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας \vec{W} και τη δυνατότητα να γραφεί η κεντρομόλος επιτάχυνση σύμφωνα με τη σχέση (3.9.6), προκύπτει εκ νέου ότι

$$\frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \nabla \left(h + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 R^2}{2} \right) = 2\vec{W} \times \vec{\omega} + \vec{W} \times (\nabla \times \vec{W}) + T\nabla S + \vec{f}_v \quad (3.9.10)$$

Η ποσότητα

$$h_{tR} = h + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 R^2}{2} = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} \quad (3.9.11)$$

θα ονομάζεται *σχετική ολική ενθαλπία* (relative total enthalpy ή rothalpy) και η εξίσωση (3.9.10) αποκτά μορφή αντίστοιχη της (3.3.2), δηλαδή

$$\frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \nabla h_{tR} = \vec{W} \times [\nabla \times \vec{W} + 2\vec{\omega}] + T\nabla S + \vec{f}_v \quad (3.9.12)$$

με το στροβιλισμό να ορίζεται στο σχετικό σύστημα ως

$$\vec{\Omega}_R = \nabla \times \vec{W} \quad (3.9.13)$$

Για τις ασυμπίεστες ροές, μια διαφορετική ανάπτυξη της (3.9.8), σε συνδυασμό με τη σχέση (3.9.6) δίνει

$$\frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 R^2}{2} \right) = 2\vec{W} \times \vec{\omega} + \vec{W} \times (\nabla \times \vec{W}) + \vec{f}_v \quad (3.9.14)$$

ή, ορίζοντας τη σχετική ολική πίεση (relative total pressure), ως διατυπώνεται η τελική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής για ασυμπίεστες ροές στο σχετικό σύστημα, που είναι η

$$p_{iR} = p + \rho \frac{W^2}{2} - \rho \frac{\omega^2 R^2}{2} = p + \rho \frac{W^2}{2} - \rho \frac{U^2}{2} \quad (3.9.15)$$

$$\frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{p_{iR}}{\rho} \right) = \vec{W} \times [\nabla \times \vec{W} + 2\vec{\omega}] + \vec{f}_v \quad (3.9.16)$$

Η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας, αν γραφεί σε τρόπο που να αποτυπώνει το ενεργειακό ισοζύγιο κατά μήκος μιας τροχιάς ρευστοστοιχείου στο σχετικό σύστημα μπορεί να προκύψει εύκολα, με ανάλογη διατύπωση αυτής που έγινε στην ενότητα (3.6) για το απόλυτο σύστημα. Στο σχετικό σύστημα, η μεταβολή κάθε ποσότητας κατά μήκος της τροχιάς ενός ρευστοστοιχείου θα συμβολίζεται με

$$d'_R(\cdot) = \vec{W} dt \cdot \nabla(\cdot) \quad (3.9.17)$$

Η ενεργειακή εξίσωση στο σχετικό σύστημα θα προκύψει υπολογίζοντας το εσωτερικό γινόμενο όλων των όρων της (3.9.12) με το στοιχειώδες διάνυσμα μετατόπισης $d\vec{r}_R = \vec{W} dt$. Χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς (3.9.17) προκύπτει ότι

$$\vec{W} \cdot \frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} dt + d'_R h_{iR} = \vec{W} \cdot \{ \vec{W} \times [\nabla \times \vec{W} + 2\vec{\omega}] \} dt + T d'_R S + dt \vec{W} \cdot \vec{f}_v \quad (3.9.18)$$

Όπως και στο απόλυτο σύστημα, ισχύει ότι

$$T d'_R S = d'_R q_c - dt \vec{W} \cdot \vec{f}_v \quad (3.9.19)$$

όπου $d'_R q_c$ είναι η θερμότητα ανά μονάδα μάζας που το ρευστοστοιχείο λαμβάνει κατά μήκος της τροχιάς του στο σχετικό σύστημα από εξωτερικές πηγές του πεδίου. Ο τελευταίος όρος δίνει τη θερμότητα η οποία αντιστοιχεί στο έργο των εσωτερικών τριβών, ανά μονάδα μάζας, κατά την ίδια στοιχειώδη μετακίνηση.

Ο συνδυασμός των (3.9.18) και (3.9.19) δίνει

$$\vec{W} \cdot \frac{\partial_R \vec{W}}{\partial t} dt + d'_R h_{iR} = d'_R q_c \quad (3.9.20)$$

αφού, ο πρώτος όρος στο δεύτερο μέλος της εξίσωσης (3.9.18) είναι

ΑΡΧΕΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

μηδενικός, ως εσωτερικό γινόμενο ορθογώνιων διανυσμάτων.

Για ροές οι οποίες είναι αφενός μεν αδιαβατικές, αφετέρου δε χρονικά μόνιμες ως προς το σχετικό σύστημα αναφοράς, προκύπτει ότι

$$d_R' h_{tR} = 0 \quad (3.9.21)$$

δηλαδή η σχετική ολική ενθαλπία διατηρείται σταθερή κατά μήκος κάθε τροχιάς ρευστοστοιχείου, όπως την αντιλαμβάνεται ο σχετικός παρατηρητής. Ισχύει επίσης η αντίστοιχη παρατήρηση που προηγούμενα διατυπώθηκε για το απόλυτο σύστημα, ότι το αν σε όλο το πεδίο θα διατηρείται σταθερή η σχετική ολική ενθαλπία ή όχι, εξαρτάται από το αν η κατανομή της σχετικής ολικής ενθαλπίας στην είσοδο είναι ομοιόμορφη.

Συνέπειες των Εξισώσεων

Μια άμεση συνέπεια για ροή στις στροβιλομηχανές είναι το ότι αν η ροή είναι μόνιμη σχετικά με μια κινητή πτερυγώση και η ροή εισέρχεται με σταθερή σχετική ολική ενθαλπία η σχετική ολική ενθαλπία στην είσοδο της είναι ίση με την σχετική ολική ενθαλπία στην έξοδο. Όπως θα δούμε, η ιδιότητα αυτή είναι χρήσιμη στην ανάλυση μηχανών.

Για τις ασυμπίεστες ροές, η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας κατά μήκος μιας τροχιάς στο σχετικό σύστημα διατυπώνεται εναλλακτικά ως

$$d_R' \left(\frac{p_t}{\rho} \right) = -\bar{W} \cdot \frac{\partial_R \bar{W}}{\partial t} dt + \bar{W} \cdot f_v dt \quad (3.9.22)$$

Έτσι, η σχετική ολική πίεση διατηρείται κατά μήκος μιας τροχιάς στο σχετικό σύστημα μόνο όταν η σχετική ροή μπορεί να θεωρηθεί ως χρονικά μόνιμη και ατριβής.

Τέλος, ας σημειωθεί ότι ο χρονικός όρος ο οποίος εμπλέκεται στις εξισώσεις (3.9.20) και (3.9.22) μπορεί εναλλακτικά να γραφεί ως

$$\bar{W} \cdot \frac{\partial_R \bar{W}}{\partial t} dt = \frac{\partial_R}{\partial t} \left(\frac{W^2}{2} \right) dt \quad (3.9.23)$$

ώστε να παριστάνει τη χρονική μεταβολή της σχετικής κινητικής ενέργειας.

Στο σχετικό σύστημα συντεταγμένων ορίζεται συχνά και ένα δεύτερο μέγεθος ανακοπής, αυτό της περιστρεφόμενης ολικής ενθαλπίας (rotating total enthalpy, h_v). Η σχέση ορισμού της

περιστρεφόμενης ολικής ενθαλπίας είναι

$$h_{\sigma} = h + \frac{1}{2} W^2 \quad (3.9.24)$$

και η συσχετίσή της με τη σχετική ολική ενθαλπία είναι

$$h_{\sigma} = h_{iR} + \frac{1}{2} U^2 \quad (3.9.25)$$

Τα δύο μεγέθη h_{σ} και h_{iR} έχουν διαφορετική φυσική σημασία. Η περιστρεφόμενη ολική ενθαλπία εκφράζει το μέγεθος ανακοπής το οποίο είναι άμεσα μετρήσιμο στο σχετικό σύστημα. Αντίθετα, ο ορισμός της σχετικής ολικής ενθαλπίας σχετίζεται με την εφαρμογή του θεωρήματος του Euler στις στροβιλομηχανές. Είναι εκείνη η ποσότητα που παραμένει αναλλοίωτη κατά μήκος της τροχιάς ενός ρευστοστοιχείου στο σχετικό σύστημα. Τέλος, για λόγους πληρότητας, δίνεται και η σχέση που συνδέει τη σχετική ολική ενθαλπία με την απόλυτη ολική ενθαλπία. Από τη σχέση ορισμού (3.9.11), έχουμε διαδοχικά ότι

$$h_{iR} = h + \frac{1}{2} [V_{\sigma}^2 + (V_u - U)^2 - U^2] = h_{iR} = h + \frac{1}{2} [V^2 - 2UV_u]$$

και τελικά

$$h_{iR} = h_t - UV_u \quad (3.9.26)$$

Με τη βοήθεια της τελευταίας σχέσης μπορεί να εξετασθεί συμπληρωματικά το θεώρημα του Euler στις στροβιλομηχανές. Το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα οδήγησε στη γραφή της εξίσωσης του Euler (3.8.10). Η αναδιάταξη των όρων της (3.8.10) δίνει, για ένα ανοικτό σύστημα ροής με αδιαβατικές χρονικά μόνιμες συνθήκες ροής, ότι

$$h_{t_1} - U_1 V_{u_1} = h_{t_2} - U_2 V_{u_2}$$

ή με τη βοήθεια της σχέσης (3.9.26) ότι

$$h_{iR_1} = h_{iR_2} \quad (3.9.27)$$

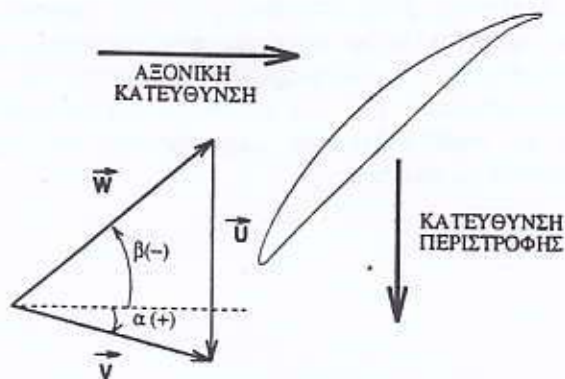
Η σχέση (3.9.27) αποτελεί μια πρακτικά χρήσιμη γραφή της ενεργειακής εξίσωσης (3.9.21) και εξισώνει τη σχετική ολική ενθαλπία πριν και μετά την κινητή πτερυγώση ενός συμπιεστή ή ενός στροβίλου.

3.10. ΤΑ ΤΡΙΓΩΝΑ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

Το σχετικό σύστημα αναφοράς που παρουσιάσθηκε στην Ενότητα 3.9 επιτρέπει τη μελέτη των περιστρεφόμενων πτερυγώσεων με τρόπο ανάλογο με αυτόν που χρησιμοποιείται για την ανάλυση των σταθερών πτερυγώσεων στο απόλυτο σύστημα συντεταγμένων. Η συσχέτιση των διανυσμάτων της απόλυτης και της σχετικής ταχύτητας γίνεται με τη διανυσματική σχέση (3.9.2). Η τελευταία, με τη βοήθεια της σχέσης (3.9.4), γράφεται και ως

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \quad (3.10.1)$$

Η διανυσματική σχέση (3.10.1) ορίζει το λεγόμενο **τρίγωνο ταχυτήτων** (velocity triangle) το οποίο χρησιμοποιείται για τη μονοδιάστατη ανάλυση πτερυγώσεων στις στροβιλομηχανές. Το τρίγωνο ταχυτήτων στην είσοδο μιας περιστρεφόμενης πτερυγώσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.10.1. Στη γενική περίπτωση, το διάνυσμα της απόλυτης και της σχετικής ταχύτητας αναλύεται σε δυο συνιστώσες κατά τους κύριους άξονες της πτερυγώσης. Για μια γραμμική πτερυγώση, οι δυο συνιστώσες είναι η **αξονική** (axial) και η **περιφερειακή** (peripheral), για τις οποίες ισχύει ότι



Σχήμα 3.10.1 Τρίγωνο ταχυτήτων στην είσοδο μιας περιστρεφόμενης πτερυγώσης.

$$V_a = W_a \quad (3.10.2)$$

$$V_u = W_u + U \quad (3.10.3)$$

Ο συμβολισμός για τα πρόσημα των συνιστωσών της σχετικής και της απόλυτης ταχύτητας προκύπτει από τη σύμβαση ότι η διεύθυνση της περιστροφής ορίζεται ως θετική. Η ίδια σύμβαση ισχύει και για τις αντίστοιχες γωνίες που θα μετρώνται πάντοτε από την αξονική διεύθυνση και θα είναι θετικές αν εκτείνονται κατά τη διεύθυνση της φοράς περιστροφής. Οι γωνίες της απόλυτης και της σχετικής ταχύτητας θα συμβολίζονται αντίστοιχα με α και β .

Στο Κεφάλαιο 5, όπου θα παρουσιασθούν εκτενώς οι αρχές της ανάλυσης λειτουργίας των πτερυγώσεων θα αναλυθεί περισσότερο η έννοια και η χρήση των τριγώνων ταχυτήτων. Τονίζεται ότι στην παρούσα ενότητα παρουσιάσθηκε η ανάλυση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην αξονική και την περιφερειακή κατεύθυνση η ανάλυση αυτή έχει πρακτική εφαρμογή στις γραμμικές πτερυγώσεις και στις καθαρά αξονικές στροβιλομηχανές όταν η ανάλυση γίνεται σε σταθερή ακτίνα. Η αξονική κατεύθυνση αντικαθίσταται από τη μεσημβρινή (meridional) για τη γενική περίπτωση της μονοδιάστατης ανάλυσης μιας στροβιλομηχανής μικτής ροής. Ως μεσημβρινό επίπεδο ορίζεται κάθε επίπεδο που περιέχει τον άξονα περιστροφής της μηχανής, ενώ η μεσημβρινή κατεύθυνση της ροής είναι αυτή που ορίσθηκε προηγουμένως από την καμπύλη γραμμή του Σχήματος 3.8.4. Αν ο δείκτης m συμβολίζει τις μεσημβρινές συνιστώσες της ταχύτητας τότε θα ισχύουν οι σχέσεις:

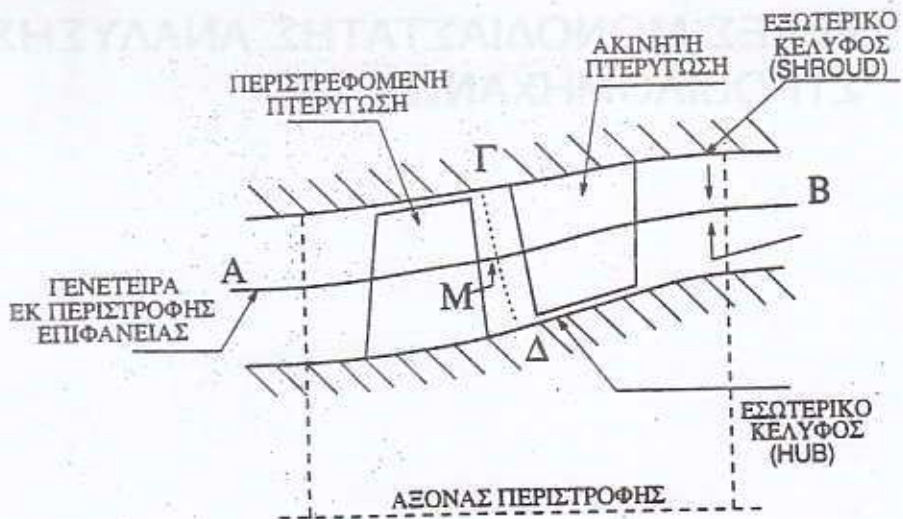
$$\begin{aligned} V^2 &= V_m^2 + V_u^2 \\ W^2 &= W_m^2 + W_u^2 \\ V_m &= W_m \\ V_u &= W_u + U \end{aligned} \quad (3.10.4)$$

4. ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

4.1. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΙΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

Το μοντέλο της μονοδιάστατης ροής στις στροβιλομηχανές χρησιμοποιείται ευρύτατα ως ένα γρήγορο και αξιόπιστο υπολογιστικό μέσο το οποίο μπορεί να δώσει μια πρώτη ικανοποιητική εικόνα για τη ροή μέσα σε μια στροβιλομηχανή. Ο μονοδιάστατος υπολογισμός φέρεται και ως διαστατικός υπολογισμός αφού μπορεί να οδηγήσει στον προσδιορισμό σε πρώτη προσέγγιση των χαρακτηριστικών διαστάσεων της στροβιλομηχανής, υπό την απαίτηση συγκεκριμένων χαρακτηριστικών της ροής σε συγκεκριμένες θέσεις μέσα σε αυτή.

Η μονοδιάστατη θεώρηση της ροής σε μια οποιαδήποτε συνιστώσα της στροβιλομηχανής, κινητή ή ακίνητη, ξεκινά από την παραδοχή ότι τα φαινόμενα ροής που συμβαίνουν στον τριδιάστατο χώρο της μηχανής μπορούν να αντιπροσωπευθούν από μια κατάλληλα υπολογισμένη "μέση τιμή" τους σε κάθε διατομή της μηχανής. Προκύπτει καταρχή το θέμα του ορισμού των διατομών, οι οποίες θα μπορούν να αντιπροσωπεύονται από μια ομάδα δεδομένων της ροής. Στο Σχήμα 4.1.1 παρουσιάζεται ένας μονοβάθμιος συμπιεστής, δίνοντας το ίχνος της κινητής και της σταθερής πτερυγώσης του στο μεσημβρινό επίπεδο. Για λόγους γενικότητας, ο συμπιεστής αυτός ας είναι μικτής ροής. Το ίχνος των δύο πτερυγώσεων του συμπιεστή προκύπτει από την αποτύπωση των πτερυγίων της κινητής και της ακίνητης πτερυγώσης πάνω σε ένα μεσημβρινό επίπεδο που περιστρέφεται γύρω από τον άξονα της μηχανής.



Σχήμα 4.1.1 Μονοδιάστατη ανάλυση ενός μονοβάθμιου συμπιεστή μικτής ροής.

Η καμπύλη γραμμή AB που παρουσιάζεται στο ίδιο σχήμα είναι η γενέτειρα μιας αντιπροσωπευτικής επιφάνειας, κατά μήκος της οποία λαμβάνει χώρα η μονοδιάστατη ανάλυση της μηχανής. Κάθε σημείο M στη γενέτειρα αυτή χαρακτηρίζει ολόκληρη τη διατομή που αντιπροσωπεύεται από τη διαμήκη θέση του σημείου M και από τον κύκλο που αυτό παράγει όταν περιστραφεί γύρω από τον άξονα της μηχανής. Στο σημείο αυτό, δεν υπάρχει ιδιαίτερος λόγος να διατυπωθεί αυστηρότερα ο γεωμετρικός ορισμός της μέσης αυτής γραμμής. Εμφαση χρειάζεται να δοθεί μόνο στην πρακτική της χρήση. Έτσι, κάθε διατομή της στροβιλομηχανής που μπορεί να ορισθεί "κάθετα" σε κάποιο σημείο της γραμμής AB (λ.χ. η διατομή ΓΔ, που αντιστοιχεί στο σημείο M της AB) αντιπροσωπεύεται από μέσα μεγέθη ροής που, κατά τη μονοδιάστατη ανάλυση που ακολουθούμε αντιστοιχούν στο σημείο M. Στα πλαίσια μιας μονοδιάστατης ανάλυσης στροβιλομηχανής, η συμπεριφορά της ροής σε μια κινητή ή σταθερή πτερυγώση θα καθορίζεται από τα μεγέθη της ροής που αντιστοιχούν σε δυο διατομές, μια πριν και μια μετά τα πτερώγια.

Σ'αυτές τις δύο διατομές, η ροή μπορεί να θεωρηθεί (με ικανοποιητικά ακριβή προσέγγιση) ως συμμετρική κατά την περιφερειακή κατεύθυνση. Η γνώση των τριγώνων ταχυτήτων στις δυο αυτές θέσεις, με τις αντίστοιχες συνιστώσες τους V_m ή W_m και V_u ή W_u , επιτρέπουν τον

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

καθορισμό της παροχής μάζας που διαρρέει τη μηχανή, αλλά και της ισχύος της μηχανής, αν τα γεωμετρικά στοιχεία της κάθε διατομής και τα ολικά μεγέθη της ροής θεωρηθούν γνωστά. Για παράδειγμα, αν η πυκνότητα ρ_1 και η μεσημβρινή ταχύτητα V_{m_1} στη θέση 1, διατομής A_1 , είναι γνωστά, τότε η παροχή μάζας που διαρρέει τη στροβιλομηχανή θα είναι

$$\dot{m} = A_1 \rho_1 V_{m_1} \quad (4.1.1)$$

Αν οι θέσεις 1, 2 και 3 ορισθούν αντίστοιχα πριν και μετά την κινητή πτερύγωση και μετά τη σταθερή πτερύγωση, το θεώρημα του Euler δίνει λ.χ. τη μεταβολή της ολικής ενθαλπίας εκατέρωθεν της κινητής πτερύγωσης, ως

$$h_{t_2} - h_{t_1} = V_{u_2} U_2 - V_{u_1} U_1 \quad (4.1.2)$$

Κατά συνέπεια, η ισχύς P του συμπιεστή θα δίνεται από τη σχέση

$$P = \dot{m}(h_{t_2} - h_{t_1}) = \dot{m}(V_{u_2} U_2 - V_{u_1} U_1) \quad (4.1.3)$$

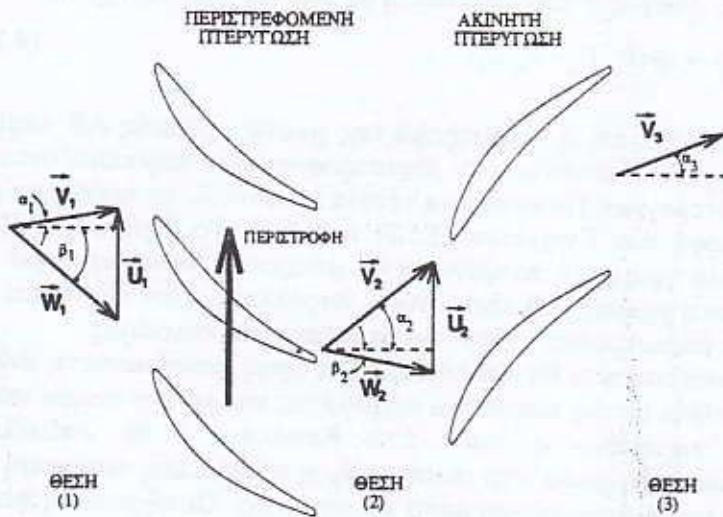
Τέλος, θα σημειωθεί ότι η περιστροφή της μέσης γραμμής AB περί τον άξονα, δημιουργεί μια επιφάνεια εκ περιστροφής όπου παρουσιάζονται και οι τομές των πτερυγίων. Πάνω σε μια τέτοια επιφάνεια, το πρόβλημα ροής παίρνει τη μορφή των Σχημάτων (3.5.2) ή (3.8.1). Το Σχήμα (3.5.2) που παρουσιάζει μια γραμμική πτερύγωση θα μπορούσε να αντιστοιχεί στην περίπτωση που η γραμμή AB είναι ευθεία παράλληλη στον άξονα και κατά συνέπεια η εκ περιστροφής επιφάνεια θα είναι ένας κύλινδρος.

Στην ανάλυση που θα ακολουθήσει, ο όρος μονοδιάστατη ανάλυση θα χρησιμοποιηθεί με τις παραπάνω παραδοχές και με την έννοια που του προσδίδει η παραπάνω ανάλυση. Στο Κεφάλαιο 4 θα αναλυθούν η αδιαβατική συμπίεση μέσα στο συμπιεστή, η αδιαβατική εκτόνωση μέσα στο στρόβιλο και η άεργος ροή μέσα σε αγωγούς. Οι εξισώσεις που μας παρέχει η μονοδιάστατη ανάλυση μπορούν να εφαρμοσθούν είτε πάνω σε κάθε διακριτή γραμμή ροής μέσα σε μια πτερύγωση στροβιλομηχανής είτε πάνω σε μια εικονική "τροχιά" που υποθέτουμε ότι αντιπροσωπεύει αυτά που λαμβάνουν χώρα στην πτερύγωση. Με την τελευταία παραδοχή, αποκτώνται γρήγορα και αξιόπιστα στοιχεία για τη λειτουργία των πτερυγώσεων.

4.2. ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

Μεταβολές Κατάστασης σε Βαθμίδα Συμπίεστή

Στο Σχήμα 4.2.1 παρουσιάζεται μια τυπική διάταξη πτερυγώσεων σε ένα μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή. Σύμφωνα με την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 4.1, η διάταξη των πτερυγώσεων που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2.1 αντιστοιχεί στην τομή της κινητής και της σταθερής πτερυγώσης του συμπιεστή με μια "μέση" κυλινδρική επιφάνεια η οποία προκύπτει από την περιστροφή γύρω από τον άξονα της μηχανής μιας ευθείας παράλληλης στον άξονα. Αμελώντας την ενδεχόμενη ύπαρξη οδηγών πτερυγίων εισόδου, θα συμβολίζονται με 1,2 και 3 η είσοδος της κινητής, η έξοδος της κινητής και η έξοδος της σταθερής πτερυγώσης, αντίστοιχα. Το θερμοδυναμικό διάγραμμα, με άξονες τη θερμοκρασία και την εντροπία, το οποίο αντιστοιχεί στην αδιαβατική μεταβολή, που



Σχήμα 4.2.1 Τυπική διάταξη πτερυγώσεων σε μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή.

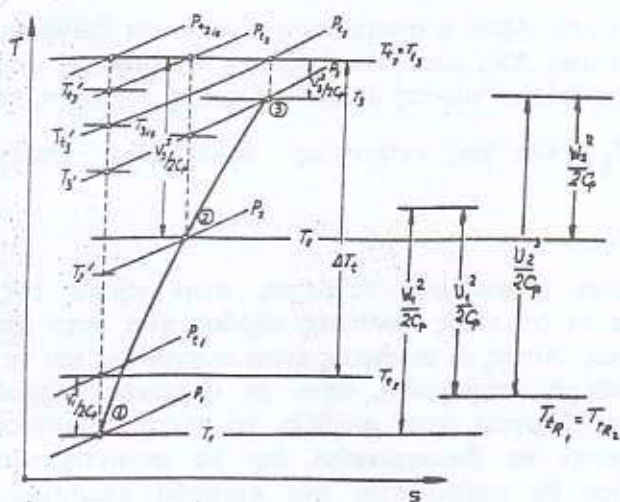
ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

υφίσταται το εργαζόμενο μέσο καθώς διατρέχει το μονοβάθμιο συμπιεστή, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2.2.

Στην είσοδο της κινητής περυσίνης επικρατεί ολική πίεση p_{t1}

και ολική θερμοκρασία T_{t1} . Για αναρρόφηση από το περιβάλλον μέσω

αγωγού εισόδου μικρού μήκους, θερμικά μονωμένου και με αμελητέες απώλειες, τα παραπάνω ολικά μεγέθη ταυτίζονται με την πίεση και τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος. Αν V_1 είναι το μέτρο της ταχύτητας στην



Σχήμα 4.2.2 Θερμοδυναμικό διάγραμμα της ροής σε ένα μονοβάθμιο συμπιεστή.

είσοδο της κινητής περυσίνης, τότε είναι γνωστή η κινητική ενέργεια εισόδου $\frac{1}{2}V_1^2$ και η στατική θερμοκρασία εισόδου T_1 προσδιορίζεται

γραφικά, όπως στο Σχήμα 4.2.2. Η στατική πίεση εισόδου καθορίζεται στο ίδιο σχήμα από την ισόθλιπη η οποία διέρχεται από το σημείο του

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

διαγράμματος όπου αντιστοιχεί η στατική κατάσταση της θέσης 1. Μέσα στην κινητή περυσύγωση, η ολική θερμοκρασία του ρευστού αυξάνει κατά

$$\Delta T_{12} = T_2 - T_1$$

και η αύξηση αυτή αντιστοιχεί στο έργο ανά μονάδα μάζας του ρέοντος ρευστού, το οποίο προσδίδουν τα περιστρεφόμενα περυσύγια στο ρευστό. Το ενεργειακό ισοζύγιο στην κινητή περυσύγωση επιτρέπει μόνο τον καθορισμό της ολικής θερμοκρασίας στην έξοδό της και δεν παρέχει καμμία πληροφορία για το επίπεδο της ολικής πίεσης στην ίδια θέση. Για

να καθορισθεί η ολική πίεση p_2 , πρέπει να είναι γνωστές οι απώλειες

μέσα στην περυσύγωση. Αφού η απεικόνιση γίνεται σε διάγραμμα T-S, η αύξηση της εντροπίας ΔS_{12} μέσα στην κινητή περυσύγωση αποτελεί το πλέον ενδεδειγμένο μέτρο για τις απώλειες αυτές. Η γνώση της ολικής

θερμοκρασίας T_2 και της εντροπίας $S_2 = S_1 + \Delta S_{12}$ επιτρέπει τον

καθορισμό της p_2 .

Αν V_2 είναι η απόλυτη ταχύτητα στην έξοδο της κινητής περυσύγωσης, τότε οι στατικές συνθήκες εξόδου από αυτή μπορούν να καθορισθούν πλήρως. Αυτές οι συνθήκες είναι συγχρόνως και οι συνθήκες εισόδου στη σταθερή περυσύγωση, αφού οι στατικές θερμοδυναμικές συνθήκες δε μεταβάλλονται όταν αλλάζει το σύστημα αναφοράς (στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινισθεί ότι θα συναντήσουμε πιθανά υπολογισμούς όπου θα καθορίζεται και επίπεδο απωλειών για τον ενδιάμεσο χώρο των δυο περυσύγωσεων στη γενική περίπτωση όμως, και αν δεν επισημαίνεται κάτι διαφορετικό, θα υποθέτουμε ότι η έξοδος της κινητής ταυτίζεται θερμοδυναμικά με την είσοδο της κινητής περυσύγωσης). Η άεργος μεταβολή η οποία λαμβάνει χώρα στη σταθερή περυσύγωση ισοδυναμεί με τη διατήρηση της ολικής θερμοκρασίας μέσα σε αυτή. Είναι συνεπώς

$$T_2 = T_3 \quad (4.2.1)$$

Η γνώση των απωλειών μέσα στην ακίνητη περυσύγωση καθορίζει το επίπεδο ολικής πίεσης p_3 στην έξοδό της. Όπως και για την κινητή περυσύγωση, οι απώλειες μπορεί να δίνονται στη μορφή πτώσης ολικής πίεσης, οπότε η p_3 υπολογίζεται αναλυτικά ή εντοπίζεται γραφικά στο

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Σχήμα 4.2.2. Εναλλακτικά, μπορεί και οι απώλειες της σταθερής πτερύγωσης να δίνονται σε μορφή αύξησης εντροπίας σ' αυτή.

Ο ρόλος της σταθερής πτερύγωσης είναι να μετατρέπει σε στατική πίεση ένα τμήμα της κινητικής ενέργειας το οποίο δεν έγινε δυνατό να μετατραπεί μέσα στην κινητή πτερύγωση. Αυτή η κινητική ενέργεια προέρχεται φυσικά από το έργο που η περιστρεφόμενη άτρακτος, μέσω των κινουμένων πτερυγίων, προσέδωσε στο ρευστό. Γνωρίζοντας το μέτρο της ταχύτητας στη θέση 3 και με τη βοήθεια των ήδη υπολογισθέντων ολικών μεγεθών στη θέση αυτή, μπορούν εύκολα να υπολογισθούν τα στατικά μεγέθη στη θέση 3.

Η εφαρμογή της εξίσωσης της ενέργειας (3.9.27) για τη μονοδιάστατη ανάλυση της ροής στην κινητή πτερύγωση, όπως αυτή γράφεται στο σχετικό σύστημα αναφοράς, όταν η ροή θεωρηθεί χρονικά μόνιμη στο σύστημα αυτό και αδιαβατική, δίνει ότι

$$\Delta h_{iR_{12}} = h_{iR_2} - h_{iR_1} = 0 \quad (4.2.2)$$

ή για σταθερό συντελεστή C_p , ότι

$$T_{iR_1} = T_{iR_2} \quad (4.2.3)$$

Από τον ορισμό της σχετικής ολικής ενθαλπίας (3.9.11), ή αντίστοιχα της σχετικής ολικής θερμοκρασίας από την ισοδύναμη σχέση

$$T_{iR} = T + \frac{1}{2C_p} (W^2 - U^2) \quad (4.2.4)$$

γίνεται εύκολα η γραφική απεικόνιση της ισότητας (4.2.3) στο θερμοδυναμικό διάγραμμα του συμπιεστή. Αν η μελέτη αφορά περιφερειακές πτερυγώσεις, η γραμμική ταχύτητα περιστροφής $U = \omega R$ εξαρτάται από την ακτίνα της μέσης γραμμής ροής πάνω στην οποία διεξάγεται η μονοδιάστατη ανάλυση. Έτσι, η σχέση $U_1 = U_2$, ισχύει μόνο για την περίπτωση εκείνη κατά την οποία $R_1 = R_2$. Η ισότητα (4.2.3), για τη γενική περίπτωση, γράφεται

$$T_1 + \frac{1}{2C_p} (W_1^2 - U_1^2) = T_2 + \frac{1}{2C_p} (W_2^2 - U_2^2) \quad (4.2.5)$$

Βαθμός Απόδοσης σε Βαθμίδα Συμπιεστή

Στη συνέχεια και με τη βοήθεια του θερμοδυναμικού διαγράμματος του Σχήματος 4.2.2 μπορεί να γίνει η κατανόηση της φυσικής σημασίας

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης του συμπιεστή (isentropic efficiency), ο οποίος θα ορισθεί αμέσως παρακάτω.

Η ολική ενεργειακή απόδοση ενός συμπιεστή εκφράζει ποσοτικά το λόγο του έργου που θα προσελάμβανε το εργαζόμενο μέσο από τα κινητά πτερύγια σε μια ιδανική διεργασία χωρίς απώλειες, προς το έργο που στην πραγματικότητα προσλαμβάνει, έτσι ώστε και στις δυο περιπτώσεις να πραγματοποιήσει τη συγκεκριμένη συμπίεση, από τις αρχικές ολικές συνθήκες T_1 και p_1 , στην τελική ολική πίεση εξόδου

p_2 . Η ολική ενεργειακή απόδοση ενός συμπιεστή εκφράζεται καταρχή

με τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης του $\eta_{i,c}$. Ο τυπικός ορισμός του προκύπτει από τη φυσική ερμηνεία των ενεργειακών μεταβολών που παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.2.2, με συγκεκριμένες διευκρινήσεις που απαιτούνται για την αποφυγή κακής ερμηνείας του συντελεστή αυτού. Η ιδανική διεργασία χωρίς απώλειες που χρησιμοποιείται στον ορισμό του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης είναι η ισεντροπική μεταβολή 1→3' που αντιστοιχεί στην πραγματική μεταβολή 1→3.

Σημασία έχει ο ακριβής καθορισμός του σημείου εισόδου και του σημείου εξόδου μεταξύ των οποίων μελετάται η διεργασία και κυρίως, εφόσον πρόκειται για συμπιεστή, ο καθορισμός της "χρήσιμης" ολικής πίεσης εξόδου. Η "χρήσιμη" ολική πίεση εξόδου μπορεί να είναι είτε η

ολική είτε η στατική πίεση στην έξοδο (p_2 ή p_3 , αντίστοιχα) και

ανάλογα με την επιλογή που θα γίνει μπορούν να ορισθούν διαφορετικοί συντελεστές απόδοσης. Στην πράξη συναντώνται πρακτικά δύο τέτοιοι ισεντροπικοί βαθμοί απόδοσης, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες και ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες. Οι δυο βαθμοί απόδοσης παρουσιάζονται και σχολιάζονται στη συνέχεια.

Όπως φαίνεται από την ονομασία τους και όπως θα φανεί στη συνέχεια από τους ακριβείς ορισμούς τους και οι δύο βαθμοί απόδοσης χρησιμοποιούν την ολική κατάσταση στην είσοδο της ροής. Ο λόγος είναι ότι όλη η κινητική ενέργεια στην είσοδο του συμπιεστή είναι πρακτικά δυνατό να εκμεταλλευθεί. Η μεταξύ τους διαφορά επικεντρώνεται στο αν θα χρησιμοποιηθεί η ολική ή η στατική κατάσταση στην έξοδο του συμπιεστή. Πρέπει να τονισθεί ότι δεν υπάρχει "σωστός" ορισμός του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης, αλλά "κατάλληλος" ορισμός αυτού, ανάλογα με το πρόβλημα που αναλύουμε. Όταν η κινητική ενέργεια στην έξοδο χρησιμοποιείται (με οποιονδήποτε τρόπο) στη συνολική διεργασία, τότε είναι περισσότερο αντιπροσωπευτικό να χρησιμοποιείται η ολική κατάσταση στην έξοδο και κατά συνέπεια ο ισεντροπικός βαθμός

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες. Όταν όμως η κινητική ενέργεια στην έξοδο χάνεται, τότε προτιμάται να χρησιμοποιείται ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες, που ορίζεται από τη στατική κατάσταση στην έξοδο.

Για την ποσοτική έκφραση του έργου που συναλλάσσεται στην αντίστοιχη ισεντροπική μεταβολή, ορίζεται η "ισεντροπική" ολική θερμοκρασία T_{t_2} (και η αντίστοιχη ισεντροπική ολική ενθαλπία h_{t_2}) η οποία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.2, εκφράζει την ολική θερμοκρασία που θα είχαμε στην έξοδο του συμπιεστή αν η διεργασία λάμβανε χώρα ισεντροπικά, για την ίδια ολική πίεση εξόδου p_2 . Τότε, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες του συμπιεστή $\eta_{t-t,c}$ (total-to-total efficiency, στην πράξη συχνά ορίζεται απλά ως ισεντροπικός βαθμός απόδοσης και συμβολίζεται $\eta_{t,c}$) ορίζεται ως

$$\eta_{t-t,c} = \frac{h_{t_2} - h_{t_1}}{h_2 - h_{t_1}} = \frac{T_{t_2} - T_{t_1}}{T_2 - T_{t_1}} \quad (4.2.6)$$

όπου η τελευταία ισότητα ισχύει μόνο όταν η θερμοχωρητικότητα C_p θεωρείται σταθερή. Για σταθερό C_p , η ισεντροπική μεταβολή μεταξύ των καταστάσεων 1 και 3', γράφεται ως

$$\frac{T_{t_2}}{T_{t_1}} = \left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.2.7)$$

όπου π_c είναι ο λόγος πίεσης (pressure ratio) του συμπιεστή

$$\pi_c = \frac{p_2}{p_{t_1}} \quad (4.2.8)$$

Ο συνδυασμός των σχέσεων (4.2.6) και (4.2.8) δίνει μια δεύτερη χρήσιμη έκφραση του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες, ως

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$\eta_{t-s,c} = \frac{\frac{\gamma-1}{\pi c^\gamma} - 1}{\frac{T_{t_3}}{T_{t_1}} - 1} \quad (4.2.9)$$

Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες ενός συμπιεστή $\eta_{t-s,c}$ (total-to-static efficiency) ορίζεται χρησιμοποιώντας τα στατικά μεγέθη της εξόδου σύμφωνα με τις σχέσεις

$$\eta_{t-s,c} = \frac{h_{3'} - h_{t_1}}{h_3 - h_{t_1}} = \frac{T_{3'} - T_{t_1}}{T_3 - T_{t_1}} \quad (4.2.10)$$

οπότε, σε αντιστοιχία με τη σχέση (4.2.9), ισχύει τώρα ότι

$$\eta_{t-s,c} = \frac{\left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{t_3}}{T_{t_1}} - 1} \quad (4.2.11)$$

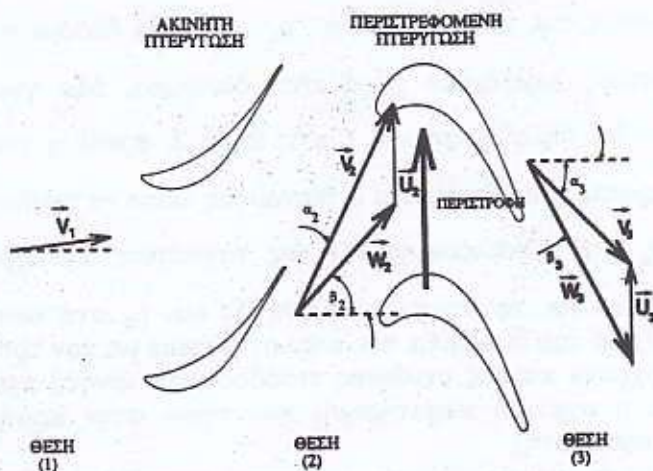
Οι ενδιάμεσες βαθμίδες ενός πολυβάθμιου συμπιεστή, όπου η κινητική ενέργεια στην έξοδο μιας βαθμίδας χρησιμοποιείται στην επόμενη αποτελούν περιπτώσεις όπου βολεύει η χρήση του $\eta_{t-s,c}$. Ο στροβιλούπερπληρωτής (turbocharger) μιας μηχανής Diesel είναι μια τυπική περίπτωση όπου χρησιμοποιείται συνήθως ο $\eta_{t-s,c}$: εδώ, η μηχανή αδυνατεί να χρησιμοποιήσει την κινητική ενέργεια της ροής που βγαίνει από το συμπιεστή.

4.3. ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Μεταβολές Κατάστασης σε Βαθμίδα Στροβίλου.

Στο Σχήμα 4.3.1 παρουσιάζεται μια τυπική διάταξη πτερυγώσεων σε ένα μονοβάθμιο αξονικό στρόβιλο. Οι συμβολισμοί 1, 2 και 3 αντιστοιχούν στην είσοδο και την έξοδο της ακίνητης πτερυγώσης και την έξοδο της κινητής, αντίστοιχα. Το εργαζόμενο μέσο εισέρχεται στην ακίνητη πτερυγώση, τα λεγόμενα ακροφύσια (nozzle) ή διανομέα του

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 4.3.1 Τυπική διάταξη πτερυγώσεων σε μονοβάθμιο αξονικό στρόβιλο.

στρόβιλου με ολική πίεση p_1 και ολική θερμοκρασία T_1 . Με τον ίδιο τρόπο όπως και για το συμπιεστή, η γνώση του μέτρου της απόλυτης ταχύτητας V_1 στην είσοδο επιτρέπει διαδοχικά τον καθορισμό της στατικής θερμοκρασίας T_1 (από τον ορισμό της ολικής θερμοκρασίας) και της στατικής πίεσης p_1 (εφαρμόζοντας σχέσεις ισεντροπικής μεταβολής στη θέση 1).

Η άεργος εκτόνωση η οποία πραγματοποιείται μέσα στο διανομέα ισοδυναμεί με τη διατήρηση της ολικής ενθαλπίας και (αν ο συντελεστής C_p θεωρηθεί σταθερός) της ολικής θερμοκρασίας μεταξύ των θέσεων 1 και 2. Για την ανάλυση που παρουσιάζεται στην παρούσα Ενότητα, το C_p θεωρείται σταθερό και συνεπώς το ενεργειακό ισοζύγιο στο διανομέα γράφεται

$$T_{t_1} = T_{t_2} \quad (4.3.1)$$

Ο καθορισμός της ολικής πίεσης p_2 απαιτεί δεδομένα για τις απώλειες οι οποίες λαμβάνουν χώρα στο διανομέα. Με γνωστό το ενεργειακό επίπεδο, δηλαδή την T_2 στη θέση 2, αρκεί η γνώση της αύξησης της εντροπίας που προκαλεί ο διανομέας ώστε να υπολογισθεί η ολική πίεση p_2 . Η επιπλέον γνώση της ταχύτητας V_2 εξόδου του διανομέα, καθορίζει και τα στατικά μεγέθη T_2 και p_2 στη θέση 2. Οι συνθήκες στην έξοδο του διανομέα που υπολογίσθηκαν με τον τρόπο αυτό αποτελούν ταυτόχρονα και τις συνθήκες εισόδου στην κινητή πτερύγωση (ισχύει και εδώ η σχετική παρατήρηση που έγινε στην προηγούμενη ενότητα για το συμπιεστή).

Μέσα στην κινητή πτερύγωση, το ρευστό προσδίδει ενέργεια στα κινητά πτερύγια και μέσω αυτών στην άτρακτο του στροβίλου. Η προσδιδόμενη ενέργεια αντιστοιχεί στην ενθαλπική πτώση

$$\Delta h_{23} = h_2 - h_3$$

ή στην αντίστοιχη πτώση ολικής θερμοκρασίας

$$\Delta T_{23} = T_2 - T_3$$

Ο υπολογισμός της ολικής πίεσης p_3 στην έξοδο της βαθμίδας απαιτεί τη γνώση των απωλειών που λαμβάνουν χώρα σε αυτό, ενδεχομένως στη μορφή της αύξησης εντροπίας ΔS_{23} . Με γνωστά τα ολικά μεγέθη p_2 και T_2 προκύπτουν τα αντίστοιχα στατικά μεγέθη p_3 και T_3 αν είναι γνωστή η ταχύτητα V_3 στο σημείο αυτό.

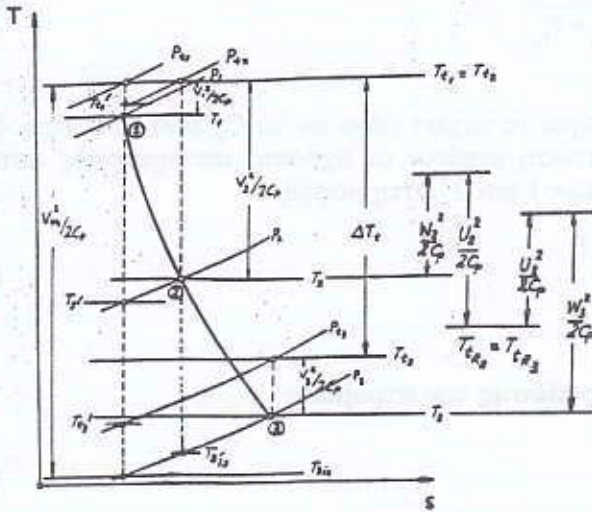
Όπως έγινε προηγούμενα και για την περίπτωση του συμπιεστή, η μελέτη της εκτόνωσης μεταξύ των θέσεων 2 και 3 στο σχετικό σύστημα αναφοράς, δίνει, σύμφωνα με την ενεργειακή εξίσωση στο σύστημα αυτό, ότι

$$h_{tR_2} = h_{tR_3} \quad (4.3.2)$$

ή, ως έκφραση των σχετικών ολικών θερμοκρασιών, ότι

$$T_{iR_2} = T_{iR_3} \quad (4.3.3)$$

Η γραφική παράσταση του θερμοδυναμικού διαγράμματος ροής ενός τυπικού στροβίλου, σε άξονες θερμοκρασίας-εντροπίας, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.3.2. Τα τρίγωνα ταχυτήτων που αντιστοιχούν σε μια τέτοια γεωμετρία στροβίλου έχουν σημειωθεί στο Σχήμα 4.3.1.



Σχήμα 4.3.2 Θερμοδυναμικό διάγραμμα της ροής σε ένα μονοβάθμιο στρόβιλο.

Βαθμός Απόδοσης σε Βαθμίδα Στροβίλου

Σε αντιστοιχία με την περίπτωση του συμπιεστή, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης του στροβίλου εκφράζει το λόγο του έργου που πραγματικά λαμβάνουμε στον άξονα του στροβίλου προς το έργο που θα παίρναμε αν η μεταβολή λάμβανε χώρα ισεντροπικά. Η αντιστοιχη ισεντροπική μεταβολή είναι αυτή που επιτυγχάνει με την ίδια ολική πίεση p_3

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

στην έξοδο, μέσω μιας ισεντροπικής μεταβολής μεταξύ 1 και 3. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.3.2, η ισεντροπική αυτή μεταβολή χαρακτηρίζεται από την ολική ενθαλπία εξόδου $h_{3'}$ ή την αντίστοιχη

ολική θερμοκρασία $T_{3'}$. Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες του στρόβιλου η_{i-t} (που όπως και για το συμπιεστή καλείται συχνά και απλά ισεντροπικός βαθμός απόδοσης του στρόβιλου) ορίζεται ως

$$\eta_{i-t} = \frac{h_1 - h_{3'}}{h_1 - h_{3'}} = \frac{T_1 - T_{3'}}{T_1 - T_{3'}} \quad (4.3.4)$$

με την τελευταία ισότητα να ισχύει μόνο αν το C_p είναι σταθερό. Για την τελευταία αυτή περίπτωση ισχύουν οι σχέσεις ισεντροπικής μεταβολής μεταξύ των καταστάσεων 1 και 3', στη μορφή

$$\frac{T_1}{T_{3'}} = \left(\frac{p_1}{p_{3'}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \pi_T^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.3.5)$$

όπου π_T είναι ο λόγος πίεσης του στρόβιλου

$$\pi_T = \frac{p_1}{p_{3'}} \quad (4.3.6)$$

Συνδυάζοντας τις (4.3.4) και (4.3.6) προκύπτει ότι

$$\eta_{i-t} = \frac{1 - \frac{T_{3'}}{T_1}}{1 - \pi_T^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (4.3.7)$$

Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες του στρόβιλου, η_{i-t} δίνεται από τη σχέση

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$\eta_{1-2,T} = \frac{h_{t_1} - h_{t_2}}{h_{t_1} - h_{3'}} = \frac{T_{t_1} - T_{t_2}}{T_{t_1} - T_{3'}} \quad (4.3.8)$$

ή από τη σχέση

$$\eta_{1-2,T} = \frac{1 - \frac{T_{t_2}}{T_{t_1}}}{1 - \left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (4.3.9)$$

4.4. ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΣΕ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης, όπως ορίστηκε στις προηγούμενες ενότητες, για την περίπτωση του συμπιεστή ή του στροβίλου, παρουσιάζει ένα σημαντικό μειονέκτημα όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για το χαρακτηρισμό της ποιότητας του αεροδυναμικού σχεδιασμού μιας στροβιλομηχανής. Το μειονέκτημα αυτό σχετίζεται με την αδυναμία του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης να προβλέψει άμεσα τις απώλειες οι οποίες λαμβάνουν χώρα σε μια στροβιλομηχανή, που ενδεχόμενα λειτουργεί σε διαφορετικές συνθήκες ροής. Όπως θα αναπτυχθεί στη συνέχεια, το πρόβλημα συνδέεται με τη μορφή που έχουν οι ισόθλιπτες στο διάγραμμα T-S, ενώ μαθηματικά εντοπίζεται στο γεγονός ότι ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης μιας στροβιλομηχανής συνδέεται αφενός μεν με το λόγο πίεσης και αφετέρου με τις απώλειες της μηχανής και όχι μόνο με τις τελευταίες όπως θα ήταν επιθυμητό.

Ο πολυτροπικός βαθμός απόδοσης, ο οποίος θα οριστεί στην παρούσα Ενότητα, έχει σκοπό να καλύψει το μειονέκτημα που προαναφέραμε και να αποτελέσει μέτρο της ποιότητας του αεροθερμοδυναμικού σχεδιασμού της μηχανής. Ένα πρακτικό παράδειγμα βοηθά καταρχή στην κατανόηση της ανάγκης ορισμού του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης. Εστω ένα μονοβάθμιος συμπιεστής με γνωστό ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες. Συνδυάζοντας μερικές όμοιες τέτοιες βαθμίδες, σχηματίζουμε ένα πολυβάθμιο συμπιεστή, του οποίου όμως ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές γενικά προκύπτει σημαντικά μικρότερος του αντίστοιχου βαθμού απόδοσης της μιας βαθμίδας. Ο πολυτροπικός βαθμός απόδοσης, που θα οριστεί παρακάτω, θα επιτρέπει μια κοινή εκτίμηση για την ποιότητα σχεδιασμού του μονοβάθμιου και του πολυβάθμιου συμπιεστή,

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

διατηρώντας την ίδια τιμή και για τις δυο περιπτώσεις. Η τιμή αυτή θα αποτελεί μέτρο της ποιότητας του αεροθερμοδυναμικού σχεδιασμού των βαθμίδων και του πολυβάθμιου συμπιεστή.

Πριν την παρουσίαση του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης, θα μελετήσουμε ένα παράδειγμα που δείχνει τη σχέση μεταξύ του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης μιας βαθμίδας και του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης ενός πολυβάθμιου συμπιεστή, σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε. Θεωρούμε τη θερμοδυναμική μεταβολή η οποία συμβαίνει σε ένα συμπιεστή αξονικής ροής που αποτελείται από έναν αριθμό διαδοχικών βαθμίδων. Εστω ότι ο σχεδιασμός των πτερυγώσεων κάθε βαθμίδας είναι ίδιας ποιότητας και συνεπώς κάθε βαθμίδα χαρακτηρίζεται από τον ίδιο ισεντροπικό βαθμό απόδοσης (ολικές-προς-ολικές συνθήκες) $\eta_{i,\beta}$. Η συνολική αύξηση της ολικής θερμοκρασίας στον πολυβάθμιο συμπιεστή θα ισούται με

$$\Delta T_{i,C} = \sum \frac{\Delta T'_{i,\beta}}{\eta_{i,\beta}} = \frac{1}{\eta_{i,\beta}} \sum \Delta T'_{i,\beta} \quad (4.4.1)$$

όπου η άθροιση Σ θεωρείται για όλες τις βαθμίδες του συμπιεστή και η ποσότητα $\Delta T'_{i,\beta}$ συμβολίζει την ισεντροπική μεταβολή ολικής θερμοκρασίας ανά βαθμίδα. Η όλη μεταβολή παρουσιάζεται ενδεικτικά στο Σχήμα 4.4.1.

Αν $\Delta T'_{i,C}$ είναι η ισεντροπική αύξηση της ολικής θερμοκρασίας για όλο το συμπιεστή, τότε, από τη σχέση (4.2.6) αυτή συνδέεται με τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης του συμπιεστή με τη σχέση

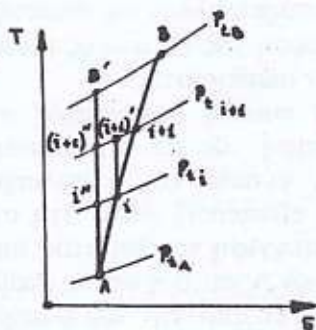
$$\Delta T_{i,C} = \frac{\Delta T'_{i,C}}{\eta_{i,C}} \quad (4.4.2)$$

Ο συνδυασμός των σχέσεων (4.4.1) και (4.4.2) δίνει

$$\frac{\eta_{i,\beta}}{\eta_{i,C}} = \frac{\sum \Delta T'_{i,\beta}}{\Delta T'_{i,C}} \quad (4.4.3)$$

Στο διάγραμμα T-S, η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ δύο ισόθλιπτων αυξάνει καθώς αυξάνει η εντροπία, καθώς δηλαδή κινούμαστε δεξιότερα σε σχέση με την εντροπία που αντιστοιχεί στην είσοδο του

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 4.4.1 Πολυτροπική μεταβολή σε πολυβάθμιο συμπιεστή.

συμπιεστή. Με βάση την τελευταία παρατήρηση και όπως γίνεται εύκολα κατανοητό από το Σχήμα 4.4.1, ισχύει ότι

$$\sum \Delta T'_{i,\beta} > \Delta T'_{i,c} \quad (4.4.4)$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις (4.4.3) και (4.4.4) προκύπτει ότι

$$\eta_{i,\beta} > \eta_{i,c} \quad (4.4.5)$$

δηλαδή ότι ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης κάθε βαθμίδας είναι μεγαλύτερος από τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης του πολυβάθμιου συμπιεστή. Η ανισότητα ενισχύεται όσο περισσότερες βαθμίδες προστίθενται για το σχηματισμό του πολυβάθμιου συμπιεστή, όσο δηλαδή αυξάνει ο λόγος πίεσης p_c του συμπιεστή. Η φυσική εξήγηση του παραπάνω σχολίου είναι ότι κάθε αύξηση ολικής θερμοκρασίας λόγω τριβών σε μια βαθμίδα, οδηγεί σε περισσότερο έργο το οποίο απαιτείται για την επόμενη βαθμίδα.

Η προηγηθείσα συζήτηση, εκτός από την κατανόηση του τρόπου που ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης πρέπει να χρησιμοποιείται σε έναν πολυβάθμιο συμπιεστή, θεμελιώνει την ανάγκη για τον ορισμό ενός νέου βαθμού απόδοσης για ένα συμπιεστή, ο οποίος δε θα εξαρτάται από το λόγο πίεσης που πραγματοποιείται και θα αποτελεί μέτρο της ποιότητας αεροθερμοδυναμικού σχεδιασμού της κάθε βαθμίδας που συνθέτει το

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

συμπιεστή. Ο βαθμός αυτός απόδοσης θα ονομασθεί πολυτροπικός (polytropic efficiency) και η αντίστοιχη θερμοδυναμική μεταβολή θα ονομάζεται πολυτροπική. Με την υιοθέτηση της πολυτροπικής μεταβολής μέσα στο συμπιεστή, η θερμοδυναμική μεταβολή που ενδεικτικά παρουσιάστηκε στο Σχήμα 4.4.1 μπορεί πλέον να αποκτήσει μορφή στο επίπεδο T-S, αφού μέχρι τώρα η μορφή της καμπύλης η οποία συνέδεε τα γνωστά σημεία της μεταβολής ήταν ακαθόριστη.

Ενας τρόπος για να γίνει εύκολα κατανοητός ο πολυτροπικός βαθμός απόδοσης είναι η συσχέτισή του με την έννοια των πολλών "μικρών βαθμίδων" (small stages, γι' αυτό και ο πολυτροπικός βαθμός απόδοσης λέγεται και small stage efficiency) μέσα στη στροβιλομηχανή. Πρόκειται για μια θεωρητική προσέγγιση του θέματος όπου ολόκληρη η μεταβολή μεταξύ των ακραίων θέσεων A και B η οποία συμβαίνει μέσα στο συμπιεστή θεωρείται ότι αποτελείται από την αλληλουχία στοιχειωδών μεταβολών οι οποίες λαμβάνουν χώρα σε διαδοχικές "μικρές βαθμίδες" που συνθέτουν τη μεταβολή AB. Κάθε τέτοια "μικρή βαθμίδα" πραγματοποιεί μια στοιχειώδη μεταβολή με σταθερό ισεντροπικό βαθμό απόδοσης σε όλο το μήκος της μεταβολής AB. Ο σταθερός ισεντροπικός βαθμός απόδοσης κάθε μικρής βαθμίδας θα συμβολίζεται με $\eta_{\infty,c}$ (όπου ο πρώτος δείκτης χαρακτηρίζει θεωρητικό άπειρο βαθμό "μικρών βαθμίδων") ή $\eta_{p,c}$ (αφού, για λόγους που θα συζητηθούν παρακάτω, θα ονομασθεί πολυτροπικός βαθμός απόδοσης του συμπιεστή). Στην ανάλυση που θα ακολουθήσει θα υιοθετηθεί ο δεύτερος συμβολισμός.

Έτσι, για τη στοιχειώδη μεταβολή μέσα σε μια "μικρή βαθμίδα", όταν ο συντελεστής θερμοχωρητικότητας υπό σταθερή πίεση είναι σταθερός, ισχύει

$$\frac{dT'_t}{dT_t} = \eta_{p,c} = \text{σταθερό} \quad (4.4.6)$$

Για την ισεντροπική μεταβολή και μεταξύ των ολικών μεγεθών της ροής γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση

$$\frac{T_t}{p_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \text{σταθερό}$$

η οποία, σε διαφορική μορφή, γράφεται και ως

$$\frac{dT'_t}{T_t} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp_t}{p_t} \quad (4.4.7)$$

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

όπου η στοιχειώδης μεταβολή dT_i συμβολίσθηκε ως τονούμενη ακριβώς για να χαρακτηρίσει τον ισεντροπικό της χαρακτήρα. Η αντικατάσταση της (4.4.7) στην (4.4.6) δίνει ότι

$$\eta_{p,c} \frac{dT_i}{T_i} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp_i}{p_i} \quad (4.4.8)$$

Ολοκληρώνοντας τη μεταβολή (4.4.8) μεταξύ των δυο ακραίων καταστάσεων Α και Β, όπου ο συντελεστής $\eta_{p,c}$ διατηρείται σταθερός εξ ορισμού, προκύπτει ότι

$$\eta_{p,c} = \frac{\ln \left(\left(\frac{p_{t_B}}{p_{t_A}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}{\ln \left(\frac{T_{t_B}}{T_{t_A}} \right)} \quad (4.4.9)$$

Η σχέση (4.4.9) επιτρέπει τον υπολογισμό των πολυτροπικού βαθμού απόδοσης $\eta_{p,c}$ του συμπιεστή από τις τιμές ολικής πίεσης και θερμοκρασίας στην είσοδο και την έξοδο του. Εναλλακτική γραφή της (4.4.9) αποτελεί η

$$\frac{T_{t_B}}{T_{t_A}} = \left(\frac{p_{t_B}}{p_{t_A}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{p,c}}} \quad (4.4.10)$$

η οποία επίσης μπορεί να γραφεί και ως

$$\frac{T_{t_B}}{T_{t_A}} = \left(\frac{p_{t_B}}{p_{t_A}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (4.4.11)$$

όπου n είναι ο εκθέτης της πολυτροπικής μεταβολής (polytropic exponent). Ο εκθέτης αυτός συνδέεται με τον εκθέτη της ισεντροπικής μεταβολής γ από τη σχέση

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{\eta_{p,c}} \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

ή

$$n = \frac{1}{1 - \frac{1}{\eta_{p,c}} \frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.4.12)$$

Η συσχέτιση των μεγεθών πίεσης και θερμοκρασίας με μια σχέση της μορφής (4.4.11), που αποτελεί έκφραση μιας πολυτροπικής μεταβολής, δικαιολογεί τους όρους πολυτροπικός βαθμός απόδοσης και εκθέτης πολυτροπικής μεταβολής.

Ο πολυτροπικός βαθμός απόδοσης $\eta_{p,c}$ ο οποίος είναι σταθερός για όλες τις "μικρές βαθμίδες" χαρακτηρίζει και τον ίδιο το συμπιεστή, για τον οποίο μπορούμε να εκφράσουμε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσής του ως

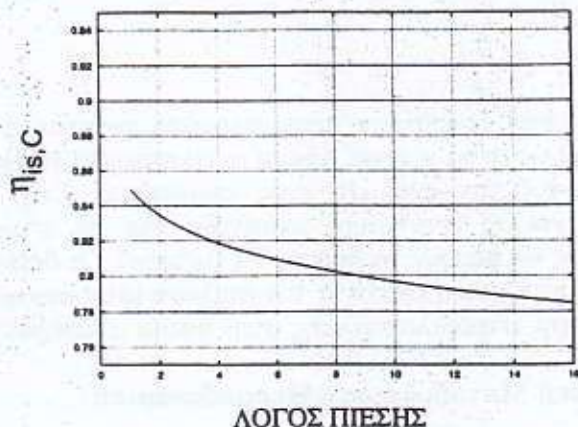
$$\eta_{i,c} = \frac{T_{t_2}' - T_{t_1}}{T_{t_2} - T_{t_1}} = \frac{\frac{T_{t_2}'}{T_{t_1}} - 1}{\frac{T_{t_2}}{T_{t_1}} - 1} = \frac{\left(\frac{p_{t_2}}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{p_{t_2}}{p_{t_1}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1} \quad (4.4.13)$$

Άλλες χρήσιμες γραφές της (4.4.13) μπορούν να προκύψουν χρησιμοποιώντας εναλλακτικά τις σχέσεις (4.4.11) ή (4.4.12). Πρέπει τελικά να γίνει κατανοητό ότι αρκεί η γνώση των δύο από τις τρεις ποσότητες n , $\eta_{p,c}$ και γ για να προσδιορισθεί άμεσα η τρίτη από αυτές, μέσω της σχέσης (4.4.12). Έτσι, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης του συμπιεστή σχετίζεται με τον πολυτροπικό βαθμό απόδοσής του από τη σχέση

$$\eta_{i,c} = \frac{\pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\pi_c^{\frac{1}{\eta_{p,c}} \frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} \quad (4.4.14)$$

Για την περίπτωση του συμπιεστή, η επίδραση του λόγου πίεσης π_c στον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης παρουσιάζεται, για μια αντιπροσωπευτική περίπτωση ροής, στο Σχήμα 4.4.2. Στο σχήμα αυτό, φαίνεται η πτώση του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης με την αύξηση του λόγου πίεσης π_c , για σταθερό πολυτροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{p,c} = 0,85$. Το σχήμα αυτό αποτελεί γραφική απεικόνιση της σχέσης (4.4.14) για την υποθεθείσα τιμή $\eta_{p,c} = 0,85$ και για εργαζόμενο μέσο με $\gamma = 1,4$. Τείνοντας προς την οριακή τιμή του λόγου πίεσης $\pi_c = 1$, ο ισεντροπικός βαθμός

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 4.4.2 Επίδραση του λόγου πίεσης π_c στον ισηντροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{\text{ισ,C}}$ ενός συμπιεστή. Υποτίθεται $\eta_{\text{p,C}}=0.85$ και

απόδοσης του συμπιεστή τείνει προς τον πολυτροπικό βαθμό απόδοσης. Αυτό αποδεικνύεται εύκολα από τη σχέση (4.4.13), αν υποτεθεί ότι

$$\pi_c = 1 + x$$

όπου x πολύ μικρή θετική ποσότητα, οπότε η ανάπτυξη του δεξιού μέλους σε σειρά Taylor θα δώσει

$$\eta_{\text{ισ,C}} = \frac{(1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{(1+x)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{\gamma}x - 1}{1 + \frac{\kappa-1}{\kappa}x - 1}$$

αμελώντας, στον αριθμητή και τον παρονομαστή, όλους τους όρους δεύτερης τάξης του x . Όταν $x \rightarrow 0$, τότε

$$\eta_{ls,C} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{n} = \eta_{p,C}$$

Οι ποσότητες που ορίστηκαν στην παρούσα ενότητα φέρουν το δείκτη C (Compressor) ώστε να γίνεται άμεσα αντιληπτό ότι πρόκειται για ποσότητες που αφορούν την ανάλυση ενός συμπιεστή. Στην επόμενη ενότητα, όπου θα γίνει η αντίστοιχη ανάπτυξη για το στρόβιλο, οι αντίστοιχες ποσότητες θα φέρουν το δείκτη T (Turbine). Οι δείκτες αυτοί είναι δυνατό να παραλείπονται (λ.χ. κατά την επίλυση μιας άσκησης) όταν είναι σαφές το είδος της στροβιλομηχανής στην οποία αναφέρονται.

Η Πολυτροπική Μεταβολή στη Θερμοδυναμική

Χρησιμοποιώντας βασικές γνώσεις από τη Θερμοδυναμική, θα αναλύσουμε περαιτέρω τις φυσικές ιδιότητες μιας πολυτροπικής μεταβολής. Η ανάπτυξη που θα ακολουθήσει δίνεται σε διαφορική μορφή.

Η εξίσωση (2.4.6) που εκφράζει τον ενεργειακό ισολογισμό σε ένα σύστημα ροής διατυπώνεται εναλλακτικά στη μορφή

$$dq + dw_T - dw_v = du + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + vdp + pdv \quad (4.4.15)$$

αναλύοντας το έργο που προσδίδεται ή αφαιρείται από το σύστημα ως άθροισμα του τεχνικού έργου dw_T και του έργου $-dw_v$ που δαπανάται από το ρέον ρευστό για να υπερνικηθούν οι δυνάμεις τριβής. Το αρνητικό πρόσημο στον τρίτο όρο της (4.4.15) δικαιολογείται από τη βασική σύμβαση που έγινε στο Κεφάλαιο 2, ώστε $dw_v \geq 0$.

Το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα για ένα γενικότερο σύστημα δίνεται από την εξίσωση (2.2.5). Για κλειστό σύστημα, το μοναδικό έργο που πρακτικά συναλλάσσεται με το περιβάλλον είναι το έργο ογκομεταβολής $-pdv$ (το αρνητικό πρόσημο δικαιολογείται όπως και προηγουμένως) και συνεπώς η εξίσωση αυτή γράφεται ως

$$dq = du + pdv \quad (4.4.16)$$

Η θερμότητα που συναλλάσσεται με το σύστημα αναλύεται σε δύο συνιστώσες

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$dq = dq_{ext} + dq_v \quad (4.4.17)$$

όπου dq_{ext} είναι η θερμότητα που προσδίδεται ή αφαιρείται εξωτερικά στο σύστημα, ενώ $dq_v \geq 0$ είναι η θερμότητα που αναδιανέμεται στο σύστημα λόγω των εσωτερικών και εξωτερικών τριβών (βλέπε εξίσωση (3.6.6) και τη σχετική παραδοχή που αφορά την αναδιανομή στο σύστημα της θερμότητας λόγω τριβής). Είναι προφανώς

$$dq_v = dw_v \quad (4.4.18)$$

Έχοντας ορίσει τις παραπάνω ποσότητες, ορίζουμε ως πολυτροπική τη μεταβολή εκείνη για την οποία ισχύει

$$\frac{dq_{ext} + dq_v}{dh} = \beta = \text{σταθερά} \quad (4.4.19)$$

Η ποσότητα dq στις σχέσεις (4.4.15) και (4.4.16) εκφράζει την ίδια φυσική ποσότητα. Με την απαλοιφή της και με τη βοήθεια της σχέσης (4.4.17) προκύπτει ότι

$$dw_T = dw_v + d\left(\frac{V^2}{2}\right) + vdp \quad (4.4.20)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό (2.4.7) για την ενθαλπία h , η σχέση (4.4.15) γράφεται ως

$$dw_T = dh + d\left(\frac{V^2}{2}\right) - dq_{ext} \quad (4.4.21)$$

Εξισώνουμε τα δεξιά μέλη των σχέσεων (4.4.20) και (4.4.21) και προκύπτει ότι

$$dq_{ext} + dw_v = dh - vdp$$

οπότε, λόγω της (4.4.18), η σχέση (4.4.19) δίνει για κάθε πολυτροπική μεταβολή ότι

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$\frac{dh - v dp}{dh} = \beta \Rightarrow \frac{v dp}{dh} = 1 - \beta \quad (4.4.22)$$

Με αναδιάταξη των όρων και χρησιμοποιώντας ότι $dh = C_p dT$ και την καταστατική εξίσωση των τελείων αερίων αποδεικνύεται ότι η (4.4.22) γράφεται και ως

$$\frac{dp}{p} = \frac{dv}{v} \frac{\gamma(1-\beta)}{(\gamma\beta-1)} \quad (4.4.23)$$

Ορίζοντας την ποσότητα

$$n = \frac{\gamma(\beta-1)}{\gamma\beta-1} \quad (4.4.24)$$

η σχέση (4.4.23) γράφεται τελικά στη μορφή

$$p v^n = \text{σταθερό} \quad (4.4.25)$$

που είναι η τυπική γραφή μιας πολυτροπικής μεταβολής. Η ποσότητα n είναι ο εκθέτης πολυτροπικής μεταβολής που ορίστηκε ήδη στη σχέση (4.4.12).

Ειδικές Περιπτώσεις Πολυτροπικής Μεταβολής

(α) Η περίπτωση $n=0$ αντιστοιχεί στην ισόθλιπη μεταβολή

$$p = \text{σταθερό}$$

(β) Η περίπτωση $n=1$ αντιστοιχεί στην ισοθερμοκρασιακή μεταβολή τελείου αερίου

$$p v = \text{σταθερό}$$

(γ) Οι περιπτώσεις $n = \pm \infty$ δίνουν την ισόχωρη μεταβολή

$$v = \text{σταθερό}$$

(δ) Τέλος, η περίπτωση $n=\gamma$ εκφράζει προφανώς την ισηντροπική μεταβολή

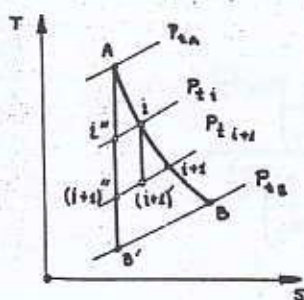
$$p v^\gamma = \text{σταθερό}$$

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

4.5. ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΣΕ ΣΤΡΟΒΙΛΟ

Η πολυτροπική μεταβολή σε ένα στρόβιλο ορίζεται με ανάλογο τρόπο με αυτόν που έγινε για το συμπιεστή. Σε αντιστοιχία με το παράδειγμα του πολυβάθμιου συμπιεστή το οποίο αναλύθηκε στην αρχή της Ενότητας 4.4, η ίδια ανάλυση όταν πραγματοποιηθεί σε στρόβιλο ο οποίος αποτελείται από μια σειρά βαθμίδων θα δώσει τελικά ότι

$$\sum \Delta T'_{i,\beta} > \Delta T'_{i,\tau} \quad (4.5.1)$$



Σχήμα 4.5.1 Πολυτροπική μεταβολή σε πολυβάθμιο στρόβιλο.

Η σχέση (4.5.1) η οποία απεικονίζεται γραφικά στο Σχήμα 4.5.1, δείχνει ότι στο στρόβιλο, ο ισεντροπικός βαθμός του πολυβάθμιου στρόβιλου είναι μεγαλύτερος του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης κάθε βαθμίδας, δηλαδή

$$\eta_{i,\tau} > \eta_{i,\beta} \quad (4.5.2)$$

αφού η σχέση ισεντροπικού βαθμού απόδοσης και ισεντροπικής μεταβολής της ολικής θερμοκρασίας είναι η (4.3.4).

Αν η μεταβολή σε ολόκληρο το στρόβιλο λαμβάνει χώρα μεταξύ των καταστάσεων A και B, η γνώση της ολικής θερμοκρασίας και πίεσης στις θέσεις αυτές επιτρέπει τον υπολογισμό του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης του συμπιεστή από τη σχέση

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$\frac{T_{t_2}}{T_{t_1}} = \left(\frac{p_{t_2}}{p_{t_1}} \right)^{\eta_{p,T} \frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.5.3)$$

ενώ ισχύει και για το στρόβιλο η σχέση (4.4.11), όπου η μεταβολή εκφράζεται ως συνάρτηση του εκθέτη πολυτροπικής μεταβολής. Η σύνδεση όμως του εκθέτη της πολυτροπικής μεταβολής στο στρόβιλο με τον εκθέτη της ισεντροπικής μεταβολής γ γίνεται από τη σχέση

$$\frac{n-1}{n} = \eta_{p,T} \frac{\gamma-1}{\gamma} \quad (4.5.4)$$

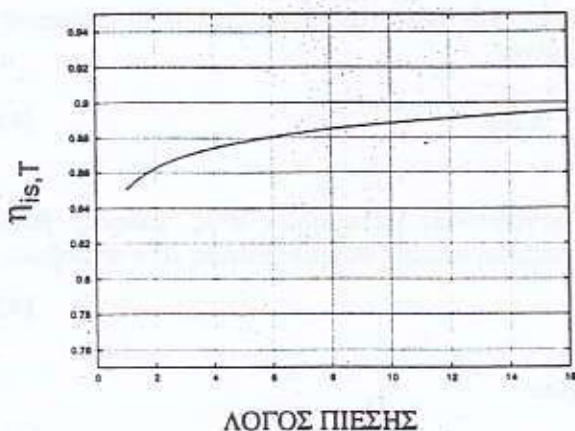
Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης του στροβίλου γράφεται

$$\eta_{i,T} = \frac{T_{t_1} - T_{t_2}}{T_{t_1} - T_{t_2}'} = \frac{1 - \frac{T_{t_2}}{T_{t_1}}}{1 - \frac{T_{t_2}'}{T_{t_1}}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\eta_{p,T} \frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (4.5.5)$$

Το Σχήμα 4.5.2 παρουσιάζει τη γραφική απεικόνιση της σχέσης (4.5.5) για ένα στρόβιλο με μια τυπική τιμή του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης $\eta_{p,T} = 0,85$ και εργαζόμενο μέσο με $\gamma = 1,4$. Το σχήμα πιστοποιεί το συμπέρασμα της (4.5.2) και πρέπει να συγκριθεί με το Σχήμα 4.4.2 που αφορά συμπιεστή ίδιας ποιότητας αεροθερμodynamικού σχεδιασμού. Στο στρόβιλο, υπάρχει συνεχής αύξηση του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης με το λόγο αποτόνωσης π_T , σε αντίθεση με ότι συμβαίνει στην περίπτωση του συμπιεστή.

4.6. Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΝΑΘΕΡΜΑΝΣΗΣ ΣΤΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟ

Το γεγονός ότι οι ισόθλιπτες στο διάγραμμα T-S αποκλίνουν όσο προχωράμε προς μεγαλύτερες τιμές της εντροπίας είναι ο κύριος λόγος που οδήγησε στην ανάγκη ορισμού του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης. Η ανισότητα (4.5.1) που προέκυψε για ένα στρόβιλο στην ανάλυση της προηγούμενης ενότητας, μπορεί να αντικατασταθεί με ισότητα, αρκεί να ορισθεί κατάλληλη διορθωτική ποσότητα f_T , έτσι ώστε



Σχήμα 4.5.2 Επίδραση του λόγου πίεσης π_T στον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{is,T}$ ενός στροβίλου. Υποτίθεται $\eta_{p,T}=0.85$ και εργαζόμενο μέσο με $\gamma=1.4$.

$$(1+f_T) \Delta T'_{i,T} = \Sigma \Delta T'_{i,\beta} \quad (4.6.1)$$

Η ποσότητα f_T θα ονομάζεται συντελεστής αναθέρμανσης του στροβίλου και θα αποτελεί ποσοτική έκφραση της απόκλισης των ισόθλιπτων καθώς κινούμαστε δεξιότερα στο θερμοδυναμικό διάγραμμα. Σε σχέση με την τυπική παραδοχή των πολλών "μικρών βαθμίδων", αν το δεξιό μέλος της (4.6.1) αθροίζει στοιχειώδεις μεταβολές της ολικής θερμοκρασίας σε κάθε "μικρή βαθμίδα", τότε ο συντελεστής αναθέρμανσης του στροβίλου θα συμβολίζεται με $f_{\infty,T}$, δίνοντας με το δείκτη ∞ την έννοια των άπειρων "μικρών βαθμίδων".

Στην περίπτωση αυτή, κάθε ισεντροπική μεταβολή ολικής θερμοκρασίας $\Delta T'_{i,\beta}$, σε μια "μικρή βαθμίδα", συνδέεται με την αντίστοιχη πραγματική μεταβολή $\Delta T_{i,\beta}$, μέσω του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης $\eta_{p,T}$, ως

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$\Delta T_{i,\beta} = \eta_{p,T} \Delta T'_{i,\beta} \quad (4.6.2)$$

Επειδή ο $\eta_{p,T}$ είναι σταθερός για όλες τις βαθμίδες, ο συνδυασμός των σχέσεων (4.6.1) και (4.6.2) δίνει

$$(1 + f_{m,T}) \Delta T'_{i,T} = \frac{1}{\eta_{p,T}} \sum \Delta T_{i,\beta} \quad (4.6.3)$$

Η άθροιση των πραγματικών μεταβολών στις "μικρές" βαθμίδες ισούται με την αληθινή μεταβολή ολικής θερμοκρασίας στο στρόβιλο

$$\sum \Delta T_{i,\beta} = \Delta T_{i,T} \quad (4.6.4)$$

ενώ για την τελευταία ισχύει

$$\Delta T_{i,T} = \eta_{i,T} \Delta T'_{i,T} \quad (4.6.5)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.6.4) και (4.6.5) στην (4.6.3) προκύπτει ότι

$$(1 + f_{m,T}) \Delta T'_{i,T} = \frac{\eta_{i,T}}{\eta_{p,T}} \Delta T'_{i,T}$$

ή τελικά

$$1 + f_{m,T} = \frac{\eta_{i,T}}{\eta_{p,T}} \quad (4.6.6)$$

Τέλος, γίνεται εύκολα κατανοητό ότι ο συντελεστής αναθέρμανσης $f_{m,T}$ εκφράζει την αύξηση ενέργειας του εργαζόμενου μέσου λόγω του ότι οι απώλειες σε μορφή θερμότητας παραμένουν σε αυτό και μερικά χρησιμοποιούνται για να δώσουν έργο.

4.7. ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΓΩΓΩΝ - Η ΡΟΗ ΣΤΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΑ

Μεταβολές στην κατάσταση του εργαζόμενου μέσου κατά τη διέλευση του διά μέσου μιας στροβιλομηχανής συμβαίνουν όχι μόνο καθώς αυτό διέρχεται από χώρους που περιλαμβάνουν κινητά ή ακίνητα πτερύγια, αλλά και διά μέσου χώρων χωρίς πτερύγια, δηλαδή δακτυλιοειδών αγωγών. Τέτοιοι αγωγοί είναι για παράδειγμα ο αγωγός εισόδου στο συμπιεστή

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

ενός στροβιλοαντιδραστήρα, το ακροφύσιο εξόδου ενός στροβιλοαντιδραστήρα, ο αγωγός εξόδου ενός συμπιεστή, ο ακτινικός διαχύτης ενός φυγοκεντρικού συμπιεστή κλπ. Η ροή στους αγωγούς αυτούς χαρακτηρίζεται από τη μη συναλλαγή έργου με κινούμενα μηχανικά μέρη, μπορεί δε να είναι αδιαβατική, όπως στα παραπάνω παραδείγματα, ή με πρόσδοση θερμότητας, όπως λ.χ. στο θάλαμο καύσης. Η παρούσα μελέτη θα περιοριστεί στην ανάλυση των μεταβολών κατάστασης τις οποίες υφίσταται το εργαζόμενο μέσο κατά τη διέλευση του μέσα από αδιαβατικούς αγωγούς, συγκλίνουσας ή αποκλίνουσας γεωμετρίας.

Στην περίπτωση της άεργης και αδιαβατικής ροής σε αγωγούς, επειδή δεν έχουμε συναλλαγή έργου και θερμότητας, η ολική ενθαλπία του ρευστού παραμένει σταθερή. Οι απώλειες που αναπτύσσονται λόγω των δυνάμεων τριβής έχουν ως αποτέλεσμα τη μείωση της ολικής πίεσης του ρευστού. Αυτή η μείωση ολικής πίεσης οδηγεί σε αύξηση της στατικής θερμοκρασίας, σχετικά με τη μεταβολή που θα υπήρχε αν η ροή ήταν ισεντροπική.

Ανάλογα της μορφής ενός αγωγού, γίνεται η κατάταξη του σε δύο βασικές κατηγορίες:

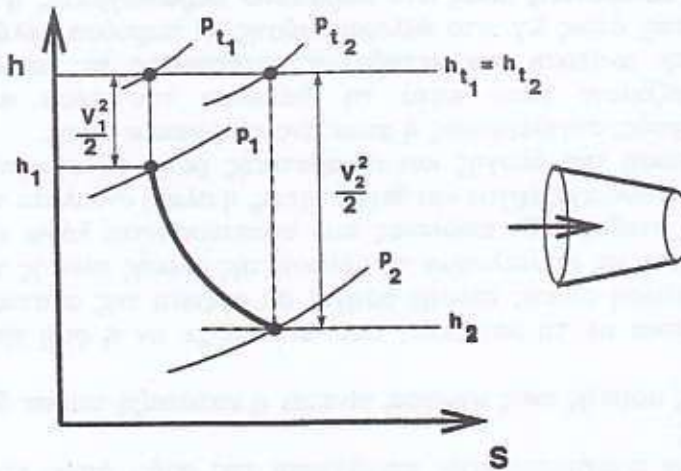
- (α) Αγωγούς που πραγματοποιούν επιτάχυνση της ροής, όπως είναι λ.χ. το ακροφύσιο ενός στροβιλοαντιδραστήρα. Αυτοί συνήθως χαρακτηρίζονται με τον όρο **ακροφύσια** (Nozzle)
- (β) Αγωγούς που πραγματοποιούν επιβράδυνση της ροής, όπως λ.χ. ο αγωγός στην έξοδο ενός ακτινικού συμπιεστή. Αυτοί συνήθως χαρακτηρίζονται ως **διαχύτες** (Diffuser).

Από φυσική άποψη, οι συνθήκες λειτουργίας των ακροφυσίων είναι σχετικά ευνοϊκές, δεδομένου ότι η επιταχυνόμενη ροή δεν ευνοεί την ανάπτυξη έντονων συνεκτικών οριακών στρωμάτων, που είναι η κύρια αιτία των απωλειών. Αντίθετα οι διαχύτες λειτουργούν με συνθήκες που ευνοούν την ανάπτυξη παχέων οριακών στρωμάτων και συνεπώς απωλειών. Λόγω του μεγαλύτερου ενδιαφέροντος που παρουσιάζει η ροή στους διαχύτες, αυτοί θα αναλυθούν με περισσότερες λεπτομέρειες στην επόμενη ενότητα. Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιασθεί η σχετική θεωρία για τα ακροφύσια.

Στα ακροφύσια, μια τυπική γραφική παράσταση της θερμοδυναμικής μεταβολής μέσα σε αυτά, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.7.1. Σύμφωνα με το διάγραμμα αυτό, ορίζεται ο **ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες** $\eta_{s-s,N}$ από τη σχέση

$$\eta_{s-s,N} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_2'} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2'} \quad (4.7.1)$$

όπου η 1→2' είναι η ισεντροπική μεταβολή που αντιστοιχεί στην ίδια πτώση στατικής πίεσης με την πραγματική θερμοδυναμική μεταβολή 1→2.

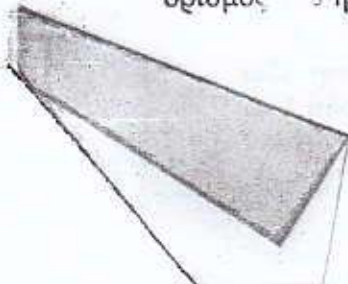


Σχήμα 4.7.1 Θερμοδυναμικό διάγραμμα της ροής σε ακροφύσιο.

Η δεύτερη ισότητα ισχύει για τέλειο αέριο με σταθερό C_p . Ένας άλλος εναλλακτικός τρόπος έκφρασης της απόδοσης ενός ακροφυσίου είναι με τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες $\eta_{h-s,N}$, ο οποίος χρησιμοποιεί τις ολικές συνθήκες εισόδου αντί των στατικών. Αυτός ορίζεται από τη σχέση
Μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι ο ορισμός του $\eta_{h-s,N}$ αντιστοιχεί

$$\eta_{h-s,N} = \frac{T_{t1} - T_2}{T_{t1} - T_2'} \quad (4.7.2)$$

σε λόγος των ολικών κινητικής ενέργειας από την είσοδο στην έξοδο, ενώ ο ορισμός του $\eta_{h-s,N}$ σε λόγο κινητικών ενεργειών.

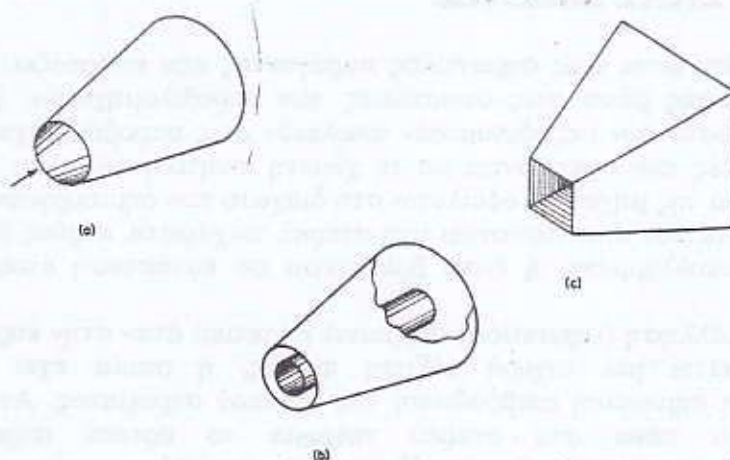


4.8. Η ΡΟΗ ΣΤΟΥΣ ΔΙΑΧΥΤΕΣ

Η διάχυση είναι ένας σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει την ποιότητα της ροής μέσα στις συνιστώσες των στροβιλομηχανών. Ένα σημαντικό ποσοστό των αεροδυναμικών απωλειών στις στροβιλομηχανές (εκτός από αυτές που σχετίζονται με τη χαμένη κινητική ενέργεια της ροής στην έξοδο της μηχανής) οφείλεται στη διάχυση που δημιουργούν τα οριακά στρώματα που αναπτύσσονται στα στερεά τοιχώματα, κυρίως όταν αυτά είναι αποκολλημένα, ή έστω βρίσκονται σε κατάσταση έτοιμης αποκόλλησης.

Η αποκόλληση (separation) συμβαίνει πρακτικά όταν στην κυρίως ροή δημιουργείται μια ισχυρή αύξηση πίεσης, η οποία έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική επιβράδυνση του οριακού στρώματος. Αν σε κάποιο σημείο πάνω στο στερεό τοίχωμα το οριακό στρώμα ακινητοποιηθεί, τότε συνήθως σχηματίζεται ένας στρόβιλος στα κατάντι του ιδιόμορφου αυτού σημείου και από εκεί και πέρα υπάρχει ένα τμήμα της ροής, στη γειτονιά του τοιχώματος, που αντιστρέφει τη ροή του. Η αποκόλληση της ροής δημιουργεί μια νέα μορφή του πεδίου των γραμμών ροής σε εκείνη την περιοχή, τροποποιεί τη διαμήκη κλίση πίεσης που την προκάλεσε και συνήθως οδηγεί στην επανακόλληση (reattachment) της ροής σε ένα επόμενο σημείο. Η επανακόλληση της ροής δε συμβαίνει πάντοτε και αρκετές φορές η ροή συνεχίζει να είναι αποκολλημένη και να σχηματίζει μια δέσμη (jet) υψηλής ταχύτητας σε κάποια απόσταση από το στερεό τοίχωμα. Η δέσμη αυτή προκαλεί έντονη τυρβώδη ανάμιξη της ροής στην περιοχή της και καλό είναι να αποφεύγεται, όπου αυτό είναι δυνατό, αφού η ύπαρξή της σημαίνει σημαντικές απώλειες.

Με τον όρο διαχύτης έχουμε συνηθίσει να ονομάζουμε αγωγούς στους οποίους η διάχυση προκαλείται από αύξηση της διατομής του αγωγού. Τέτοιοι διαχύτες, μορφής αποκλίνοντος ακροφυσίου, παρουσιάζονται ενδεικτικά στο Σχήμα 4.8.1. Στο σχήμα αυτό παρουσιάζονται διαχύτες κωνικής ή δακτυλιοειδούς διατομής που συναντώνται στις στροβιλομηχανές αλλά και διαχύτες τετραγωνικής διατομής από άλλες μηχανολογικές εγκαταστάσεις. Σε όλους τους διαχύτες αυτούς, ο άξονάς τους είναι ευθεία γραμμή και γι' αυτό συχνά ονομάζονται και αξονικοί διαχύτες (axial diffusers). Η διάχυση όμως μπορεί να σχετίζεται όχι μόνο με τη μεταβολή της διατομής ενός αγωγού αλλά και με την καμπυλότητα των τοιχωμάτων του, έστω και αν στην τελευταία περίπτωση δε μεταβάλλεται η διατομή του. Έτσι, στους λεγόμενους καμπύλους διαχύτες (curved diffusers), ένα τυπικό παράδειγμα των οποίων δίνεται στο Σχήμα 4.8.2, η διάχυση συμβαίνει τοπικά όταν η ροή προσεγγίζει το καμπύλο τμήμα του στερεού τοιχώματος. Στο Σχήμα 4.8.2 παρουσιάζεται η ανάλυση ενός διδιάστατου καμπύλου διαχύτη σταθερής διατομής που στρέφει τη ροή κατά 90°, με ένα

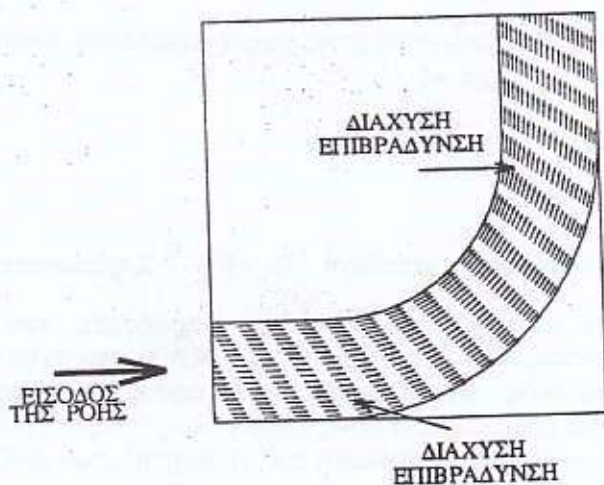


Σχήμα 4.8.1 Τυπικές μορφές διαχυτών με ευθύ άξονα: (α) Κωνικός Διαχύτης, (β) Δακτυλιοειδής διαχύτης και (γ) Διαχύτης τετραγωνικής διατομής.

μοντέλο (ατριβούς) δυναμικής ροής. Το αποτέλεσμα ενός τέτοιου υπολογισμού, που είναι σε απόλυτη συμφωνία με οτιδήποτε συμβαίνει στην πράξη, δείχνει ότι η ροή επιταχύνεται στο εσωτερικό κυρτό τοίχωμα και επιβραδύνεται στο εξωτερικό κοίλο τοίχωμα. Αφού η διάχυση συνδέεται με την επιβράδυνση της ροής είναι επόμενο ότι αυτή συμβαίνει κυρίως στην είσοδο του κοίλου τοιχώματος και στην έξοδο του κυρτού τοιχώματος. Έτσι λοιπόν, η επιλογή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του καμπύλου διαχύτη και των κινηματικών στοιχείων της ροής πρέπει να είναι τέτοια ώστε να αποφεύγεται ο κίνδυνος αποκόλλησης στα προαναφερθέντα σημεία ισχυρής διάχυσης.

Ο κύριος ρόλος ενός διαχύτη είναι η μετατροπή της διάθεσης κινητικής ενέργειας στην είσοδό του, σε "χρήσιμη" στατική πίεση στην έξοδό του. Για το λόγο αυτό, μια χρήσιμη παράμετρος λειτουργίας του διαχύτη είναι ο συντελεστής ανάκτησης πίεσης (C_{pr} , pressure-rise coefficient), που ορίζεται ως

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 4.8.2 Μορφή του πεδίου ροής σε διαχύτη με άξονα καμπύλης μορφής. Ο διαχύτης έχει σταθερή διατομή και στρέφει τη ροή κατά 90°.

$$C_{pr} = \frac{P_2 - P_1}{P_1 - P_1} \quad (4.8.1)$$

όπου οι θέσεις 1 και 2 αντιστοιχούν στην είσοδο και την έξοδο του διαχύτη. Ιδανικά, ο συντελεστής ανάκτησης πίεσης θα μπορούσε να φθάσει τη μονάδα, αν μπορούσε να εκμεταλλευθεί όλη την κινητική ενέργεια της εισόδου στην πράξη, ένας καλός διαχύτης αναμένεται να έχει περίπου $C_{pr} = 0,80$.

Ο παρονομαστής της σχέσης (4.8.1) ισούται με τη διαθέσιμη κινητική ενέργεια στην είσοδο του διαχύτη, μόνο όταν η ροή θεωρηθεί ασυμπίεστη. Βέβαια, με βάση τα όσα ήδη γνωρίζουμε, η ίδια παραδοχή είναι πολύ ικανοποιητική και όταν πρόκειται για ροές σε χαμηλούς αριθμούς Mach (περίπου $M < 0,3$). Έτσι, για ασυμπίεστη ροή (ακριβώς) ή και για συμπιεστή ροή (προσεγγιστικά, λ.χ. για $M = 0,4$ το σφάλμα είναι

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

της τάξης του 1% ενώ για $M=0,6$ δεν ξεπερνά το 2,5%) μπορούμε να γράψουμε ότι ο παρονομαστής της (4.8.1) ισούται με

$$p_{t_1} - p_1 = \frac{1}{2} \rho V_1^2 \quad (4.8.2)$$

Με την παραδοχή ασυμπίεστης ροής χωρίς απώλειες, ο αριθμητής της (4.8.1) γράφεται αντίστοιχα ως

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (V_1^2 - V_2^2) \quad (4.8.3)$$

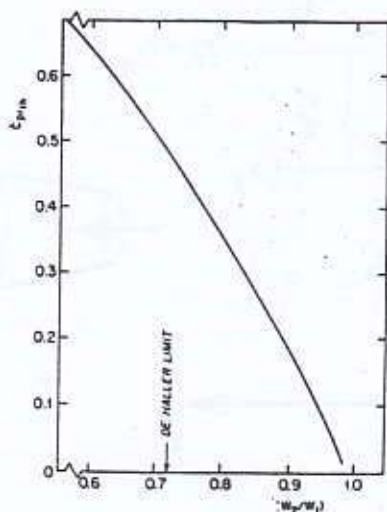
αφού η ολική πίεση παραμένει σταθερή ($p_{t_1} = p_{t_2}$). Σημειώνεται ότι η πυκνότητα θεωρείται σταθερή, με βάση τις παραδοχές που έγιναν προηγουμένα. Εισάγοντας τις σχέσεις (4.8.2) και (4.8.3) στη σχέση (4.8.1) προκύπτει ο θεωρητικός συντελεστής ανάκτησης πίεσης ($C_{pr,th}$, theoretical pressure rise coefficient, ο όρος θεωρητικός δικαιολογείται από τις παραδοχές που έγιναν για την ανάλυση του αριθμητή), που ορίζεται ως

$$C_{pr,th} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \quad (4.8.4)$$

Ο λόγος ταχυτήτων του διαχύτη (V_2/V_1 , diffuser velocity ratio), που χρησιμοποιείται στο δεύτερο μέλος της σχέσης (4.8.4) εκφράζει ποσοτικά την επιβράδυνση που συντελείται σ' αυτόν. Ο λόγος αυτός αποτελεί το μέτρο της επιβράδυνσης που πραγματοποιείται ακόμα και αν η ροή είναι μη-ισεντροπική ή, αν το ρευστό είναι συμπιεστό. Την ίδια ποσότητα, γραμμένη όμως στο σχετικό σύστημα ως W_2/W_1 , θα συναντήσουμε και στο Κεφάλαιο 6 κατά την ανάλυση των βαθμίδων του αξονικού συμπιεστή. Εκεί, ο λόγος W_2/W_1 θα παριστάνει την επιβράδυνση που πραγματοποιείται στην κινητή πτερυγώση του συμπιεστή. Ο λόγος ταχυτήτων ονομάζεται και αριθμός de Haller, από τον Ελβετό μηχανικό που υπέδειξε ως ανώτατο όριο την τιμή 0,72, για πτερυγώσεις συμπιεστή. Το Σχήμα 4.8.3 παρουσιάζει γραφικά τη σχέση (4.8.4) στον οριζόντιο άξονα μπορεί κανείς να απεικονίσει το λόγο V_2/V_1 ή το λόγο (W_2/W_1), ανάλογα για το σύστημα στο οποίο αναφερόμαστε.

Ο συντελεστής ανάκτησης πίεσης είναι μια παράμετρος η οποία εκφράζει το κατά πόσο ο διαχύτης ανταποκρίνεται στη φυσική διεργασία ανάκτησης της στατικής πίεσης, για την οποία προορίζεται. Η απόδοση όμως του διαχύτη εκφράζεται, όπως και τα ακροφύσια, από τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 4.8.3 Ο θεωρητικός συντελεστής ανάκτησης πίεσης $C_{pr,th}$ ως συνάρτηση του λόγου ταχυτήτων του διαχύτη.

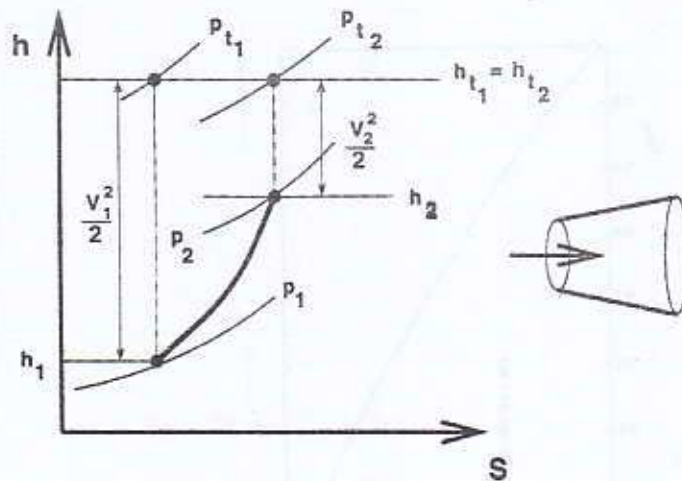
$$\eta_{s-s,D} = \frac{h_{2'} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2'} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (4.8.5)$$

και τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης στατικές-προς-ολικές συνθήκες

$$\eta_{i-s,D} = \frac{h_{i2'} - h_1}{h_{i2} - h_1} = \frac{T_{i2'} - T_1}{T_{i2} - T_1} \quad (4.8.6)$$

Οι σχέσεις (4.8.5) και (4.8.6) ερμηνεύονται με τη βοήθεια του Σχήματος 4.8.4. Κατά τα γνωστά, η δεύτερη ισότητα ισχύει όταν το C_p είναι σταθερό.

Είναι χρήσιμο να εκφραστεί ο βαθμός απόδοσης $\eta_{s-s,D}$ ως συνάρτηση των απωλειών πίεσης, για ασυμπιεστή ροή. Από τη σχέση (2.8.11) προκύπτει ότι



Σχήμα 4.8.4 Θερμοδυναμικό διάγραμμα ροής σε διαχύτη.

$$h_2' - h_1 = \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) \quad (4.8.7)$$

Συγχρόνως, αφού πρόκειται για άεργη μεταβολή ($h_{t1} = h_{t2}$), ισχύει

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (V_1^2 - V_2^2) = \frac{1}{\rho} [(p_{t1} - p_1) - (p_{t2} - p_2)] \quad (4.8.8)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (4.8.7) και (4.8.8), η σχέση (4.8.5) ξαναγράφεται στη μορφή
 Το κλάσμα που εμφανίζεται στον παρονομαστή αποτελεί μια αδιάστατη έκφραση των απωλειών ολικής πίεσης στο διαχύτη. Η σχέση (4.8.9) δείχνει ότι η απόδοση του διαχύτη είναι μέγιστη όταν ελαχιστοποιηθούν οι απώλειες ολικής πίεσης.

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

$$\eta_{s-s,D} = \frac{1}{1 + \frac{p_1 - p_2}{p_2 - p_1}} \quad (4.8.9)$$

Ο ισεντροπικός βαθμός στατικές-προς-στατικές συνθήκες του διαχύτη (συναντάται στη βιβλιογραφία και ως βαθμός απόδοσης του διαχύτη η_D , diffuser effectiveness) αποτελεί βασικό μέγεθος για την επιλογή του κατάλληλου διαχύτη κατά τη φάση σχεδίασης. Με την παραδοχή του ασυμπίεστου ρευστού, η σχέση (4.8.9) γράφεται και ως

$$\eta_{s-s,D} = \frac{p_2 - p_1}{(p_1 - p_1) - (p_2 - p_2)} = \frac{\frac{p_2 - p_1}{p_1 - p_1}}{1 - \frac{p_2 - p_2}{p_1 - p_1}} = \frac{\frac{p_2 - p_1}{p_1 - p_1}}{1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2}$$

και από τους ορισμούς (4.8.1) και (4.8.4) καταλήγουμε ότι ο βαθμός απόδοσης του διαχύτη ισούται με το λόγο του πραγματικού προς το θεωρητικό συντελεστή ανάκτησης πίεσης, δηλαδή

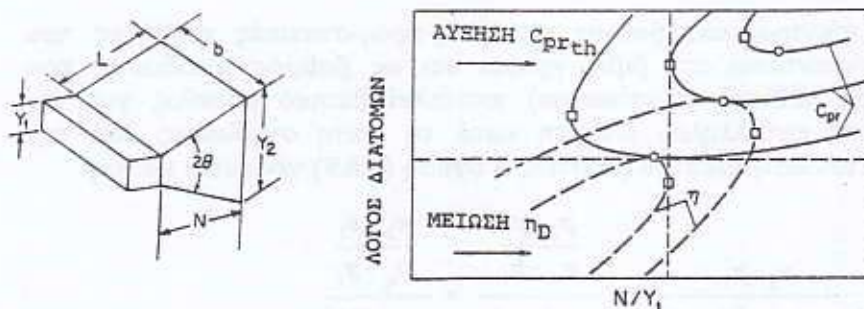
$$\eta_{s-s,D} = \eta_D = \frac{C_{pr}}{C_{pr,th}} \quad (4.8.10)$$

Στη βιβλιογραφία βρίσκουμε διαγράμματα για διαχύτες κάθε τύπου που χρησιμοποιούνται στην πράξη. Έτσι, ο μηχανικός μπορεί να βρει πινακοποιημένα ή στη μορφή διαγραμμάτων όλα εκείνα τα δεδομένα που απαιτούνται για τη σωστή επιλογή διαχύτη, οποιασδήποτε μορφής.

Ενδεικτικά, το Σχήμα 4.8.5 παρουσιάζει ένα διαχύτη ο οποίος διατηρεί σταθερό το πλάτος του b και για το λόγο αυτό ονομάζεται διδιάστατος ευθύς διαχύτης. Κύριες παράμετροι για έναν τέτοιο διαχύτη είναι ο λόγος διατομών εξόδου και εισόδου (Y_2/Y_1) και ο λόγος μήκους του διαχύτη προς το ύψος εισόδου (N/Y_1). Ο συνδυασμός των δυο αυτών αδιάστατων ποσοτήτων εκφράζει αφενός μεν τη γωνιά του διαχύτη 2θ , αφετέρου δε το μήκος N . Μεγάλες γωνίες θ προκαλούν ισχυρή επιβράδυνση της ροής και άρα σημαντικές απώλειες. Και αντίθετα όμως, όταν η γωνία θ κρατηθεί μικρή, αναγκαστικά αυξάνει το μήκος του διαχύτη, για τον ίδιο λόγο διατομών, και τότε οι απώλειες ολικής πίεσης αυξάνουν για διαφορετικό λόγο. Στο Σχήμα 4.8.5 παρουσιάζονται οι ισούψεις σταθερού $C_{pr,th}$ και σταθερού η_D ως συνάρτηση των δυο παραμέτρων Y_2/Y_1 και N/Y_1 . Οι καμπύλες έχουν τέτοια μορφή ώστε αυξάνοντας τις

ΑΡΧΕΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

παραμέτρους Y_2/Y_1 και N/Y_1 , δηλαδή αυξάνοντας τη διατομή εξόδου και το μήκος του διαχύτη για σταθερή διατομή εισόδου, να αυξάνει ο συντελεστής ανάκτησης πίεσης αλλά να ελαττώνεται ο βαθμός απόδοσης του διαχύτη.



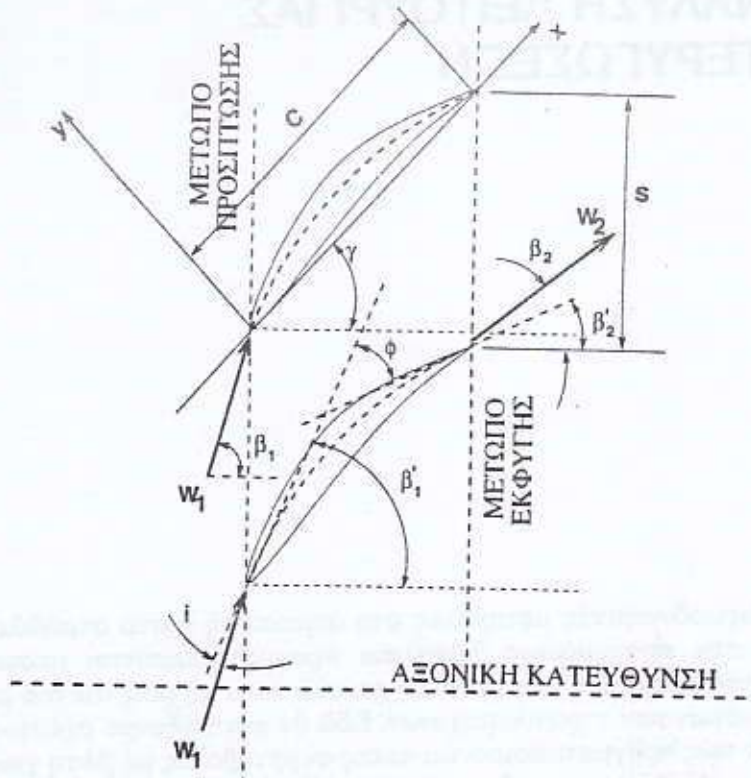
Σχήμα 4.8.5 Διδιάστατος Διαχύτης. Γεωμετρία και καμπύλες σταθερού C_{pr} και σταθερού η_D , για μεταβολές των βασικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών του.

5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

Οι θερμοδυναμικές μεταβολές στο συμπιεστή ή στο στρόβιλο που αναλύθηκαν στα προηγούμενα Κεφάλαια πραγματοποιούνται μέσω των αλλαγών κατάστασης που υφίσταται το ρευστό κατά τη ροή του διά μέσου των πτερυγώσεων των στροβιλομηχανών. Εδώ θα αναπτύξουμε σχέσεις που περιγράφουν πώς πραγματοποιούνται αυτές οι μεταβολές με βάση γνώσεις κυρίως από τη Μηχανική των Ρευστών. Η ανάλυση που θα παρουσιάσουμε αναφέρεται σε διδιάστατες πτερυγώσεις και έτσι δεν καλύπτει τη γενική περίπτωση μηχανής μικτής ροής. Ακριβής εφαρμογή των όσων θα ακολουθήσουν μπορεί να γίνει σε περιπτώσεις που έχουμε κυλινδρικές επιφάνειες ροής μέσα στη μηχανή. Αυτή είναι μια πολύ καλή προσέγγιση για τις περιπτώσεις αξονικών μηχανών και ιδιαίτερα μηχανών με μεγάλη τιμή του λόγου ακτίνας ποδός προς ακτίνα κεφαλής. Για τέτοιες μηχανές η ροή σε μια κυλινδρική επιφάνεια ροής μπορεί να θεωρηθεί με πολύ καλή ακρίβεια ότι είναι ταυτόσημη με τη ροή σε ατέρμονα γραμμική πτερυγώση. Τέλος πρέπει να αναφερθεί ότι το μοντέλο αυτό ροής μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί τοπικά σε διατομές πτερυγίων που έχουμε διδιάστατες συνθήκες ροής, έστω και αν η ροή είναι συνολικά τριδιάστατη.

5.1. ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

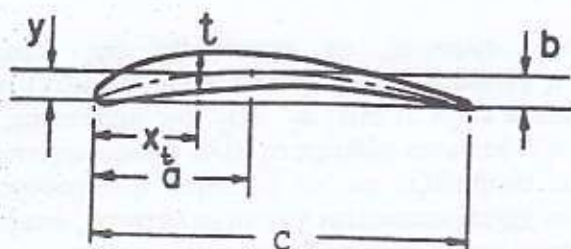
Η γραμμική πτερυγώση (linear cascade) δημιουργείται από τη διάταξη αεροτομών σε συγκεκριμένη και σταθερή απόσταση μεταξύ τους. Οι χρησιμοποιούμενες αεροτομές έχουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τα



Σχήμα 5.1.1 Γραμμική πτερύγωση και συμβολισμοί.

οποία θα αναλυθούν στη συνέχεια. Ασχета με τα γενικά χαρακτηριστικά τους, το σημείο προσβολής (leading edge) και το σημείο εκφυγής (trailing edge) της κάθε αεροτομής μπορούν να ορισθούν κατά τα γνωστά από τη Μηχανική των Ρευστών. Με τον ορισμό αυτών των δυο σημείων, επιτυγχάνεται και ο καθορισμός δύο παράλληλων μετώπων της πτερύγωσης, το μέτωπο πρόσπτωσης ή προσβολής και το μέτωπο εκφυγής, τα οποία παρουσιάζονται με διακεκομμένη γραμμή στο Σχήμα 5.1.1. Η κάθετη κατεύθυνση στα δυο μέτωπα ορίζει την αξονική κατεύθυνση ενώ η διεύθυνση των μετώπων αποτελεί την περιφερειακή ή εφαπτομενική κατεύθυνση. Η ορολογία αυτή γίνεται κατανοητή αν η πτερύγωση που σχεδιάζεται στο Σχήμα 5.1.1 θεωρηθεί ως η τομή μιας περιφερειακής πτερύγωσης αξονικού συμπιεστή με μια κυλινδρική επιφάνεια, η οποία υποτίθεται ότι παριστά επιφάνεια ροής του πεδίου. Τότε πραγματικά η αξονική κατεύθυνση που ορίσθηκε παραπάνω αποτελεί την κατεύθυνση του άξονα της μηχανής, ενώ η περιφερειακή κατεύθυνση είναι αυτή που

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ



Σχήμα 5.1.2 Βασικά γεωμετρικά μεγέθη για την τυποποίηση των αεροτομών.

ταυτίζεται με τη διεύθυνση (όχι όμως αναγκαστικά με τη φορά) περιστροφής. Η φορά της περιφερειακής κατεύθυνσης μπορεί να επιλεγεί αυθαίρετα, χωρίς καμιά αλλαγή στην ανάλυση που θα ακολουθήσει, αρκεί βέβαια η επιλογή αυτή να τηρηθεί σε όλη την ανάλυση και οι αντίστοιχες γωνίες να μετρώνται με συμβατό τρόπο.

Η αεροτομή (airfoil) αποτελείται από τη σύνθεση δυο γεωμετρικών δεδομένων, μιας καμπύλης γραμμής η οποία θα ονομάζεται μέση γραμμή κυρτότητας (mean camber line) της αεροτομής και μιας κατανομής πάχους (thickness distribution) της αεροτομής. Όταν η κατανομή πάχους διαταχθεί κατά μήκος και εκατέρωθεν της μέσης γραμμής της αεροτομής προκύπτει το τελικό σχήμα της αεροτομής. Η τυποποίηση των υπάρχουσών μέσων γραμμών κυρτότητας και κατανομών πάχους για τον ορισμό του σχήματος μιας αεροτομής βασίζονται κυρίως στα επόμενα δεδομένα: (α) τον ορισμό του μέγιστου βέλους b της μέσης γραμμής κυρτότητας και της θέσης a στην οποία αυτό λαμβάνει χώρα και οι δυο αυτές ποσότητες συνήθως μετρώνται ως ποσοστό της χορδής c της αεροτομής και (β) τον ορισμό του μέγιστου πάχους t της αεροτομής και της θέσης x_t στην οποία αυτό συμβαίνει. Οι ποσότητες a , b_t και x_t ορίζονται στο Σχήμα 5.1.2.

Τα παραπάνω στοιχεία αφορούν την ίδια την αεροτομή, άσχετα αν πρόκειται για μεμονωμένη αεροτομή ή αεροτομή που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για το σχηματισμό πτερυγώσης. Ειδικά για την περίπτωση των πτερυγώσεων, δυο επιπλέον δεδομένα χαρακτηρίζουν την πτερυγώση που μελετάται. Πρόκειται για το βήμα (pitch) s της πτερυγώσης, το οποίο συνήθως δίνεται στη μορφή της αδιάστατης ποσότητας $\sigma = c/s$, που ονομάζεται στερεότητα (solidity) της πτερυγώσης και της γωνίας κλίσης (stagger angle) γ της πτερυγώσης. Η γωνία κλίσης σχηματίζεται μεταξύ της χορδής της αεροτομής και της αξονικής κατεύθυνσης. Τα παραπάνω μεγέθη και όσα θα ορισθούν στη συνέχεια, παρουσιάζονται εποπτικά στο

Σχήμα 5.1.1.

Από γεωμετρικής πλευράς, οι αεροτομές της πτερύγωσης χαρακτηρίζονται από τη γωνία εισόδου (blade angle at entry) α_1' ή β_1' και τη γωνία εξόδου (blade angle at exit) α_2' ή β_2' της αεροτομής. Εδώ, η χρήση των συμβόλων α ή β φαίνεται αυθαίρετη αλλά προφανώς επιλέγεται εκείνο το σύμβολο που συμβαδίζει με το (ακίνητο ή περιστρεφόμενο, αντίστοιχα) σύστημα που χρησιμοποιείται για τη μελέτη της πτερύγωσης. Η γωνία εισόδου της αεροτομής σχηματίζεται από την εφαπτομένη της μέσης γραμμής κυρτότητας της αεροτομής στο σημείο πρόσπτωσης και την αξονική κατεύθυνση. Η γωνία εξόδου της αεροτομής σχηματίζεται από την αντίστοιχη εφαπτομένη στο σημείο εκφυγής και την αξονική κατεύθυνση. Οι δυο αυτές γωνίες φέρονται και ως γωνίες μετάλλου (metal angle) στα σημεία πρόσπτωσης και εκφυγής της αεροτομής.

Η γωνία κυρτότητας (camber angle) ϕ της αεροτομής ορίζεται ως η αλγεβρική διαφορά των δυο προηγούμενων γωνιών. Είναι δηλαδή

$$\phi = \alpha_1' - \alpha_2' \quad \text{ή} \quad \phi = \beta_1' - \beta_2' \quad (5.1.1)$$

Τα μεγέθη που ορίστηκαν μέχρι τώρα σχετίζονται με τα κατασκευαστικά στοιχεία της πτερύγωσης και δεν έχουν κάποια σχέση με τον τύπο της ροής που λαμβάνει χώρα στην πτερύγωση. Η ορολογία των γραμμικών πτερυγώσεων συμπληρώνεται με τα μεγέθη εκείνα τα οποία σχετίζονται με τη ροή στην πτερύγωση και όχι αποκλειστικά με τα γεωμετρικά στοιχεία της πτερύγωσης και των αεροτομών που τη σχηματίζουν. Έτσι ορίζονται κατ'αρχή, η γωνία εισόδου (inlet flow angle) α_1 ή β_1 (αντίστοιχα για το απόλυτο και το σχετικό σύστημα) και η γωνία εξόδου (exit flow angle) α_2 ή β_2 της ροής από την πτερύγωση. Για περιφερειακές πτερυγώσεις, η επιλογή του προσήμου των παραπάνω γωνιών είναι τέτοια ώστε να θεωρούνται θετικές όταν αποκλίνουν της αξονικής κατεύθυνσης προς τη φορά περιστροφής της μηχανής. Στις γραμμικές πτερυγώσεις, ο ορισμός της (θετικής) περιφερειακής κατεύθυνσης, ορίζει αυτόματα και το πρόσημο των γωνιών εισόδου και εξόδου της ροής. Πρέπει πάντως να τονισθεί ότι κάθε επιλογή προσήμου είναι εξίσου σωστή αρκεί, όταν επιλεγεί η θετική φορά, η σύμβαση αυτή να τηρηθεί σε όλη την ανάλυση που θα ακολουθήσει. Η γωνία απόκλισης (deviation angle) θ της ροής ορίζεται ως

$$\theta = \Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha_2 \quad \text{ή} \quad \theta = \Delta \beta = \beta_1 - \beta_2 \quad (5.1.2)$$

το δε πρόσημό της ακολουθεί τη σύμβαση προσήμου για τις γωνίες ροής.

Η γωνία προσβολής (angle of attack) α ή β ορίζεται από την απόλυτη ή σχετική ταχύτητα εισόδου και την κατεύθυνση της χορδής. Η γωνία πρόσπτωσης (incidence angle) i σχηματίζεται από την εφαπτομένη

της μέσης γραμμής κυρτότητας του πτερυγίου στην ακμή προσβολής και την ταχύτητα εισόδου της ροής.

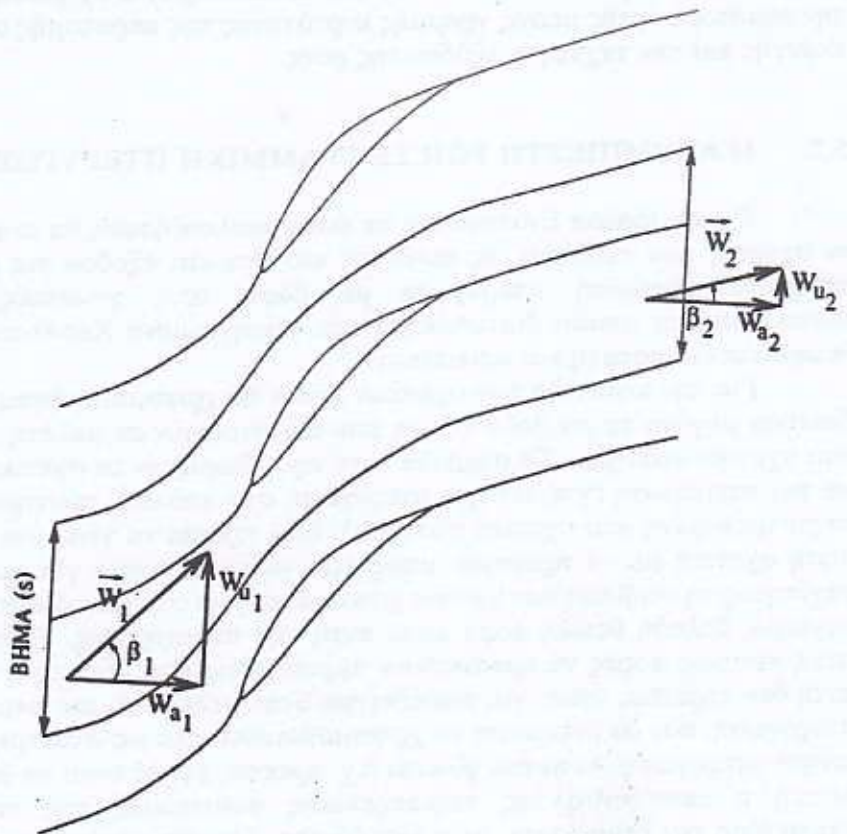
Τέλος η γωνία παρέκλισης (deviation angle) δ σχηματίζεται από την εφαπτομένη της μέσης γραμμής κυρτότητας της αεροτομής στην ακμή εκφυγής και την ταχύτητα εξόδου της ροής.

5.2. Η ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗ

Στην παρούσα Ενότητα και σε όσες ακολουθήσουν, θα αναπτυχθούν οι σχέσεις που συνδέουν τις συνθήκες εισόδου και εξόδου για μια απλή ατέρμονα γραμμική πτερύγωση με βάση τους γνωστούς νόμους διατήρησης, οι οποίοι διατυπώθηκαν σε προηγούμενα Κεφάλαια. Η ροή θεωρείται διδιάστατη και ασυμπιεστή.

Για την ανάπτυξη των σχέσεων αυτών θα χρησιμοποιήσουμε για τα διάφορα μεγέθη τα σύμβολα εκείνα που αντιστοιχούν σε μελέτη της ροής στο σχετικό σύστημα. Τα σύμβολα αυτά προσδιορίζουν τα σχετικά μεγέθη με την πτερύγωση (για ακίνητη πτερύγωση στο απόλυτο σύστημα και για περιστρεφόμενη στο σχετικό σύστημα). Εδώ πρέπει να γίνει μια παρατήρηση σχετικά με τα πρόσημα: μπορούμε να κρατήσουμε για γωνίες και ταχύτητες τη σύμβαση που έχουμε χρησιμοποιήσει στο μονοδιάστατο υπολογισμό, δηλαδή θετική φορά είναι αυτή της περιστροφής. Είναι πιθανό όμως κάποιες φορές να εμφανισθούν περιπτώσεις στις οποίες η σύμβαση αυτή δεν τηρείται, όπως για παράδειγμα όταν μελετάται μια μεμονωμένη πτερύγωση, που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί είτε ως σταθερή είτε ως κινητή πτερύγωση. Αυτό που γίνεται π.χ. αρκετές φορές είναι να θεωρείται θετική η κατεύθυνση της περιφερειακής συνιστώσας της ταχύτητας σχετικά με την πτερύγωση, στην είσοδό της. Σε κάθε περίπτωση δεν έχει ουσιαστική σημασία το ποιά είναι η θετική κατεύθυνση. Αυτό που είναι ιδιαίτερα σημαντικό είναι, αφ'ότου μια φορά εκλεγεί ως θετική, η σύμβαση αυτή να τηρηθεί σε όλους τους υπολογισμούς και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Η ανάλυση που ακολουθεί αναφέρεται σε αξονική μηχανή, στην οποία οι επιφάνειες ροής είναι κύλινδροι και συνεπώς η ακτίνα που αντιστοιχεί στις επιφάνειες αυτές διατηρείται σταθερή. Για το λόγο αυτό, το ενεργειακό ισοζύγιο μεταξύ των διατομών εισόδου και εξόδου στη γραμμική πτερύγωση μπορεί να διατυπωθεί χρησιμοποιώντας την περιστρεφόμενη ολική ενθαλπία h_{tr} η οποία ορίσθηκε στη σχέση (3.9.24), αντί της σχετικής ολικής ενθαλπίας h_{r} . Έτσι, για το σχετικό σύστημα και με τις παραπάνω προϋποθέσεις ισχύει η διατήρηση της περιστρεφόμενης ολικής ενθαλπίας, ως



Σχήμα 5.2.1 Γραμμική πτερύγωση. Η εξίσωση της συνέχειας.

$$h_{v_1} = h_{v_2} \quad (5.2.1)$$

Με αντίστοιχο τρόπο, για την ασυμπίεστη ροή, ορίζεται και η περιστρεφόμενη ολική πίεση (rotating total pressure) από τη σχέση

$$p_v = p + \rho \frac{W^2}{2} \quad (5.2.2)$$

Για ασυμπίεστο ατριβές ρευστό η περιστρεφόμενη ολική πίεση

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

διατηρείται αμετάβλητη πάνω στις γραμμές ροής.

Θεωρώντας τη ροή στις διατομές (1)-(1) και (2)-(2) του Σχήματος 5.2.1, η εξίσωση της συνέχειας δίνει

$$\dot{m} = \int_0^s \rho_1 W_1 \cos\beta_1 dy = \int_0^s \rho_2 W_2 \cos\beta_2 dy \quad (5.2.3)$$

και εφόσον η ροή στις διατομές αυτές είναι ομοιόμορφη (πρακτικά αυτό σημαίνει ότι οι διατομές αυτές έχουν ληφθεί αρκετά μακριά από τις ακμές προσβολής και εκφυγής), ισχύει ότι

$$\dot{m} = s \rho_1 W_1 \cos\beta_1 = s \rho_2 W_2 \cos\beta_2 \quad (5.2.4)$$

ή

$$\rho_1 W_{a_1} = \rho_2 W_{a_2} \quad (5.2.5a)$$

όπου ο δείκτης a χαρακτηρίζει την αξονική συνιστώσα της ταχύτητας. Η σχέση (5.2.5a), για την ασυμπίεστη ροή ισοδυναμεί με τη διατήρηση της αξονικής συνιστώσας της ταχύτητας, δηλαδή

$$W_a = \text{σταθερό} \quad (5.2.5b)$$

Η ίδια σχέση μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \quad (5.2.6)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι το μέτρο της ταχύτητας μεταξύ εισόδου και εξόδου της πτερυγώσης μεταβάλλεται κατ' αντίστροφη αναλογία με το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζει η ροή με την αξονική κατεύθυνση.

5.3. Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗ

Θα υπολογίσουμε τώρα τη μεταβολή της στατικής πίεσης που πραγματοποιείται όταν ένα ρευστό διαρρέει τη διδιάστατη πτερυγώση.

Για ροή ασυμπίεστου μη-συνεκτικού ρευστού, η διατήρηση της περιστρεφόμενης ολικής πίεσης δίνει

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho W_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho W_2^2 \quad (5.3.1)$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (5.2.6), μπορεί να γραφεί στην ακόλουθη αδιάστατη μορφή

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} = 1 - \frac{W_2^2}{W_1^2} = 1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} \quad (5.3.2)$$

Η σχέση (5.3.2) εκφράζει ποσοτικά ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά τα οποία διακρίνουν τις πτερυγώσεις των συμπιεστών από αυτές των στροβίλων. Έτσι, σε μια πτερυγωση συμπιεστή σκοπός είναι, εν γένει, η αύξηση της στατικής πίεσης μέσα στην πτερυγωση, δηλαδή

$$p_2 - p_1 > 0$$

Η πρώτη ισότητα της σχέσης (5.3.2) δείχνει καταρχή ότι για να αυξηθεί η στατική πίεση πρέπει

$$|W_2| < |W_1| \quad (5.3.3)$$

δηλαδή η ροή να είναι επιβραδυνόμενη. Η δεύτερη ισότητα της ίδιας σχέσης επιβάλλει

$$\cos^2 \beta_1 < \cos^2 \beta_2$$

ή ισοδύναμα

$$|\beta_1| > |\beta_2| \quad (5.3.4)$$

Δηλαδή, σε πτερυγώσεις συμπιεστών, η γωνία εξόδου της ροής από τα πτερύγια είναι μικρότερου μέτρου από τη γωνία εισόδου.

Αντίθετα, σε μια πτερυγωση στροβίλου, η διαφορά $p_2 - p_1$ πρέπει να είναι αρνητική και επομένως η ροή πρέπει να είναι επιταχυνόμενη, που κατ'επέκταση σημαίνει ότι

$$\cos^2 \beta_1 > \cos^2 \beta_2$$

ή ισοδύναμα

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

$$|\beta_1| < |\beta_2| \quad (5.3.5)$$

Παρ'όλο που τα παραπάνω συμπεράσματα προέκυψαν με παραδοχές ασυμπίεστης ροής χωρίς απώλειες, αυτά έχουν γενικότερη ισχύ ακόμα και σε περιπτώσεις συμπιεστού ρευστού με απώλειες. Η πράξη έχει δείξει ότι με τους λόγους πιέσεων που συνήθως ζητάμε από τις μηχανές μας σχεδόν πάντα έχουμε επιβραδυνόμενη ροή σε κάθε πτερυγωση συμπιεστή και επιταχυνόμενη σε κάθε πτερυγωση στροβίλου. Η δε μορφολογία των πτερυγίων πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δημιουργεί γωνίες εξόδου, για συγκεκριμένες γωνίες εισόδου, σύμφωνα με τους κανόνες που προέκυψαν παραπάνω.

Στην περίπτωση συνεκτικού ρευστού, η μέση ολική πίεση υφίσταται πτώση κατά την διέλευση της ροής μέσα από την πτερυγωση.

Συμβολίζοντας τις απώλειες ολικής πίεσης με $\overline{\Delta p_t}$, όπου προφανώς

$$\overline{\Delta p_t} = p_{a_1} - p_{a_2} > 0 \quad (5.3.6)$$

και αδιαστατοποιώντας με τον ίδιο τρόπο, προκύπτει ότι

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} = 1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} \quad (5.3.7)$$

η οποία αντικαθιστά τη σχέση (5.3.2) για την περίπτωση συνεκτικής ροής. Μια ποσότητα ιδιαίτερα χρήσιμη στη μελέτη γραμμικών πτερυγώσεων είναι ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης (total pressure-loss coefficient) $\bar{\omega}_1$, που ορίζεται αδιαστατοποιώντας τις απώλειες ολικής πίεσης, ως εξής

$$\bar{\omega}_1 = \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} \quad (5.3.8)$$

Με τον τρόπο αυτό, η σχέση για τη μεταβολή της στατικής πίεσης γράφεται

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} = 1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} - \bar{\omega}_1 \quad (5.3.9)$$

Σημειώνουμε εδώ ότι αν το ρευστό είναι συμπιεστό οι παραπάνω υπολογισμοί της μεταβολής της στατικής πίεσης γίνονται με χρήση και πάλι της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας, η οποία τότε πρέπει να εκφραστεί ως διατήρηση της ολικής ενθαλπίας. Η διαδικασία έχει γενικά ως εξής: Αρχικά, η στατική θερμοκρασία T_2 μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση διατήρησης της ενέργειας (5.2.1) και την ταχύτητα W_2 , η οποία μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση της συνέχειας. Στη γενική περίπτωση συμπιεστή ροής διακρίνουμε δύο περιπτώσεις. Αν η ροή είναι ισεντροπική, τότε, επειδή η ολική πίεση θα είναι ίση με αυτή της εισόδου, η στατική πίεση θα υπολογιστεί από τις ισεντροπικές σχέσεις μεταξύ ολικών και στατικών συνθηκών. Αν το ρευστό θεωρηθεί συνεκτικό τότε για τον υπολογισμό της p_2 χρειάζεται η γνώση των απωλειών, έστω στην αδιάστατη μορφή p_{r_2}/p_{r_1} . Τότε η p_{r_2} είναι γνωστή, όπως επίσης και ο λόγος T_{r_2}/T_2 . Έτσι πάλι υπολογίζεται η p_2 μέσω των ισεντροπικών σχέσεων.

5.4. ΟΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΟΥ ΑΣΚΟΥΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗ

Οι εκφράσεις για τις δυνάμεις που ασκούνται σε μια πτερυγώση έχουν ήδη αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας το ολοκληρωτικό θεώρημα της διατήρησης της ορμής, στην Ενότητα 3.5. Αν m_s η παροχή μάζας η οποία διαρρέει το χώρο μεταξύ δυο διαδοχικών πτερυγίων, δηλαδή το χώρο ο οποίος αντιστοιχεί σε ένα βήμα s της πτερυγώσης, και σε πάχη σωλήνων ροής $(\Delta n)_1$ για την είσοδο και $(\Delta n)_2$ για την έξοδο, τότε η αξονική F_a και η περιφερειακή F_u συνιστώσες της δύναμης η οποία ασκείται ανά πτερύγιο (στο συγκεκριμένο τμήμα του που καθορίζουν οι σωλήνες ροής με τα προαναφερθέντα πάχη) δίνονται από τις σχέσεις

$$F_u = m_s (W_{u_1} - W_{u_2}) \quad (5.4.1)$$

$$F_a = m_s (W_{a_1} - W_{a_2}) + s (p_1 (\Delta n)_1 - p_2 (\Delta n)_2) \quad (5.4.2)$$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

Οι εκφράσεις αυτές είναι αλγεβρικές, δηλαδή οι ταχύτητες πρέπει να αντικατασταθούν προσημασμένες. Προέκυψαν από τις σχέσεις (3.5.10), λαμβάνοντας υπόψη και τη μεταβολή του πάχους του σωλήνα ροής μεταξύ εισόδου και εξόδου, όπου αυτό χρειάζεται. Για την αξονική δύναμη, η θετική κατεύθυνση ταυτίζεται με την φορά της ροής.

Η παροχή m_s είναι

$$m_s = \rho_1 (\Delta n)_1 s W_{a_1} = \rho_2 (\Delta n)_2 s W_{a_2} \quad (5.4.3)$$

Για ασυμπιεστή ροή ($\rho_1 = \rho_2$) και για ανάλυση όπου για τους σωλήνες ροής ισχύει ότι $(\Delta n)_1 = (\Delta n)_2$, η προηγούμενη σχέση απλοποιείται στη μορφή

$$W_{a_1} = W_{a_2} \quad (5.4.4)$$

Επομένως η δύναμη κατά την αξονική κατεύθυνση, ανά μονάδα εύρους του σωλήνα ροής, η οποία θα συμβολισθεί και πάλι ως F_a είναι

$$F_a = s (p_1 - p_2) \quad (5.4.5)$$

και τελικά εξαρτάται από τη διαφορά στατικής πίεσης μεταξύ εισόδου και εξόδου στην πτερύγωση. Αν εκφράσουμε αυτή τη διαφορά στατικής πίεσης με τη σχέση (5.3.7), για τη γενική περίπτωση του συνεκτικού ρευστού, παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση

$$F_a = -s \frac{1}{2} \rho W_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} - \frac{\bar{\Delta p}_1}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} \right) \quad (5.4.6)$$

$$= -\frac{1}{2} \rho W_{a_1}^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2) s + \bar{\Delta p}_1 s$$

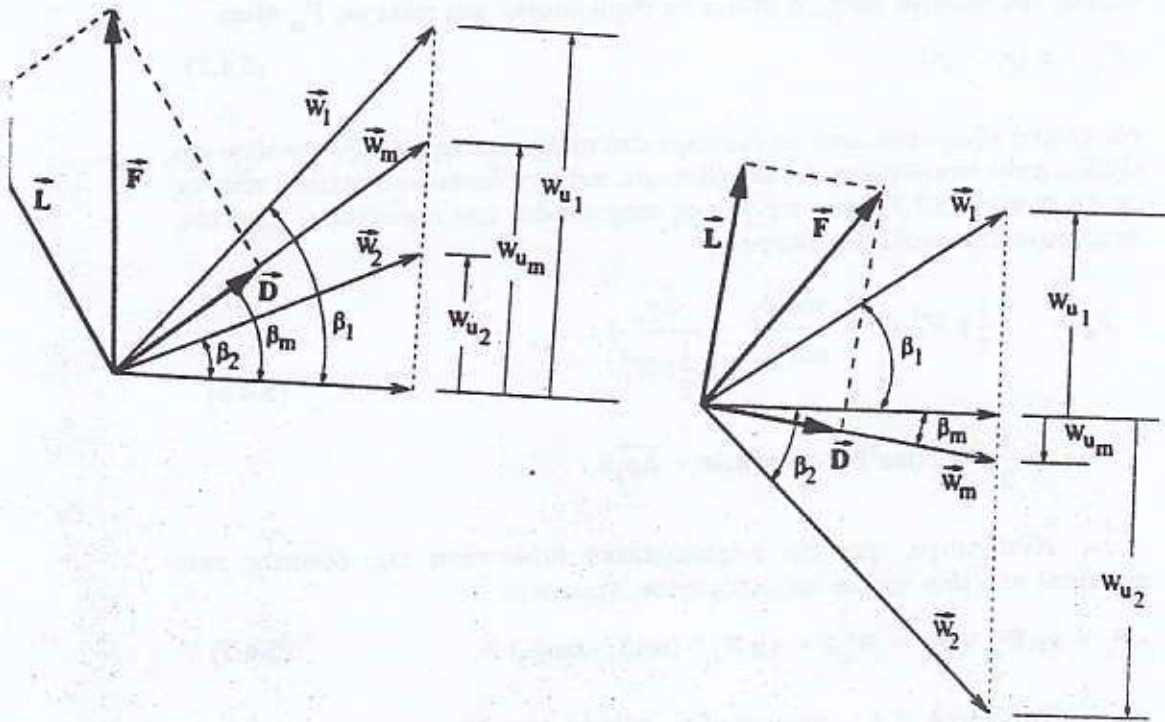
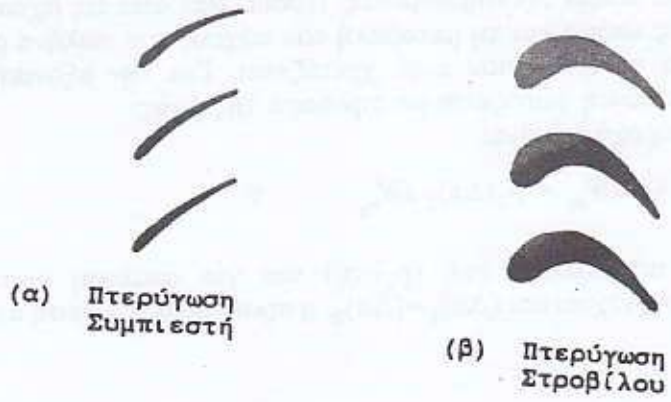
Αντίστοιχα, για την περιφερειακή συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στο ίδιο τμήμα του πτερυγίου, γράφουμε

$$F_u = s \rho W_{a_1} (W_{a_1} - W_{a_2}) = s \rho W_{a_1}^2 (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad (5.4.7)$$

Το Σχήμα 5.4.1 παρουσιάζει αφενός μεν την τυπική μορφή που έχουν τα πτερύγια που συνθέτουν μια πτερύγωση συμπίεστη και μια πτερύγωση στροβίλου, αφετέρου δε τα λεγόμενα διαγράμματα ταχυτήτων για την κάθε μια πτερύγωση. Τα διαγράμματα ταχυτήτων προκύπτουν

σχεδιάζοντας τα διανύσματα ταχύτητας \vec{W}_1 και \vec{W}_2 με αφετηρία το

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ



Σχήμα 5.4.1 Διαγράμματα ταχυτήτων στο συμπιεστή και το στρόβιλο.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

ίδιο σημείο. Με την ίδια αφετηρία σχεδιάζονται στη συνέχεια οι συνιστώσες της δύναμης που ασκείται στην πτερυγώση. Για την περίπτωση της ασυμπίεστης ροής, η εξίσωση της συνέχειας επιβάλλει ίδια αξονική

συνιστώσα για τα διανύσματα \vec{W}_1 και \vec{W}_2 . Σ' αυτό ορίζουμε μια

ταχύτητα W_m η οποία έχει συνιστώσες (W_{u_m}, W_{α_m}) όπου

$$W_{\alpha_m} = W_{\alpha} \quad (5.4.8)$$

$$W_{u_m} = \frac{W_{u_1} + W_{u_2}}{2} \quad (5.4.9)$$

Το διάνυσμα της μέσης ταχύτητας \vec{W}_m , η οποία ορίσθηκε από τις σχέσεις σχηματίζει με την αξονική κατεύθυνση γωνία β_m που δίδεται από τη σχέση

$$\beta_m = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \beta_1 + \tan \beta_2}{2} \right) \quad (5.4.10)$$

Είναι ενδιαφέρον να αναλύσουμε τη δύναμη που ασκείται στην αεροτομή κατά την κατεύθυνση της W_m και την κάθετη προς αυτή. Οι δύο συνιστώσες που προκύπτουν με αυτό τον τρόπο ονομάζονται αντίστοιχα δύναμη άνωσης L (lift) και έλκουσα δύναμη D (drag). Ο λόγος για τον οποίο οι δύο αυτές συνιστώσες ονομάζονται κατ'αυτό τον τρόπο θα γίνει κατανοητός αμέσως παρακάτω. Εφαρμόζοντας τους τύπους αλλαγής συντεταγμένων μπορούμε να υπολογίσουμε τις συνιστώσες L και D . Έχουμε λοιπόν

$$L = F_u \cos \beta_m - F_{\alpha} \sin \beta_m \quad (5.4.11\alpha)$$

$$D = F_u \sin \beta_m + F_{\alpha} \cos \beta_m \quad (5.4.11\beta)$$

Χρησιμοποιώντας τις ήδη αναπτυγμένες εκφράσεις για τις F_{α} και F_u έχουμε για την άνωση

$$\begin{aligned}
 L &= \rho W_a^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \cos \beta_m + \frac{s}{2} \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2) \sin \beta_m - s \overline{\Delta p_t} \sin \beta_m \\
 &= \rho W_a^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \left[\cos \beta_m + \frac{\tan \beta_1 + \tan \beta_2}{2} \sin \beta_m \right] - s \overline{\Delta p_t} \sin \beta_m \\
 &= \rho W_a^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \frac{1}{\cos \beta_m} - s \overline{\Delta p_t} \sin \beta_m \\
 &= 2 \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos \beta_m} \frac{1}{2} \rho W_1^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) - s \overline{\Delta p_t} \sin \beta_m
 \end{aligned} \tag{5.4.12}$$

και αντίστοιχα για την έλκουσα, ότι

$$\begin{aligned}
 D &= \rho W_a^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \sin \beta_m - \frac{1}{2} \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2) s \cos \beta_m + s \overline{\Delta p_t} \cos \beta_m \\
 &= \rho W_a^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) (\sin \beta_m - \sin \beta_m) + s \overline{\Delta p_t} \cos \beta_m \\
 &= s \overline{\Delta p_t} \cos \beta_m
 \end{aligned} \tag{5.4.13}$$

Από τη σχέση (5.4.13) προκύπτει ότι για μια ιδεατή ροή χωρίς απώλειες (ισεντροπική) η έλκουσα δύναμη D είναι μηδέν. Η συνολική δύναμη στην αεροτομή, τότε, ταυτίζεται με την άνωση L . Έτσι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η κατεύθυνση της W_m αντιστοιχεί με την κατεύθυνση της ταχύτητας στο άπειρο για την περίπτωση της μεμονωμένης αεροτομής (στην οποία, ως γνωστό, η άνωση είναι κάθετη με την ταχύτητα στο άπειρο).

Ορίζουμε τώρα το συντελεστή άνωσης (lift coefficient) C_{L_1} και το συντελεστή έλκουσας (drag coefficient) C_{D_1} ως εξής

$$C_{L_1} = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho W_1^2 c} = \frac{2}{\sigma} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos \beta_m} - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2 \sigma} \sin \beta_m \tag{5.4.14}$$

$$= \frac{2}{\sigma} (\tan\beta_1 - \tan\beta_2) \frac{\cos^2\beta_1}{\cos\beta_m} - \frac{\bar{\omega}_1}{\sigma} \sin\beta_m$$

όπου σ είναι η στερεότητα της πτερύγωσης, και

$$C_{D_i} = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho W_1^2 c} = \frac{\overline{\Delta p_i}}{\frac{1}{2}\rho W_1^2 \sigma} \cos\beta_m = \frac{\bar{\omega}_1}{\sigma} \cos\beta_m \quad (5.4.15)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5.4.14) και (5.4.15) έχουμε

$$C_{L_i} = \frac{2}{\sigma} \frac{\cos^2\beta_1}{\cos\beta_m} (\tan\beta_1 - \tan\beta_2) - C_{D_i} \tan\beta_m \quad (5.4.16)$$

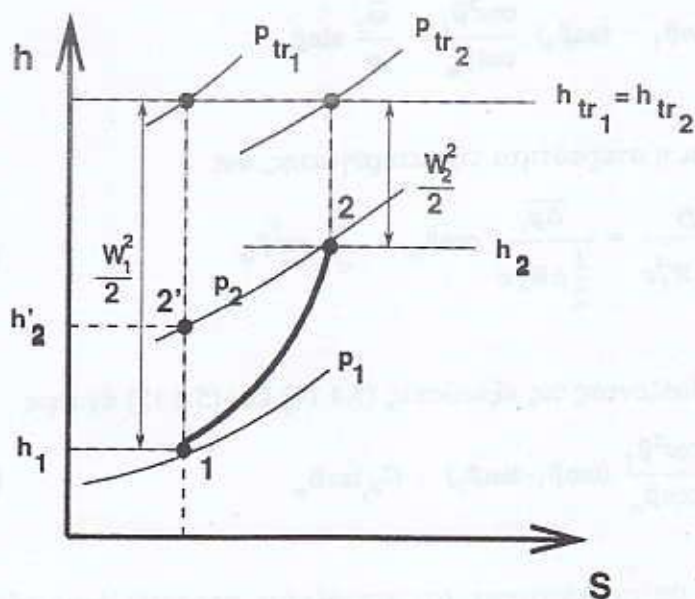
Εδώ θα σημειώσουμε ότι χρειάζεται προσοχή όταν εξετάζονται δεδομένα πτερυγώσεων, γιατί οι παραπάνω συντελεστές C_{L_i}, C_{D_i} δεν αδιαστατοποιούνται πάντα ως προς την ταχύτητα εισόδου. Ο δείκτης 1, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για το συμβολισμό των συντελεστών άνωσης και έλκουσας, παριστάνει ακριβώς το ότι η αδιαστατοποίηση έγινε με τα δεδομένα της θέσης 1, δηλαδή της εισόδου στην πτερύγωση.

5.5. Ο ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

Ενός από τους δυνατούς τρόπους για να περιγραφεί η απόδοση μιας γραμμικής πτερύγωσης είναι ο βαθμός απόδοσης στατικών-προστατικές συνθήκες $\eta_{s-s,C}$ (static-to-static efficiency). Αυτός ο βαθμός απόδοσης έχει προηγουμένα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της ροής σε αγωγούς, ενώ για το συμπιεστή ορίσαμε τους βαθμούς απόδοσης $\eta_{t-t,C}$ και $\eta_{t-s,C}$, στην Ενότητα 4.2. Ο βαθμός αυτός απόδοσης, για την περίπτωση του συμπιεστή, ορίζεται ως

$$\eta_{s-s,C} = \frac{h_2' - h_1}{h_2 - h_1} \quad (5.5.1)$$

όπου η θέση 2' αντιστοιχεί στην εντροπία της θέσης 1 και αποτελεί την τομή της ισεντροπικής S_1 με την ισόθλιπτη που περνά από τη θέση 2, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.5.1. Ο βαθμός απόδοσης που ορίστηκε στη



Σχήμα 5.5.1 Θερμοδυναμικό διάγραμμα μεταβολής σε πτερύγωση συμπίεστη.

σχέση (5.5.1) είναι ταυτόσημος με το βαθμό απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες που ορίστηκε στη σχέση (4.8.5) για το διαχύτη.

Η διατήρηση ενέργειας δίνει

$$h_2 - h_1 = \frac{W_1^2}{2} - \frac{W_2^2}{2} \quad (5.5.2)$$

Για ροή χωρίς απώλειες ισχύει ότι $TdS=0$, άρα $dh = vdp = dp/\rho$, από τη σχέση (2.8.3) που για ασυμπίεστη ροή, δηλαδή σταθερή πυκνότητα ρ , δίνει

$$h_2' - h_1 = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad (5.5.3)$$

Επομένως η εξίσωση (5.5.1) γράφεται για ασυμπίεστη ροή, στη μορφή

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

$$\eta_{s-a,c} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho (W_1^2 - W_2^2)} = \frac{1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2}}{1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2}} = 1 - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} \right)}$$

$$= 1 - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho \frac{W_a^2}{\cos^2 \beta_1} \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} \right)} = 1 - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2} \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2)} \quad (5.5.4)$$

Εάν τώρα ο όρος που περιέχει την απώλεια ολικής πίεσης $\overline{\Delta p_t}$ δε ληφθεί υπόψη στην εξίσωση (5.4.12) που εκφράζει την δύναμη άνωσης L και αν ακόμη ορισθεί ο λόγος ϵ της έλκουσας προς την άνωση,

$$\epsilon = \frac{D}{L} = \frac{C_{D_1}}{C_{L_1}} \quad (5.5.5)$$

τότε, ο συνδυασμός των (5.4.12) και (5.4.13) στη σχέση (5.5.5) δίνει ότι

$$\epsilon = \frac{s \cos^2 \beta_m \overline{\Delta p_t}}{\rho W_a^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)} = \frac{\overline{\Delta p_t} \cos^2 \beta_m}{\rho W_a^2 (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)} \quad (5.5.6)$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή της τελευταίας σχέσης με την ποσότητα $(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$, για την οποία η σχέση (5.4.10) δίνει επίσης ότι

$$\tan \beta_1 + \tan \beta_2 = 2 \tan \beta_m$$

προκύπτει ότι

$$\varepsilon = \frac{\overline{\Delta p_t} 2 \cos^2 \beta_m \tan \beta_m}{\rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2)}$$

Η σχέση αυτή επιλυόμενη ως προς $\overline{\Delta p_t}$ δίνει

$$\overline{\Delta p_t} = \frac{\varepsilon \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2)}{\sin 2 \beta_m}$$

Ο βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες της σχέσης (5.5.4) τότε γράφεται ως

$$\eta_{s-s,c} = 1 - \frac{2 \varepsilon}{\sin 2 \beta_m} \quad (5.5.7)$$

Ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα για την απόδοση πτερυγώσης συμπίεστη μπορεί να προκύψει από την τελευταία σχέση αν θεωρήσουμε ότι ο λόγος ε δεν εξαρτάται από τη μέση γωνία β_m της ροής. Επιβάλλοντας τότε το μηδενισμό της παραγώγου

$$\frac{\partial \eta_{s-s,c}}{\partial \beta_m} = 0$$

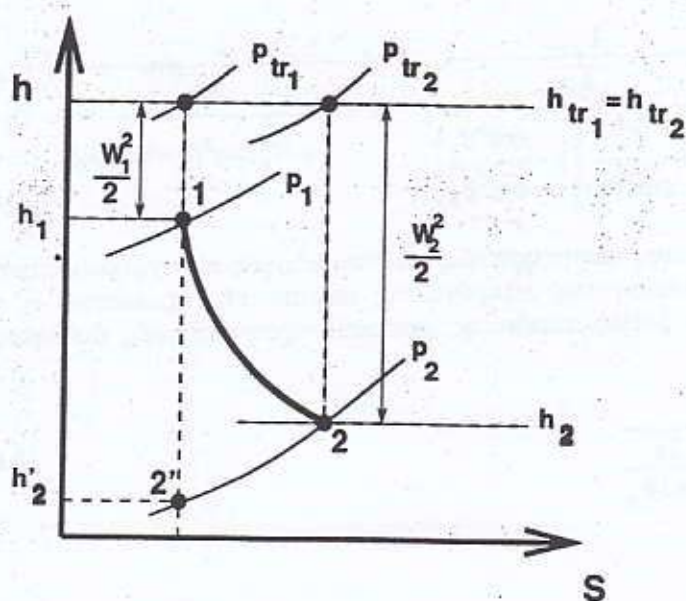
υπολογίζουμε την τιμή της μέσης γωνίας β_m στην οποία αντιστοιχεί μέγιστος βαθμός απόδοσης στατικών-προς-στατικές συνθήκες. Εύκολα φαίνεται ότι αυτό συμβαίνει για $\beta_m = 45^\circ$ και η μέγιστη τιμή του βαθμού απόδοσης είναι

$$(\eta_{s-s,c})_{\max} = 1 - 2\varepsilon \quad (5.5.8)$$

Στην πράξη το ε εξαρτάται από τη γωνία β_m , με αποτέλεσμα η γωνία για την οποία έχουμε τη μέγιστη απόδοση να είναι λίγο μικρότερη από 45° .

5.6. Ο ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Με παρόμοια διαδικασία μπορεί να υπολογισθεί ο βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες για πτερυγώση στροβίλου, που ορίζεται ως



Σχήμα 5.6.1 Θερμοδυναμικό διάγραμμα μεταβολής σε πτερύγωση στροβίλου.

$$\eta_{s-s,T} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2'}} \quad (5.6.1)$$

Οι ορισμοί των θέσεων 1,2 και 2' δίνονται στο Σχήμα 5.6.1. Η σχέση (5.6.1) αντιστοιχεί στη σχέση (4.7.1) με την οποία ορίσαμε την ίδια ποσότητα για ακροφύσιο. Η διαφορά πραγματικών ενθαλπών εκατέρωθεν της πτερύγωσης δίνεται και πάλι από τη σχέση (5.5.2), ενώ αν η ροή είναι ασυμπίεστη και χωρίς απώλειες, ισχύει και πάλι η σχέση (5.5.3). Με αυτές τις σχέσεις και τις σχέσεις για τη μεταβολή στατικής πίεσης παίρνουμε

$$\eta_{s-s,T} = \frac{\frac{1}{2}\rho(W_2^2 - W_1^2)}{p_1 - p_2} = \frac{\frac{1}{2}\rho W_2^2 \left(1 - \frac{W_1^2}{W_2^2}\right)}{p_1 - p_2} = \frac{\left(1 - \frac{\cos^2\beta_2}{\cos^2\beta_1}\right)}{1 - \frac{\cos^2\beta_2}{\cos^2\beta_1} + \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2}\rho W_2^2}}$$

από την οποία προκύπτει ότι

$$\eta_{s-s,T} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{1}{2} \rho \frac{W_a^2}{\cos^2 \beta_2} \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_2}{\cos^2 \beta_1} \right)}{\Delta p_t}} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{1}{2} \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_2 - \tan^2 \beta_1)}{\Delta p_t}} \quad (5.6.2)$$

Με τις ίδιες παρατηρήσεις και παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν και στην περίπτωση της πτερύγωσης συμπιεστή, προκύπτει η τελική έκφραση για το βαθμό απόδοσης στατικές-προσ-στατικές συνθήκες, που είναι

$$\eta_{s-s,T} = \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon}{\sin 2\beta_m}} \quad (5.6.3)$$

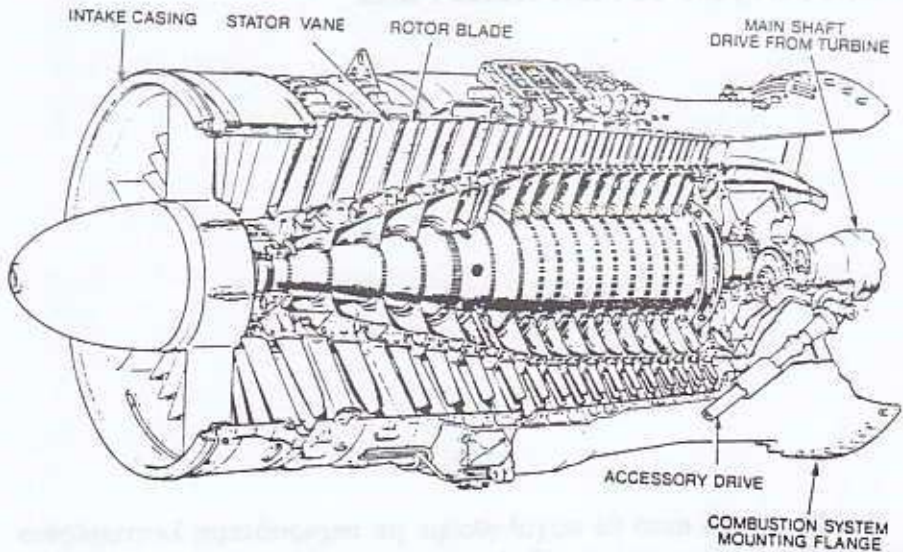
6. ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

Στο Κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με περισσότερη λεπτομέρεια με τους Αξονικούς Συμπιεστές. Πρόκειται να αναλύσουμε τη λειτουργία βαθμίδας συμπιεστή, για να συσχετίσουμε τα θερμοδυναμικά και κινηματικά μεγέθη της. Ο σκοπός της ανάλυσης αυτής είναι η μαθηματική διατύπωση της συσχέτισης η οποία υπάρχει μεταξύ των γεωμετρικών στοιχείων ενός συμπιεστή και της θερμοδυναμικής μεταβολής που υφίσταται το εργαζόμενο μέσο κατά τη ροή του διά μέσου αυτού. Μέσω της διαδικασίας αυτής θα παρουσιάσουμε τις χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας μονοβάθμιων ή πολυβάθμιων αξονικών συμπιεστών και τις αδιάστατες παραμέτρους που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της λειτουργίας τους. Τέλος, θα αναλυθούν τα φαινόμενα ασταθούς λειτουργίας που εμφανίζονται στους αξονικούς συμπιεστές. Τα φαινόμενα της περιστροφικής αποκόλλησης και της πάλμωσης θα αναλυθούν ποιοτικά, δίνοντας ένα απλό κριτήριο για τον εντοπισμό τους.

6.1. ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ

Οι αξονικοί συμπιεστές χαρακτηρίζονται από το ότι η διαδρομή του ρευστού διά μέσου τους είναι κατά κύριο λόγο παράλληλη με τον άξονα περιστροφής. Μια τυπική εικόνα ενός αξονικού πολυβάθμιου συμπιεστή φαίνεται στο σχήμα 6.1.1. Ο συμπιεστής αποτελείται από διαδοχικές βαθμίδες, κάθε μια από τις οποίες αποτελείται από μια περιστρεφόμενη και μια σταθερή πτερώγωση. Στην είσοδο του συμπιεστή μπορεί να υπάρχουν τα οδηγά πτερώγια εισόδου (inlet guide vanes, IGV),

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



Σχήμα 6.1.1 Τυπικός αξονικός πολυβάθμιος συμπιεστής.

τα οποία χρησιμεύουν στο να δώσουν κατάλληλη κατεύθυνση στη ροή, έτσι ώστε αυτή να έχει την επιθυμητή ομαλή είσοδο στην πρώτη περιστρεφόμενη πτερυγώση.

Η συμπίεση του εργαζόμενου μέσου σε κάθε βαθμίδα του αξονικού συμπιεστή γίνεται σύμφωνα με τη διεργασία που περιγράφηκε, για κάθε τύπο βαθμίδας, στο Κεφάλαιο 4. Οι ιδιομορφίες του αξονικού συμπιεστή καθορίζονται από τη γεωμετρική του μορφή, και συγκεκριμένα το γεγονός ότι δεν έχουμε ουσιαστική ακτινική μετατόπιση των γραμμών ροής από την είσοδο μέχρι και την έξοδο μιας κινητής πτερυγώσης. Για το λόγο αυτό, γενικά, μέσα σε μια βαθμίδα αξονικού συμπιεστή ο μονοδιάστατος υπολογισμός μπορεί να γίνει (αυτό όμως ας μη λαμβάνεται πάντοτε ως δεδομένο) με την υπόθεση ότι η ακτίνα εξόδου είναι ίση με την ακτίνα εισόδου της ροής. Έτσι, ενώ οι κινητές πτερυγώσεις αυξάνουν την απόλυτη ταχύτητα του ρευστού, η ροή σχετικά με τα στρεφόμενα πτερύγια είναι επιβραδυνόμενη, ενώ επιβραδυνόμενη είναι και η ροή στα σταθερά πτερύγια. Αυτό ακριβώς το γεγονός έχει καθοριστική σημασία για τη μορφή των αξονικών συμπιεστών.

Το γεγονός ότι η ροή είναι επιβραδυνόμενη τόσο στις κινητές όσο και στις σταθερές πτερυγώσεις, επιβάλλει ορισμένα όρια στο λόγο πίεσης που μπορεί να πετύχει μια αξονική βαθμίδα. Η μέγιστη τιμή που έχει

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

επιτευχθεί σήμερα είναι της τάξης του 2, ενώ μια συνήθης βαθμίδα υψηλών επιδόσεων έχει λόγο πίεσης της τάξης του 1.4 έως 1.6. Με αυτό το δεδομένο, είναι προφανές ότι αν απαιτείται υψηλός λόγος πίεσης, τότε είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν πολλές διαδοχικές βαθμίδες, που θα διαμορφώσουν ένα πολυβάθμιο αξονικό συμπιεστή. Ας σημειωθεί εδώ ότι στο στρόβιλο, όπου η ροή στις πτερυγώσεις είναι επιταχυνόμενη, δεν υπάρχει ο περιορισμός αυτός. Έτσι οι αξονικές βαθμίδες στρόβιλου μπορούν να έχουν πολύ μεγαλύτερους λόγους πίεσης από τις αντίστοιχες ενός συμπιεστή. Κατά συνέπεια, για τον ίδιο λόγο πίεσης, ένας πολυβάθμιος στρόβιλος έχει πάντα λιγότερες βαθμίδες από ένα συμπιεστή. Αυτό συναντάται λ.χ. στους βιομηχανικούς αεριοστρόβιλους και τους αεροπορικούς κινητήρες.

Μια δεύτερη συνέπεια της επιβραδυνόμενης ροής, είναι η μεγάλη ευαισθησία των συμπιεστών σε αλλαγές των συνθηκών λειτουργίας τους. Όπως θα δούμε παρακάτω, η εμφάνιση αποκόλλησης της ροής μπορεί να οδηγήσει σε φαινόμενα ασταθούς λειτουργίας του συμπιεστή τα οποία είναι καταστρεπτικά γ'αυτόν. Τα φαινόμενα αυτά περιορίζουν την περιοχί ασφαλούς λειτουργίας των συμπιεστών. Από την άλλη πλευρά, επειδή η επιβράδυνση ευνοεί την ανάπτυξη οριακών στρωμάτων και συνεπώς αύξηση απωλειών, κάθε αλλαγή του σημείου λειτουργίας ενός συμπιεστή συνοδεύεται από αλλαγή της απόδοσής τους. Έτσι έχουμε συνήθως σχετικά στενές περιοχές λειτουργίας του συμπιεστή που αντιστοιχούν στη μέγιστη απόδοσή του.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό των αξονικών συμπιεστών που αφορά τη μορφή τους, είναι η μείωση της διατομής από την είσοδο στην έξοδο του συμπιεστή, όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.1.1. Η μείωση της διατομής οφείλεται στο ότι κατά τη σχεδίαση των κινητών ή σταθερών πτερυγώσεων είναι επιθυμητό να μη μεταβάλλεται σημαντικά η αξονική ταχύτητα κατά μήκος τους (λεπτομερέστερη αιτιολόγηση του γεγονότος αυτού ξεφεύγει από τα όρια του παρόντος). Συγχρόνως, η αδιαβατική συμπίεση κατά μήκος του συμπιεστή οδηγεί σε αύξηση της πυκνότητας κατά μήκος του (αφού $P/\rho^n = \text{σταθερό}$, κάθε αύξηση του p σημαίνει ταυτόχρονη αύξηση του ρ). Η διατήρηση της παροχής από την είσοδο στην έξοδο του συμπιεστή επιβάλλει συνεπώς τη μείωση της διατομής κατά μήκος του. Αυτό φαίνεται άμεσα από την έκφραση της παροχής σε οποιαδήποτε διατομή S του συμπιεστή ως

$$\dot{m} = \rho V_a S$$

Με σταθερή την παροχή μάζας \dot{m} κατά μήκος του συμπιεστή και με την επιθυμητή διατήρηση της αξονικής συνιστώσας V_a της ταχύτητας, η προαναφερθείσα αύξηση του ρ επιβάλλει μείωση της διατομής S .

Θα προχωρήσουμε τώρα σε μια ανάλυση της λειτουργίας των αξονικών συμπιεστών, με βάση τις γενικές αρχές που έχουμε αναπτύξει μέχρι τώρα. Η ανάλυση που γίνεται είναι μονοδιάστατη, σύμφωνα με την έννοια που δόθηκε στον όρο αυτό στο Κεφάλαιο 4.

6.2. ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΟ ΛΟΓΟ ΠΙΕΣΗΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Θα εξετάσουμε τώρα τους βασικούς παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται ο λόγος πίεσης που δημιουργεί μια βαθμίδα. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης και τη θεμελιώδη σχέση για τη μετάδοση ενέργειας στο ρευστό, δηλαδή τη σχέση του Euler.

Θεωρούμε μια τυπική βαθμίδα αξονικού συμπιεστή, όπου οι θέσεις 1, 2 και 3 συμβολίζουν την είσοδο και την έξοδο της κινητής πτερυγώσης και την έξοδο της σταθερής πτερυγώσης, αντίστοιχα. Για εποπτεία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Σχήμα 4.2.1, θεωρώντας ότι ο μονοβάθμιος συμπιεστής που παρουσιάζει αντιστοιχεί σε μια τυπική βαθμίδα αξονικού συμπιεστή. Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες της βαθμίδας δίνεται από τη σχέση (4.2.6), η οποία ισοδύναμα γράφεται ως

$$\eta_{r-c} = \frac{\frac{T_{t3}}{T_{t1}} - 1}{\frac{T_{t2}}{T_{t1}} - 1}$$

όπου ο δείκτης C συμβολίζει πλέον τη βαθμίδα του συμπιεστή και ολόκληρο το (μονοβάθμιο) συμπιεστή.

Ο λόγος ολικών θερμοκρασιών T_{t3}/T_{t1} , ο οποίος εμφανίζεται στον αριθμητή της σχέσης αυτής αποτελεί συνάρτηση του λόγου πίεσης p_c της βαθμίδας του συμπιεστή, σύμφωνα με τη σχέση (4.2.7). Αντικαθιστώντας και λύνοντας ως προς p_c προκύπτει

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

$$\pi_C = \left[1 + \eta_{t-t,C} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left[1 + \eta_{t-t,C} \frac{1}{T_1} (T_2 - T_1) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6.2.1)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι για δεδομένη θερμοκρασία εισόδου T_1 και βαθμό απόδοσης $\eta_{t-t,C}$, κάθε αύξηση του π_C συνδέεται με αντίστοιχη αύξηση της μεταβολής της ολικής θερμοκρασίας $T_2 - T_1$ στη βαθμίδα. Ας σημειωθεί ότι όταν ο συμπιεστής προορίζεται για συγκεκριμένη εφαρμογή η T_1 είναι δεδομένη, ενώ ο βαθμός απόδοσης σχετίζεται άμεσα με την ποιότητα αεροδυναμικού σχεδιασμού. Η αύξηση της ολικής θερμοκρασίας χαρακτηρίζει το έργο που παρέχει μια βαθμίδα αξονικού συμπιεστή στο διερχόμενο ρευστό και μπορεί να γραφεί χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.8.10) του στροβίλου του Euler, ως

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} (U_2 V_{u_2} - U_1 V_{u_1}) \quad (6.2.2)$$

Σε μια καθαρά αξονική βαθμίδα η (μέση) ακτίνα στην είσοδο και την έξοδο των στρεφόμενων πτερυγίων είναι σταθερή, δηλαδή

$$R_1 = R_2 (= R_m)$$

οπότε το ίδιο ισχύει και για την περιφερειακή ταχύτητα

$$U_2 = \omega R_2 = \omega R_1 = U_1 = U$$

Κατά συνέπεια, η σχέση (6.2.2) γράφεται

$$T_2 - T_1 = \frac{U}{C_p} (V_{u_2} - V_{u_1}) \quad (6.2.2a)$$

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα, συνήθως οι βαθμίδες αξονικών συμπιεστών σχεδιάζονται έτσι ώστε η αξονική ταχύτητα κατά μήκος τους να παραμένει σταθερή. Αν λοιπόν θεωρηθεί ότι η βαθμίδα που μελετάται είναι μια τυπική βαθμίδα σχεδιασμένη με αυτόν τον τρόπο, έχουμε

$$T_2 - T_1 = \frac{U}{C_p} V_a (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) \quad (6.2.2\beta)$$

Η φυσική σημασία της παραδοχής σταθερής αξονικής ταχύτητας αναλύθηκε στην Ενότητα 6.1. Στην ασυμπίεστη ροή ειδικότερα, μια τέτοια παραδοχή ισοδυναμεί απλά με την ισότητα των εμβαδών των δακτυλιοειδών διατομών που διαρρέει το ρευστό, εκατέρωθεν του ρότορα. Εάν επιπλέον συνδυαστεί και με την προηγούμενη παραδοχή της σταθερής μέσης ακτίνας, αυτό ισοδυναμεί με σταθερές ακτίνες εσωτερικού R_H ($H=Hub$) και εξωτερικού κελύφους R_S ($S=Shroud$) στις θέσεις 1 και 2, βλ. Σχήμα 6.1.1, ώστε το εμβαδόν

$$S = \pi (R_S^2 - R_H^2) \quad (6.2.3)$$

να διατηρείται σταθερό. Για τη συμπιεστή ροή, λ.χ. ροή σε αεροπορικούς κινητήρες, όπου το εξωτερικό κέλυφος έχει συνήθως σταθερή ακτίνα ($R_S=σταθερό$), η μείωση της διατομής S ισοδυναμεί με αύξηση της ακτίνας R_H .

Από τις σχέσεις 6.2.1 και 6.2.2β φαίνεται ότι η μεταβολή της ολικής θερμοκρασίας και συνακόλουθα ο λόγος πίεσης μιας βαθμίδας συμπιεστή μπορούν να αυξηθούν με τους εξής τρόπους:

- (α) Αυξάνοντας την ταχύτητα περιστροφής δεδομένου συμπιεστή (έτσι αυξάνεται το U)
- (β) Αυξάνοντας την αξονική ταχύτητα μέσω της βαθμίδας
- (γ) Αυξάνοντας τη στροφή της ροής που πραγματοποιεί ο συμπιεστής, αφού τότε αυξάνει ο παράγοντας $(\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1)$.

Οι περιπτώσεις (α), (β) και (γ) αναπτύσσονται μεμονωμένα στις τρεις ενότητες που ακολουθούν.

6.3. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

Η ταχύτητα περιστροφής δε μπορεί να αυξάνεται απεριόριστα γιατί επηρεάζει άμεσα τις τάσεις που αναπτύσσονται στα πτερύγια και τους δίσκους λόγω της φυγοκέντρου δύναμews που ασκείται σε αυτά. Οι τάσεις αυτές δεν πρέπει να ξεπερνούν τα όρια αντοχής που καθορίζονται από τα υλικά των τμημάτων αυτών.

Το περισσότερο φορτισμένο σημείο ενός πτερυγίου είναι το πόδι, όπου συμβαίνει η μέγιστη εφελκυστική τάση λόγω φυγοκεντρικής φόρτισης του πτερυγίου, η οποία ισούται με (βλ. Κεφάλαιο 11)

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

$$\sigma_{\max} = \frac{\rho_b \omega^2}{a_H} \int_{R_H}^{R_T} a R dR \quad (6.3.1)$$

όπου ρ_b είναι η πυκνότητα του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένο το πτερύγιο, $a=a(R)$ είναι η διατομή του πτερυγίου σε κάποια ακτίνα R και οι δείκτες είναι H για το πόδι και T για την κεφαλή (Tip) του πτερυγίου.

Αν έχουμε πτερύγιο με σταθερή διατομή σ'όλο το ύψος του τότε η σχέση (6.3.1) απλοποιείται στη μορφή

$$\sigma_{\max} = \frac{(2\pi N)^2}{60^2} \rho_b \frac{(R_T^2 - R_H^2)}{2} = \frac{2\pi N^2}{60^2} \rho_b \frac{S}{2} = \frac{\rho_b U_T^2}{2} \left[1 - \left(\frac{R_H}{R_T} \right)^2 \right] \quad (6.3.2)$$

όπου S το εμβαδόν της διατομής του συμπιεστή και U_T η περιφερειακή ταχύτητα στην κεφαλή των πτερυγίων. Η σχέση (6.3.2) οδηγεί σε δύο συμπεράσματα σχετικά με τους περιορισμούς που επιβάλλονται από την αντοχή του υλικού των πτερυγίων. Έτσι, θέτοντας ένα άνω όριο στη μέγιστη εφελκυστική τάση λόγω φυγοκεντρικής φόρτισης του πτερυγίου, παρατηρούμε ότι:

- Για δεδομένη διατομή του συμπιεστή (που συνδέεται άμεσα με το μέγεθος της παροχής που διαχειρίζεται ο συμπιεστής), τίθεται άμεσα ένα άνω όριο στην ταχύτητα περιστροφής, δηλαδή στις στροφές N .
- Για δεδομένη ταχύτητα U_T στην κεφαλή των πτερυγίων, οι τάσεις αυξάνονται όσο ελαττώνεται ο λόγος R_H/R_T της ακτίνας ποδός προς την ακτίνα κεφαλής. Έτσι για δεδομένη ταχύτητα U_T , που μπορεί λ.χ. να υπαγορευθεί από αεροδυναμικούς λόγους, παράλληλα με το μέγεθος της διατομής, μπορεί να τεθεί ένα κάτω όριο στην εσωτερική ακτίνα R_H .

Συνήθως τέτοιου είδους περιορισμοί έχουν σημασία κυρίως για τις πρώτες βαθμίδες αεροπορικών κινητήρων, που σχεδιάζονται με χαμηλούς λόγους ακτίνων ποδός και κεφαλής.

6.4. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΑΞΟΝΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Η επιθυμία για αύξηση της αξονικής ταχύτητας σε μια βαθμίδα υπαγορεύεται όχι μόνο από την επιθυμία αύξησης του λόγους πίεσης αλλά

και από την επιθυμία αύξησης της συγκέντρωσης ισχύος, που επιτυγχάνεται με την αύξηση της παροχής που αναρροφά η συγκεκριμένη μηχανή. Η αύξηση της αξονικής ταχύτητας περιορίζεται όμως από αεροδυναμικούς λόγους και ειδικότερα από το γεγονός ότι ο αριθμός Mach σχετικά με τα πτερύγια δεν πρέπει να ξεπερνά ορισμένα όρια γιατί αλλιώς αυξάνονται υπέρμετρα οι απώλειες, με αντίστοιχη πτώση του βαθμού απόδοσης. Εύκολα μπορεί να δει κανείς ότι στην είσοδο μιας βαθμίδας συμπίεστη ο μέγιστος αριθμός Mach σχετικά με τα περιστρεφόμενα πτερύγια συμβαίνει στην κεφαλή τους, όπου αντιστοιχεί και η μέγιστη ακτίνα. Για το λόγο αυτό, προηγούμενα, η σχέση (6.3.2) διατυπώθηκε ως συνάρτηση της ταχύτητας U_T , η οποία έχει μεγάλη σημασία για το σχεδιαστή μιας στροβιλομηχανής.

Σε παλαιότερες μηχανές υπήρχε η απαίτηση η ροή σχετικά με τα πτερύγια να είναι υποηχητική. Η ανάπτυξη όμως μεθόδων επιτυχούς σχεδίασης πτερυγίων κατάλληλων για αριθμούς Mach στην είσοδο πτερυγώσεως μεγαλύτερων της μονάδας, έδωσε τη δυνατότητα στις νεότερες μηχανές να έχουμε διηχητική ροή στην πρώτη ή τις πρώτες βαθμίδες συμπίεστη. Συναντά κανείς π.χ. σήμερα βαθμίδες με αριθμό Mach στην κορυφή των στρεφομένων πτερυγίων της τάξης του 1.5. Ο όρος διηχητική σημαίνει ότι έχουμε υπερηχητικές ταχύτητες σε μέρος μόνο του καναλιού των πτερυγίων του συμπίεστη. Αν και θα ήταν επιθυμητό να έχουμε εξ ολοκλήρου υπερηχητική ροή, μέχρι σήμερα δεν έχει επιτευχθεί η κατασκευή ενός τέτοιου αποδοτικού συμπίεστη. Πειραματικοί συμπίεστες με εξ ολοκλήρου υπερηχητική ροή έχουν μεν κατασκευασθεί, αλλά έχουν παρουσιάσει προβλήματα που δεν έχουν επιτρέψει μέχρι σήμερα την επιτυχή χρησιμοποίησή τους σε εφαρμογές.

6.5. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΗΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

Η επιθυμία για αύξηση της στροφής της ροής συναντά τους πιο αυστηρούς περιορισμούς από αεροδυναμική άποψη. Όπως είδαμε στην ανάλυση πτερυγώσεων η αύξηση της στροφής της ροής συνδέεται με αύξηση της επιβράδυνσης που επιτελούν τα πτερύγια. Ενδεικτικά, για την περίπτωση της ασυμπίεστης ροής σε βαθμίδα συμπίεστη όπου η διατομή διατηρείται σταθερή, το θεώρημα διατήρησης της παροχής μάζας γράφεται στη μορφή

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \quad (6.5.1)$$

Το πρώτο μέλος της (6.5.1) αποτελεί ποσοτική έκφραση της επιβράδυνσης την οποία προκαλεί η κινητή πτερυγώση στη ροή. Η

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

επιβράδυνση όμως δε μπορεί να ξεπερνά κάποια όρια, γιατί τότε έχουμε αποκόλληση των οριακών στρωμάτων που αναπτύσσονται στα πτερύγια με αποτέλεσμα αφενός τη δραματική πτώση του βαθμού απόδοσης αφετέρου δε τον κίνδυνο εμφάνισης φαινομένων ασταθούς λειτουργίας. Εδώ θα αναφέρουμε ένα απλοποιημένο κριτήριο, γνωστό ως κριτήριο de Haller που ακολουθείται για να εξασφαλιστεί ομαλή λειτουργία πτερυγώσης. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, το οποίο έχει ήδη παρουσιασθεί κατά την ανάλυση της ροής στους διαχύτες, βλ. Ενότητα 4.8, η επιβράδυνση σε μια πτερυγώση αξονικού συμπιεστή, δεν πρέπει να οδηγεί σε ταχύτητα εξόδου μικρότερη του 72% της ταχύτητας εισόδου, πρέπει δηλαδή

$$\frac{W_2}{W_1} > 0.72 \quad (6.5.1)$$

Ο λόγος W_2/W_1 ορίσθηκε στο Κεφάλαιο 4 ως αριθμός de Haller. Αντιμετωπίζοντας τα πτερύγια του συμπιεστή ως ένα διαχύτη, υπολογίζουμε το συντελεστή ανάκτησης πίεσης C_{pr} και το θεωρητικό συντελεστή ανάκτησης πίεσης $C_{pr,th}$ από τις σχέσεις που δόθηκαν στην Ενότητα 4.8. Εφαρμόζοντας οριακά το κριτήριο de Haller της σχέσης (6.5.1), μπορεί να υπολογισθεί το αντίστοιχο όριο το οποίο διέπει το $C_{pr,th}$. Έτσι, βάσει της σχέσης (4.8.4), ισχύει ότι

$$C_{pr,th} \leq 0.50 \quad (6.5.2)$$

για πτερυγώσεις αξονικών συμπιεστών. Πρακτικά, μικρότερες τιμές από αυτή που δίνει οριακά η ανισότητα (6.5.2) μπορεί να χρησιμοποιηθούν σε πτερυγώσεις συμπιεστών που πρόκειται να λειτουργήσουν σε ένα ευρύ φάσμα γωνιών πρόσπτωσης. Τέτοια είναι η περίπτωση των πρώτων βαθμίδων ενός πολυβάθμιου συμπιεστή υψηλού λόγου πίεσης. Σε μια τέτοια περίπτωση, ο σχεδιαστής του συμπιεστή επιλέγει χαμηλότερο άνω κριτήριο για το θεωρητικό συντελεστή ανάκτησης πίεσης, της τάξης του

$$C_{pr,th} < 0.40$$

Υπάρχουν άλλα ακριβέστερα κριτήρια για το όριο επιβράδυνσης της σχετικής ροής σε μια πτερυγώση συμπιεστή, δεν πρόκειται όμως να επεκταθούμε περισσότερο σ' αυτό το θέμα.

6.6. ΑΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Η περιγραφή της λειτουργίας μιας βαθμίδας αξονικού συμπιεστή γίνεται χρησιμοποιώντας τρεις χαρακτηριστικές αδιάστατες παραμέτρους,

επιπλέον του βαθμού απόδοσης που έχει ήδη παρουσιασθεί. Οι τρεις αυτές παράμετροι περιγράφουν τόσο την "εξωτερική" συμπεριφορά της βαθμίδας (δηλαδή ποιά είναι τα στοιχεία λειτουργίας της, για κάποιον που θέλει να την χρησιμοποιήσει χωρίς να ενδιαφέρεται να γνωρίσει στοιχεία για την εσωτερική δομή της) αλλά και τη δομή της, με την έννοια της διάταξης των ακινήτων και κινητών πτερυγώσεων της.

Τα δυο βασικά στοιχεία τα οποία σχετίζονται με την επίδοση μιας βαθμίδας συμπίεστη είναι η παροχή μάζας που αναρροφά και η αύξηση ολικής ενθαλπίας που προκαλεί στο εργαζόμενο μέσο. Το (διαστατικό) μέγεθος της παροχής μάζας που αναρροφά μια βαθμίδα (πράγμα που συνήθως χαρακτηρίζεται και ως αναρροφητική ικανότητα της βαθμίδας) χαρακτηρίζεται από το συντελεστή παροχής (flow coefficient) Φ που ορίζεται από τη σχέση

$$\Phi = \frac{V_a}{U} \quad (6.6.1)$$

όπου V_a η αξονική ταχύτητα εισόδου στη βαθμίδα (θέση 1) και U η περιφερειακή ταχύτητα σε κάποια ακτινική θέση. Στη βιβλιογραφία, η περιφερειακή ταχύτητα ορίζεται στη μέση αριθμητική ακτίνα R_m ή την ακτίνα R_T κεφαλής των πτερυγίων.

Αναλύοντας το τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 1, έχουμε ότι

$$U = V_a - W_a$$

και αντικαθιστώντας στη σχέση (6.6.1) προκύπτει η συσχέτιση του συντελεστή παροχής με τις γωνίες της ροής στην είσοδο του συμπίεστη, ως

$$\Phi = \frac{1}{\tan\alpha_1 - \tan\beta_1} \quad (6.6.2)$$

Ας σημειωθεί ότι η σχέση (6.6.2) μπορεί να γραφεί εναλλακτικά χρησιμοποιώντας τις γωνίες ροής των θέσεων 2 και 3, αντί αυτές της θέσης 1, αρκεί να ισχύουν οι παραδοχές της σταθερής αξονικής ταχύτητας και της σταθερής ακτίνας υπολογισμού σε όλες τις διατομές. Δηλαδή στην τυπική αξονική βαθμίδα έχουμε

$$\Phi = \frac{1}{\tan\alpha_1 - \tan\beta_1} = \frac{1}{\tan\alpha_2 - \tan\beta_2} = \frac{1}{\tan\alpha_3 - \tan\beta_3} \quad (6.6.2a)$$

Το μέγεθος της ενθαλπικής διαφοράς που δημιουργεί η βαθμίδα εκφράζεται από τον (αδιάστατο) συντελεστή φόρτισης της βαθμίδας (stage loading coefficient) Ψ που ορίζεται από τη σχέση

$$\Psi = \frac{h_3 - h_1}{U^2} \quad (6.6.3)$$

όπου U η περιφερειακή ταχύτητα που αναφέραμε παραπάνω.

Οι συντελεστές Φ , Ψ μπορούν να συσχετιστούν με τα κινηματικά στοιχεία βαθμίδας. Εφαρμόζοντας την εξίσωση του στροβίλου του Euler στην εξίσωση (6.6.3) και αναφερόμενοι στα τρίγωνα ταχυτήτων της βαθμίδας που φαίνονται στο Σχήμα 4.2.1 έχουμε

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{U(V_{u_2} - V_{u_1})}{U^2} = \frac{V_{u_2} - V_{u_1}}{U} = \frac{U + W_{u_2} - V_{u_1}}{U} = \\ &= 1 + \frac{W_{u_2} - V_{u_1}}{V_{a_1}} \frac{V_{a_1}}{U} = 1 + \left(\frac{W_{u_2}}{V_{a_1}} - \frac{V_{u_1}}{V_{a_1}} \right) \Phi \end{aligned} \quad (6.6.4)$$

Αν η V_{a_1} διατηρείται σταθερή κατά μήκος της βαθμίδας η σχέση (6.6.4) ξαναγράφεται ως συνάρτηση των γωνιών της ροής και έχουμε

$$\Psi = 1 + \Phi (\tan\beta_2 - \tan\alpha_1) \quad (6.6.5)$$

Ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκαν οι γωνίες α_1 και β_2 για τη σχέση αυτή θα γίνει κατανοητός παρακάτω.

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις του Κεφαλαίου 5 για τους συντελεστές άνωσης και έλκουσας, μπορούμε εύκολα να αποδείξουμε επίσης ότι

$$\Psi = \frac{\sigma \Phi \cos\beta_m}{2 \cos^2\beta_1} (C_{L_1} + C_{D_1} \tan\beta_m) \quad (6.6.6)$$

Για την απόδειξη της σχέσης (6.6.6) αρκεί να γραφεί η σχέση (6.6.4) στη μορφή

$$\Psi = \frac{V_{u_2} - V_{u_1}}{U} = \frac{W_{u_2} - W_{u_1}}{V_a} \cdot \frac{V_a}{U} = \Phi (\tan\beta_2 - \tan\beta_1)$$

και να χρησιμοποιηθεί η σχέση (5.4.16), γραμμένη στη μορφή

$$\tan\beta_2 - \tan\beta_1 = (C_{L_1} + C_{D_1} \tan\beta_m) \frac{\sigma \cos\beta_m}{2 \cos^2\beta_1}$$

η οποία έχει επιπλέον λάβει υπόψη τη σύμβαση για το πρόσημο των γωνιών β_1 και β_2 .

Εκτός από το συντελεστή φόρτισης Ψ , πολλές φορές χρησιμοποιείται και ο ισεντροπικός συντελεστής φόρτισης Ψ_{is} που ορίζεται ως εξής

$$\Psi_{is} = \frac{h_{t_2} - h_{t_1}}{U^2}$$

Δεδομένου ότι όταν το ρευστό είναι ασυμπίεστο ισχύει η σχέση (2.8.11), ο ισεντροπικός συντελεστής φόρτισης γράφεται και

$$\Psi_{is} = \frac{\Delta p_t}{\rho U^2}$$

που πρακτικά χρησιμοποιείται σε κάθε βαθμίδα όπου η ροή θεωρείται ασυμπίεστη, έστω και προσεγγιστικά. Στη βιβλιογραφία συναντάμε επίσης και τον ορισμό

$$\Psi_{is} = \frac{\Delta p_t}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

Από τον ορισμό του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες για τη βαθμίδα ενός συμπιεστή, ισχύει ότι

$$h_{t_2} - h_{t_1} = \eta_{t-t,c} (h_{t_2} - h_{t_1})$$

και, με τη βοήθεια του ορισμού (6.6.3) προκύπτει ότι

$$\Psi_{is} = \Psi \cdot \eta_{t-t,c} \quad (6.6.7)$$

Ενώ όμως οι παράμετροι Φ και Ψ δίνουν μια εικόνα της λειτουργίας της βαθμίδας, εντούτοις δεν παρέχουν κανένα στοιχείο για την εσωτερική δομή της. Τέτοια πληροφορία παρέχει μια τρίτη παράμετρος, ο βαθμός αντίδρασης της βαθμίδας r , που ορίζεται ως

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

$$r = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} \quad (6.6.8)$$

και εκφράζει το ποσοστό της αύξησης της στατικής ενθαλπίας που πραγματοποιείται μέσα στην κινητή πτερύγωση, σε σχέση με τη συνολική αύξηση στατικής ενθαλπίας μέσα σε ολόκληρη τη βαθμίδα του συμπιεστή. Για ασυμπίεστη, ισεντροπική ροή η σχέση αυτή γράφεται και ως

$$r = \frac{P_2 - P_1}{P_3 - P_1} \quad (6.6.9)$$

Αυτή η έκφραση μας βοηθά να δώσουμε μια φυσική ερμηνεία του βαθμού αντίδρασης αφού το r ισούται με το ποσοστό της αύξησης στατικής πίεσης, που γίνεται μέσα στα κινητά πτερύγια, σχετικά με τη συνολική αύξηση στατικής πίεσης μέσα στη βαθμίδα. Εκφράζει δηλαδή το πώς κατανέμεται η αύξηση στατικής πίεσης της βαθμίδας μεταξύ κινητής και σταθερής πτερύγωσης. Στις πτερυγώσεις αξονικών βαθμίδων συμπιεστή, η αύξηση της στατικής πίεσης είναι ένα μέτρο της επιβράδυνσης που πραγματοποιούν τα πτερύγια. Όσο μεγαλύτερη δε είναι η επιβράδυνση τόσο επισφαλέστερη είναι η λειτουργία της πτερύγωσης, μια που ενοείται η ανάπτυξη των οριακών στρωμάτων και η ροή γίνεται περισσότερο ευαίσθητη στην εμφάνιση αποκόλλησης. Συνηθίζεται να χρησιμοποιείται ο όρος φόρτιση (loading) για να εκφράσει το μέγεθος της επιβράδυνσης που πραγματοποιεί μια πτερύγωση. Μεγάλη φόρτιση σημαίνει ότι τα πτερύγια πραγματοποιούν μεγάλη επιβράδυνση. (Η αιτιολόγηση του όρου φόρτιση μπορεί να κατανοηθεί και με βάση τη σχέση (5.4.16), που μας δείχνει ότι μεγάλη επιβράδυνση, δηλαδή μεγάλη στροφή της ροής, συνεπάγεται μεγάλο συντελεστή άνωσης C_{L_1} , δηλαδή

μεγάλη δύναμη φόρτισης των πτερυγίων).

Μπορούμε να εκφράσουμε το βαθμό αντίδρασης ως συνάρτηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της βαθμίδας, στην περίπτωση επαναληπτικής βαθμίδας αξονικού συμπιεστή. Με τον όρο επαναληπτική βαθμίδα θα ορίζουμε τη βαθμίδα εκείνη στην οποία το διάνυσμα της ταχύτητας παραμένει το ίδιο στις θέσεις 1 και 3. Για τυπική αξονική βαθμίδα ($U = \text{σταθερό}$), η διατήρηση της σχετικής ολικής ενθαλπίας διά μέσου της περιστρεφόμενης πτερύγωσης δίνει

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (W_1^2 - W_2^2) \quad (6.6.10)$$

Επίσης, επειδή η μεταβολή μεταξύ των θέσεων 2 και 3 είναι άεργος,

γράφουμε

$$h_3 - h_1 = \left(h_3 - \frac{V_3^2}{2}\right) - \left(h_1 - \frac{V_1^2}{2}\right) = h_3 - h_1 = h_2 - h_1 = U(V_{u_2} - V_{u_1}) \quad (6.6.11)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (6.6.10) και (6.6.11) στη σχέση (6.6.8) προκύπτει ότι

$$r = \frac{(W_1^2 - W_2^2)}{2U(V_{u_2} - V_{u_1})} \quad (6.6.12)$$

Αντικαθιστώντας τις ταχύτητες W_1 και W_2 ως εκφράσεις της αξονικής και της περιφερειακής συνιστώσας τους και υποθέτοντας ότι η αξονική ταχύτητα δε μεταβάλλεται κατά μήκος της βαθμίδας ($V_a = \text{σταθερό}$), έχουμε

$$\begin{aligned} W_1^2 - W_2^2 &= (W_{u_1}^2 - W_{u_2}^2) + (W_{a_1}^2 - W_{a_2}^2) = (W_{u_1} - W_{u_2})(W_{u_1} + W_{u_2}) = \\ &= (U - V_{u_1} + U - V_{u_2})(U + V_{u_1} - U + V_{u_2}) = (V_{u_2} - V_{u_1})(2U - V_{u_1} - V_{u_2}) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας την τελευταία σχέση στην (6.6.12) έχουμε τελικά για το βαθμό αντίδρασης

$$r = 1 - \frac{V_{u_1} + V_{u_2}}{2U} \quad (6.6.13)$$

Η σχέση αυτή μπορεί ακόμα να μετασχηματισθεί ως εξής

$$r = 1 - \frac{V_a}{2U} \left(\frac{V_{u_1}}{V_a} + \frac{U + W_{u_2}}{V_a} \right) = 1 - \frac{\Phi}{2} \left(\tan\alpha_1 + \frac{1}{\Phi} + \tan\beta_2 \right)$$

και να λάβει τελικά τη μορφή

$$r = \frac{1}{2} - \frac{\Phi}{2} (\tan\beta_2 + \tan\alpha_1) \quad (6.6.14)$$

Η σχέση αυτή συνδέει το βαθμό αντίδρασης με τη γεωμετρία της ροής στη βαθμίδα και το συντελεστή παροχής Φ . Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι η σχέση (6.6.13) χρησιμοποιείται ως σχέση ορισμού του θεωρητικού

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

βαθμού αντίδρασης, που συμβολίζεται με r^* . Για μια οποιαδήποτε βαθμίδα, έστω και αν δεν ισχύουν οι υποθέσεις $U = \text{σταθερό}$, $V_\alpha = \text{σταθερό}$ της τυπικής αξονικής βαθμίδας, ορίζεται ο θεωρητικός βαθμός αντίδρασης r^* με βάση τη σχέση 6.6.13. Στη γενική περίπτωση ισχύει $r \neq r^*$, ενώ στην τυπική αξονική βαθμίδα ισχύει εξ ορισμού ότι $r = r^*$.

Πριν κλείσουμε τη συζήτηση για το βαθμό αντίδρασης, να αναφέρουμε ότι για βαθμίδες συμπιεστών μια χαρακτηριστική τιμή είναι η τιμή $r = 0.5$ (50%). Η τιμή αυτή σημαίνει ότι η αύξηση στατικής πίεσης ισοκατανέμεται μεταξύ σταθερής και κινητής πτερυγώσης. Κάτι τέτοιο είναι λογικό, ώστε να μη γίνεται ιδιαίτερα επισφαλής η λειτουργία της μιας από τις δυο πτερυγώσεις ενώ συγχρόνως η άλλη να έχει πολύ μικρή φόρτιση. Βέβαια υπάρχουν άλλοι λόγοι που μπορεί να επιβάλλουν διαφορετικές τιμές του βαθμού αντίδρασης και γι' αυτό στην πράξη συναντώνται συχνά τιμές διαφορετικές του 50%.

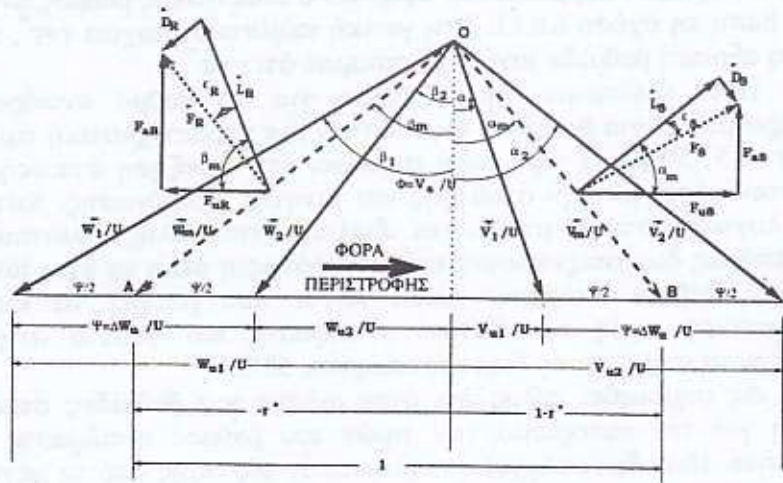
Ας σημειωθεί τέλος ότι όταν μιλάμε για βαθμίδες στροβίλου η λογική για τον καθορισμό των τιμών του βαθμού αντίδρασης αλλάζει σημαντικά. Εκεί δεν υπάρχει ο περιορισμός φόρτισης από το μέγεθος της επιβράδυνσης, μια που η ροή είναι επιταχυνόμενη.

6.7. ΑΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Αν είναι γνωστές οι τιμές των παραμέτρων Φ , Ψ , r^* , τότε τα τρίγωνα ταχυτήτων στην είσοδο και έξοδο της περιστρεφόμενης πτερυγώσης είναι πλήρως καθορισμένα. Αυτό μπορεί να φανεί εύκολα από το Σχήμα 6.7.1, όπου σχεδιάζονται τα τρίγωνα ταχυτήτων και πάνω στο σχήμα σημειώνονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι τιμές των παραμέτρων. Ας σημειωθεί ότι τα τρίγωνα ταχυτήτων αυτά περιγράφουν αξονική βαθμίδα που έχει σταθερό V_α , αλλά δεν είναι απαραίτητα επαναληπτική. Για την επαναληπτική βαθμίδα μπορεί κανείς να δει ότι αν είναι γνωστά τα Φ, Ψ, r^* , τότε μπορούν άμεσα να προσδιορισθούν οι γωνίες $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$ (και κατά συνέπεια και η γωνία α_3 , αφού $\alpha_1 = \alpha_3$) από τις τρεις εξισώσεις (6.6.2α), (6.6.5) και (6.6.14). Προφανώς ισχύει και το αντίστροφο αφού σε κάθε περίπτωση έχουμε τρεις εξισώσεις και τρεις αγνώστους.

Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 6.7.1 παρουσιάζεται ένας συνδυασμός των τριγώνων ταχυτήτων στις θέσεις 1 και 2 καθώς επίσης και η μέση απόλυτη V_m και η μέση σχετική ταχύτητα W_m . Όλες οι ποσότητες σχεδιάζονται αδιαστατοποιημένες με την κοινή γραμμική ταχύτητα περιστροφής U . Έτσι τα τρία αδιάστατα τρίγωνα ταχυτήτων που παρουσιάζονται (αυτά που αντιστοιχούν στους δείκτες 1, 2 και m) έχουν κοινή βάση μοναδιαίου μήκους και κοινό ύψος ίσο με το συντελεστή παροχής Φ .

Στο Σχήμα 6.7.1 αναγνωρίζονται γραφικά οι ποσότητες Ψ και r^* καθώς και η φορά περιστροφής που καθορίζει το πρόσημο των απόλυτων ή



Σχήμα 6.7.1 Αδιάστατα τρίγωνα ταχυτήτων βαθμίδας συμπιεστή, με σταθερή αξονική ταχύτητα V_α και σταθερή ταχύτητα περιστροφής U .

σχετικών γωνιών ροής και αυτό των περιφερειακών συνιστωσών ταχύτητας ή δύναμης. Με βάση την ανάλυση των πτερυγώσεων που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5, σχεδιάζονται οι προσημασμένες συνιστώσες των δυνάμεων που ασκούνται στην κινητή και την περιστρεφόμενη πτερυγώση. Στο τυπικό παράδειγμα του Σχήματος 6.7.1, οι αξονικές συνιστώσες των

δυνάμεων \vec{F}_R και \vec{F}_S (R =Rotor, S =Stator) είναι αρνητικές και αυτό εξηγείται από την αύξηση πίεσης που προκαλούν οι δύο πτερυγώσεις, σε συνδυασμό με τη σχέση (5.4.5). Στο ίδιο παράδειγμα, για τις περιφερειακές συνιστώσες της δύναμης ισχύει ότι

$$F_{u_R} < 0 \quad , \quad F_{u_S} > 0$$

Οι δυνάμεις άνωσης \vec{L}_R και \vec{L}_S είναι κάθετες στις μέσες ταχύτητες

\vec{W}_m και \vec{V}_m , αντίστοιχα, ενώ παράλληλες στις ίδιες ταχύτητες είναι οι

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

έλκουσες \bar{D}_R και \bar{D}_S . Κατά τα γνωστά από το Κεφάλαιο 5, συμβολίζουμε με ϵ_R και ϵ_S τους λόγους

$$\tan \epsilon_R = \epsilon_R = \frac{D_R}{L_R}, \quad \tan \epsilon_S = \epsilon_S = \frac{D_S}{L_S} \quad (6.7.1)$$

αντίστοιχα. Οι ποσότητες D και L θεωρούνται θετικές ενώ οι τιμές των ϵ_R και ϵ_S είναι θετικές και πρακτικά πολύ μικρές, ώστε επιτρέπεται η προσεγγιστική γραφή της τριγωνομετρικής σχέσης (6.7.1). Με τις προαναφερθείσες συμβάσεις για τα πρόσημα, το Σχήμα 6.7.1 επιτρέπει να γράψουμε ότι

$$\frac{F_{u_R}^{a_R}}{F_{u_R}} = -\tan(\beta_m + \epsilon_R), \quad \frac{F_{u_S}^{a_S}}{F_{u_R}} = -\tan(\alpha_m - \epsilon_S) \quad (6.7.2)$$

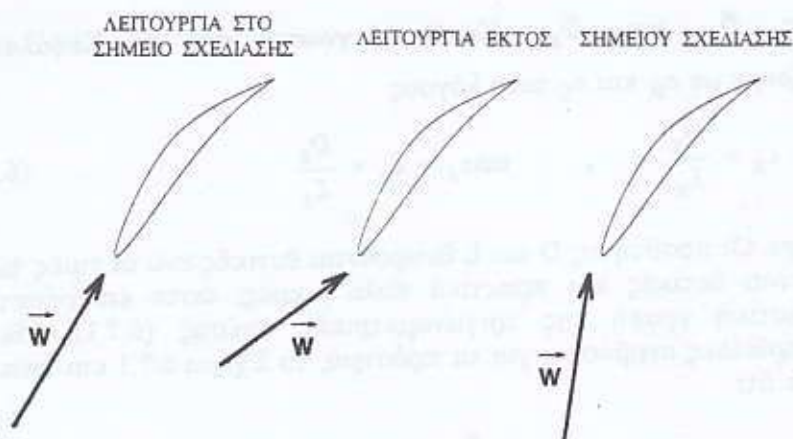
Οι γωνίες β_m και α_m σχετίζονται με το θεωρητικό βαθμό αντίδρασης μέσω των παρακάτω σχέσεων που προκύπτουν άμεσα από την (6.6.13)

$$1 - r^* = \frac{V_{u_1} + V_{u_2}}{2U} = \Phi \tan \alpha_m \quad (6.7.3)$$

$$r^* = -\frac{W_{u_1} + W_{u_2}}{2U} = -\Phi \tan \beta_m \quad (6.7.4)$$

Από την κατανόηση του Σχήματος 6.7.1 προκύπτει εύκολα ότι η γνώση των ποσοτήτων r^* και Ψ επιτρέπει τον ακριβή σχεδιασμό των τριών τριγώνων. Πρέπει να γίνει κατανοητό ότι για τον υπολογισμό των τιμών των ταχυτήτων που σχηματίζουν τα αντίστοιχα διαστατικά τρίγωνα ταχυτήτων απαιτείται, πέραν των Φ, Ψ, r^* που καθορίζουν ουσιαστικά τις γωνίες, και η γνώση ενός κινηματικού μεγέθους, δηλαδή της τιμής μιας από τις εμπλεκόμενες συνιστώσες της ταχύτητας.

Μπορούμε τώρα να δούμε μερικές συνέπειες της ανάλυσης αυτής στη γεωμετρία της βαθμίδας. Για το σκοπό αυτό, θα παρατηρήσουμε ότι στις συνθήκες λειτουργίας για τις οποίες σχεδιάστηκε μια βαθμίδα, οι γωνίες της ροής έχουν μέγεθος πολύ κοντά στις αντίστοιχες τιμές των γεωμετρικών γωνιών των πτερυγίων, όπως σχηματικά φαίνεται στο Σχήμα 6.7.2. (Το σημείο αυτό λειτουργίας λέγεται σημείο σχεδίασης, design point). Έτσι μπορούμε να θεωρούμε ότι τα τρίγωνα ταχυτήτων παριστάνουν και τη γεωμετρία της βαθμίδας. Μπορούμε τώρα να συζητήσουμε για τη μορφή της βαθμίδας για διάφορες τιμές των χαρακτηριστικών παραμέτρων



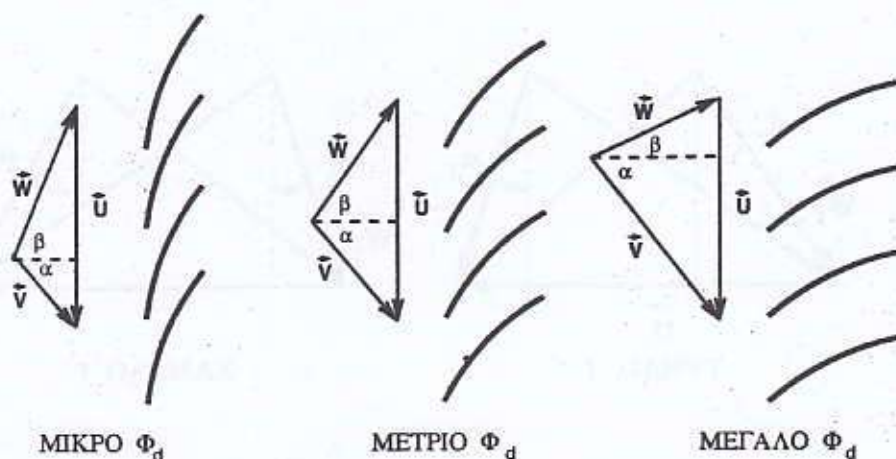
Σχήμα 6.7.2 Κατεύθυνση της ροής στο σχετικό σύστημα σχετικά με τα περιστρεφόμενα πτερύγια ενός αξονικού συμπιεστή, για λειτουργία στο σημείο σχεδίασης και εκτός αυτού.

της. Η συζήτηση που θα κάνουμε ισχύει ακριβώς για επαναληπτικές αξονικές βαθμίδες με σταθερή αξονική ταχύτητα. Τα ποιοτικά όμως συμπεράσματα που εξάγονται ισχύουν με καλή προσέγγιση για οποιαδήποτε βαθμίδα αξονικού συμπιεστή.

Η φυσική σημασία του συντελεστή παροχής Φ μπορεί να προκύψει εύκολα για την περίπτωση που η εισόδος της ροής στη βαθμίδα είναι αξονική, δηλαδή όταν $\alpha_1 = 0$. Από τη γεωμετρία του τριγώνου ταχύτητας στη θέση 1 και τη συνθήκη $\alpha_1 = 0$, οι σχέσεις (6.6.1) και (6.6.2) γράφονται στη μορφή

$$\Phi = \frac{V_a}{U} = - \frac{1}{\tan \beta_1} \quad (6.7.5)$$

Η σχέση αυτή μας δείχνει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το Φ τόσο μικρότερη είναι η γωνία β_1 . Παιρνοντας υπόψη μας ότι η κυρτότητα πτερυγίων συμπιεστή δεν είναι συνήθως μεγάλη (κυρτότητα 50° θεωρείται ήδη πολύ μεγάλη), η γωνία που σχηματίζουν τα πτερύγια με τον άξονα της μηχανής είναι ανάλογη της γωνίας β_1 . Οι παρατηρήσεις αυτές ισχύουν και αν η απόλυτη γωνία εισόδου α_1 στη βαθμίδα δεν είναι μηδενική, αλλά για την περίπτωση αυτή η διερεύνηση πρέπει να στηριχθεί στην πλήρη σχέση (6.6.2α). Έτσι, για μικρές, μεσαίες ή μεγάλες τιμές του Φ , τα πτερύγια θα



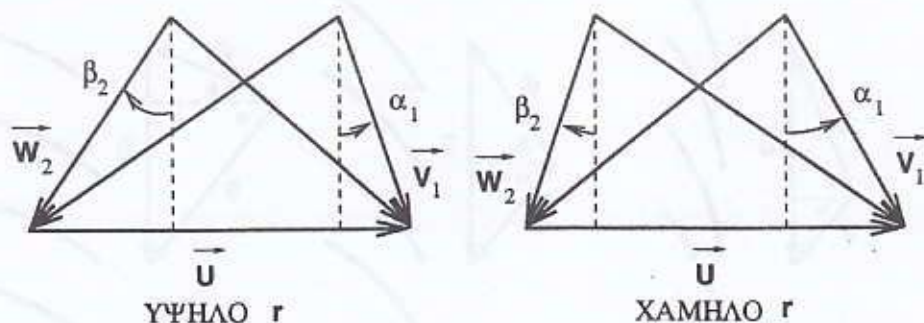
Σχήμα 6.7.3 Διάταξη των στρεφομένων πτερυγίων συμπιεστή για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου Φ_d στο σημείο σχεδίασης.

έχουν γεωμετρική διάταξη όπως αυτή που φαίνεται στο Σχήμα 6.7.3. Δηλαδή και πάλι η συσχέτιση Φ - $\tan\beta_1$ είναι της μορφής αντιστροφής αναλογίας.

Θα εξετάσουμε στη συνέχεια το πώς διαμορφώνεται η γεωμετρία της βαθμίδας για διάφορες τιμές του λόγου αντίδρασης. Αυτό μπορεί να φανεί εύκολα αν σχεδιάσουμε σε κάθε περίπτωση τα τρίγωνα ταχυτήτων της βαθμίδας. Τα τρίγωνα και οι αντιστοιχες μορφές γεωμετρίας έχουν δοθεί στο Σχήμα 4.2.1 για ένα μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή. Το ίδιο Σχήμα μπορεί να θεωρηθεί ότι χαρακτηρίζει μια βαθμίδα ενός πολυβάθμιου αξονικού συμπιεστή.

Για μια δεδομένη τιμή του συντελεστή παροχής Φ , το Σχήμα 6.7.4 παρουσιάζει τα τρίγωνα ταχυτήτων εκατέρωθεν της κινητής πτερυγώσης για μια υψηλή και μια χαμηλή τιμή του θεωρητικού βαθμού αντίδρασης. Θεωρείται ότι η περιφερειακή ταχύτητα είναι ίδια. Ο σχεδιαστής του συμπιεστή μπορεί να επιλέξει ανάμεσα στην περίπτωση

$$|\beta_2| > |\alpha_1|$$



Σχήμα 6.7.4 Τρίγωνα ταχυτήτων εκατέρωθεν της κινητής περύγωσης συμπίεστη για διάφορες τιμές του θεωρητικού βαθμού αντίδρασης.

που αντιστοιχεί σε θεωρητικό βαθμό αντίδρασης

$$r^* > \frac{1}{2}$$

οπότε η αύξηση στατικής πίεσης στην κινητή περύγωση είναι μεγαλύτερη από αυτή της σταθερής περύγωσης και στην περίπτωση

$$|\beta_2| < |\alpha_1|$$

που αντιστοιχεί σε

$$r^* < \frac{1}{2}$$

και σε αύξηση στατικής πίεσης στην κινητή περύγωση μικρότερη αυτής της σταθερής.

6.8. ΑΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΚΑΙ ΕΠΙΔΟΣΕΙΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Όπως προκύπτει από τη συζήτηση της προηγούμενης Ενότητας, όταν είναι γνωστές οι τιμές των r^* , Φ , Ψ και η ταχύτητα περιστροφής της βαθμίδας, τότε είναι πλήρως καθορισμένη η γεωμετρία της ροής διά μέσου της βαθμίδας. Μπορεί τώρα να υπολογισθεί ο βαθμός απόδοσης και η αύξηση πίεσης που δημιουργεί η βαθμίδα ως συνάρτηση των μεγεθών αυτών. Βέβαια εκτός των τριών αυτών μεγεθών είναι απαραίτητη η επιπλέον γνώση ενός μεγέθους χαρακτηριστικού των απωλειών των πτερυγώσεων της βαθμίδας. Παρακάτω παρουσιάζεται ένας τέτοιος υπολογισμός όταν είναι γνωστοί οι λόγοι λεπτότητας των κινητών και των σταθερών πτερυγίων.

Αν θεωρήσουμε επαναληπτική βαθμίδα, τότε η κινητική ενέργεια στην είσοδο και την έξοδο της είναι ίδιες, οπότε η απόδοση μπορεί να εκφρασθεί με το βαθμό απόδοσης στατικών-προς-στατικές συνθήκες. Αν επιπλέον θεωρηθεί ασυμπίεστο ρευστό, είναι δυνατό να εκφράσουμε το βαθμό απόδοσης και την αύξηση της στατικής πίεσης ως συνάρτηση των r^* , Φ , Ψ και των λόγων ϵ_S και ϵ_R της σταθερής και της κινητής πτερυγώσης, αντίστοιχα. Οι τελικές σχέσεις που προκύπτουν είναι οι

$$\eta_{s-s,C} = \Phi \left[\frac{r^* - \Phi \epsilon_R}{\Phi + \epsilon_R r^*} + \frac{1 - r^* - \Phi \epsilon_S}{\Phi + \epsilon_S (1 - r^*)} \right] \quad (6.8.1)$$

$$\Delta p_{stage} = \rho U^2 \Psi \eta_{s-s,C} \quad (6.8.2)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (5.4.5), η αύξηση της στατικής πίεσης στο ρότορα Δp_R και το στάτορα Δp_S σχετίζονται με την αξονική συνιστώσα της δύναμης σε κάθε πτερυγώση, με τη σχέση

$$\Delta p_R = p_2 - p_1 = -\frac{F_{aR}}{s}, \quad \Delta p_S = p_3 - p_2 = -\frac{F_{aS}}{s}$$

Οι μικρές τιμές των ϵ_R και ϵ_S , επιτρέπουν τη γραφή των (6.7.2) ως

$$\frac{F_{aR}}{F_{uR}} = -\frac{\tan \beta_m + \epsilon_R}{1 - \epsilon_R \tan \beta_m}, \quad \frac{F_{aS}}{F_{uS}} = -\frac{\tan \alpha_m - \epsilon_S}{1 + \epsilon_S \tan \alpha_m}$$

Για την κινητή πτερυγώση, με τις παραδοχές σταθερών U και V_α κατά μήκος αυτής, με βάση τη σχέση (5.4.1) η περιφερειακή συνιστώσα της δύναμης γράφεται

$$F_{uR} = s \rho V_\alpha (W_{u1} - W_{u2}) = s \rho V_\alpha (V_{u1} - V_{u2})$$

και με τη βοήθεια του θεωρήματος του Euler

$$V_{n_1} - V_{n_2} = \frac{h_{n_2} - h_{n_1}}{U} = U\Psi$$

οπότε

$$F_{n_2} = -s\rho\Phi\Psi U^2$$

Για τη σταθερή πτερυγώση επαναληπτικής βαθμίδας, η σχέση (5.4.1) δίνει αντίστοιχα

$$F_{n_2} = s\rho V_a (V_{n_2} - V_{n_1}) = s\rho V_a (V_{n_2} - V_{n_1}) = s\rho\Phi\Psi U^2$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις και χρησιμοποιώντας τις (6.7.3) και (6.7.4) εκφράζονται οι μεταβολές της στατικής πίεσης στις δύο πτερυγώσεις, ως

$$\Delta p_R = -\frac{-r^* + \Phi \varepsilon_R}{\Phi + \varepsilon_R r^*} \rho \Phi \Psi U^2$$

$$\Delta p_S = \frac{1 - \Phi \varepsilon_S}{\Phi + \varepsilon_S (1 - r^*)} \rho \Phi \Psi U^2$$

Η αύξηση της στατικής πίεσης σε όλη τη βαθμίδα (stage) είναι τότε

$$\Delta p_{\text{stage}} = \Delta p_R + \Delta p_S = \rho \Phi \Psi U^2 \left[\frac{r^* - \Phi \varepsilon_R}{\Phi + \varepsilon_R r^*} + \frac{1 - r^* - \Phi \varepsilon_S}{\Phi + \varepsilon_S (1 - r^*)} \right]$$

Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικών-προς-στατικές συνθήκες της βαθμίδας θα είναι τότε

$$\eta_{s-s.c} = \frac{\Delta p_{\text{stage}}}{\Delta' p_{\text{stage}}}$$

όπου η ισεντροπική αύξηση πίεσης δίνεται από την προηγούμενη σχέση για μηδενική έλκουσα δύναμη και στις δύο πτερυγώσεις (δηλαδή $\varepsilon_R = \varepsilon_S = 0$) και συνεπώς ισούται με

$$\Delta' p_{\text{stage}} = \rho \Psi U^2$$

Συνδυάζοντας τις τελευταίες σχέσεις προκύπτουν εύκολα οι εξισώσεις (6.8.1) και (6.8.2).

Από τη σχέση (6.8.1) φαίνεται ότι ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικών-προς-στατικές συνθήκες μιας βαθμίδας συμπίεστη είναι συνάρτηση των δύο λόγων έλκουσας προς άνωση ε_R και ε_S , του συντελεστή παροχής Φ και του θεωρητικού βαθμού αντίδρασης r^* . Η διερεύνηση της

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

(6.8.1) μπορεί αρχικά να γίνει αναζητώντας την τιμή εκείνη του r^* που, για δεδομένα Φ , ϵ_R , ϵ_S , δίνει το μέγιστο βαθμό απόδοσης. Έτσι η σχέση (6.8.1) παραγωγίζεται ως προς r^* και επιβάλλεται ο μηδενισμός της παραγώγου αυτής. Η έκφραση του r^* που προκύπτει, αντιστοιχεί στο μέγιστο βαθμό απόδοσης και είναι

$$r_{opt}^* = \frac{1 + \frac{\Phi}{\epsilon_S} \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \epsilon_S^2}{1 + \epsilon_R^2}} \right)}{1 + \frac{\epsilon_R}{\epsilon_S} \sqrt{\frac{1 + \epsilon_S^2}{1 + \epsilon_R^2}}} \quad (6.8.3)$$

Η σχέση αυτή απλοποιείται σημαντικά με την υπόθεση $\epsilon_S = \epsilon_R = \epsilon$, δηλαδή ότι τα κινητά και τα ακίνητα πτερύγια έχουν παρόμοια αεροδυναμική συμπεριφορά, οπότε γράφεται ως

$$r_{opt}^* = \frac{1}{2} \quad (6.8.4)$$

Δηλαδή, με την παραπάνω παραδοχή, η βέλτιστη απόδοση επιτυγχάνεται για βαθμίδα στην οποία τα κινητά και τα σταθερά πτερύγια δημιουργούν την ίδια αύξηση στατικής πίεσης. Στην περίπτωση αυτή η σχέση (6.8.1) δίνει

$$\eta_{s-s,r^*-opt} = 2\Phi \frac{1 - 2\epsilon\Phi}{\epsilon + 2\Phi} \quad (6.8.5)$$

Για δεδομένο ϵ , είναι δυνατό να προσδιορισθεί και το Φ που αντιστοιχεί στο μέγιστο βαθμό απόδοσης. Με παραγωγή της (6.8.5) ως προς Φ μπορούμε να βρούμε ότι η μέγιστη απόδοση προκύπτει για

$$\Phi = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + \epsilon^2} - \epsilon) \quad (6.8.6)$$

και ισούται με

$$\eta_{s-s,max} = 1 + 2\epsilon^2 - 2\epsilon\sqrt{1 + \epsilon^2} \quad (6.8.7)$$

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι οι παραπάνω σχέσεις προέκυψαν με τη συγκεκριμένη απαίτηση μέγιστης απόδοσης για επαναληπτική

βαθμίδα. Στην πράξη οι απαιτήσεις από μια βαθμίδα μπορεί να διαφοροποιούνται με αποτέλεσμα η βέλτιστη κάθε φορά λύση να προκύπτει από διαφορετικές απαιτήσεις. Οι σχέσεις (6.8.1) και (6.8.2) πρέπει να εφαρμοσθούν τότε, κατά παρόμοιο τρόπο με αυτόν που εφαρμόστηκε παραπάνω, για τον υπολογισμό των αντίστοιχων μεγεθών. Πρέπει τέλος να υπενθυμίσουμε ότι η ανάλυση που κάνουμε εδώ γίνεται με συγκεκριμένες παραδοχές. Έτσι τα συμπεράσματα που προέκυψαν ισχύουν ακριβώς όταν ισχύουν αυτές οι παραδοχές, ενώ έχουν ποιοτική και μόνο ισχύ στη γενική περίπτωση βαθμίδων συμπιεστή.

6.9. ΑΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Χαρακτηριστικές καμπύλες βαθμίδας ονομάζονται καμπύλες που περιγράφουν τη λειτουργία της βαθμίδας σε διάφορα σημεία λειτουργίας. Δείχνουν για παράδειγμα πώς μεταβάλλεται ο λόγος πίεσης και ο βαθμός απόδοσης, όταν μεταβάλλεται η παροχή ενός συμπιεστή που δουλεύει με σταθερές στροφές. Οι καμπύλες αυτές συνήθως παρουσιάζονται για τις αδιάστατες παραμέτρους που έχουμε ορίσει παραπάνω, στη μορφή διαγραμμάτων του Ψ και του βαθμού απόδοσης η (θα χρησιμοποιείται για λόγους συντομίας αντί του $\eta_{s-s,C}$ που χρησιμοποιούσαμε μέχρι τώρα) ως συναρτήσεις του Φ .

Η εξάρτηση του Ψ από το Φ εκφράζεται από τη σχέση (6.6.5) η οποία επαναλαμβάνεται εδώ για λόγους πληρότητας

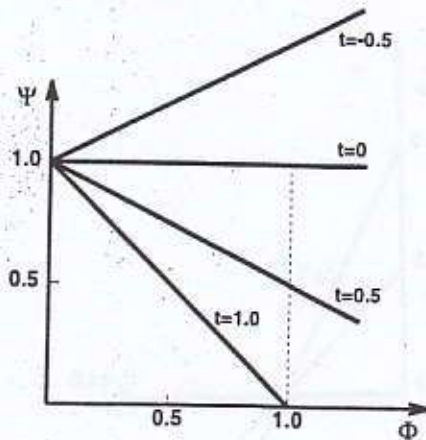
$$\Psi = 1 + \Phi (\tan\beta_2 - \tan\alpha_1)$$

Η απόλυτη γωνία εισόδου στη βαθμίδα είναι ίση με τη γωνία εξόδου από την προηγούμενη σταθερή πτερύγωση (ή τα οδηγία πτερύγια εξόδου αν πρόκειται για την πρώτη βαθμίδα), ενώ η γωνία β_2 είναι η σχετική γωνία εξόδου από τα περιστρεφόμενα πτερύγια. Και οι δύο αυτές γωνίες μπορούν να θεωρηθούν ότι παραμένουν ουσιαστικά σταθερές για μια ευρεία περιοχή λειτουργίας. Με αυτή την υπόθεση ορίζεται η παράμετρος

$$t = \tan\alpha_1 - \tan\beta_2$$

που έχει θετική τιμή, δεδομένου ότι σε βαθμίδες συμπιεστών η γωνία β_2 είναι συνήθως αρνητική ενώ η α_1 είναι θετική. Η σχέση (6.6.5) γράφεται ως εξής

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



Σχήμα 6.9.1 Απλοποιημένη χαρακτηριστική βαθμίδας αξονικού συμπίεστη για διάφορες τιμές της παραμέτρου t .

$$\Psi = 1 - \Phi t \quad (6.9.1)$$

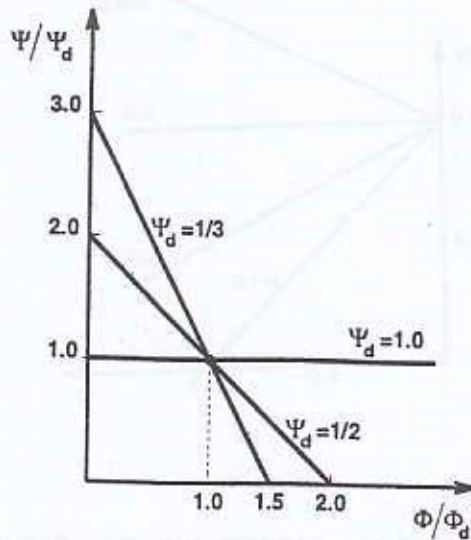
και δείχνει ότι η καμπύλη Φ - Ψ είναι μια ευθεία γραμμή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.9.1.

Ενας εναλλακτικός τρόπος γραφής της (6.9.1) προκύπτει αν θεωρήσουμε δεδομένες τις τιμές των Ψ_d , Φ_d για το σημείο σχεδίασης της βαθμίδας. Εφαρμόζοντας την (6.9.1) στο σημείο αυτό, υπολογίζεται η τιμή του t ως συνάρτηση των Ψ_d , Φ_d οπότε η (6.9.1) γίνεται

$$\Psi = 1 + \Phi \frac{\Psi_d - 1}{\Phi_d} \quad (6.9.2)$$

που μπορεί επίσης να γραφεί και ως

$$\frac{\Psi}{\Psi_d} = \frac{1}{\Psi_d} + \frac{\Phi}{\Phi_d} \left(1 - \frac{1}{\Psi_d} \right) \quad (6.9.3)$$

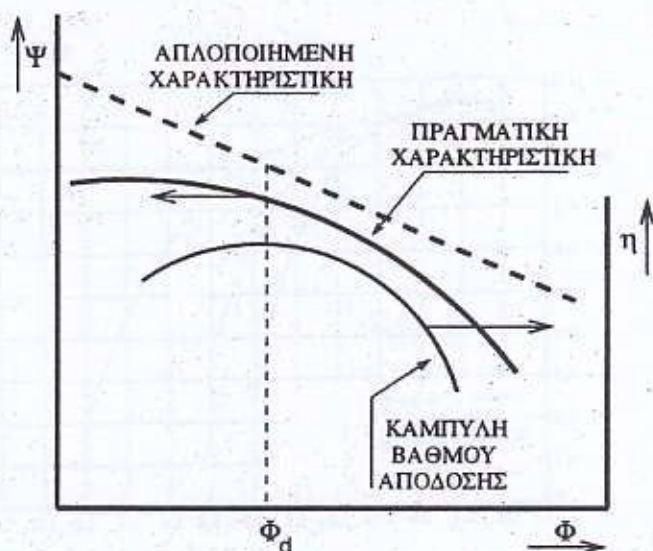


Σχήμα 6.9.2 Επίδραση της τιμής του Ψ στη μορφή της απλοποιημένης χαρακτηριστικής ενός αξονικού συμπιεστή.

Το πλεονέκτημα αυτού του τρόπου γραφής είναι ότι μπορούμε να εκφράσουμε τις χαρακτηριστικές με παράμετρο τις συνθήκες του σημείου σχεδίασης, όπως για παράδειγμα φαίνεται στο Σχήμα 6.9.2. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση από το σχήμα αυτό είναι ότι η χαρακτηριστική γίνεται πολύ "απότομη" για μικρές τιμές του Ψ_d , που σημαίνει ότι η βαθμίδα έχει ένα περιορισμένο εύρος λειτουργίας ως προς το συντελεστή παροχής.

Σε πραγματικές βαθμίδες η υπόθεση σταθερών γωνιών ισχύει μόνο σε μια στενή περιοχή γύρω από το σημείο σχεδίασης. Έτσι η πραγματική χαρακτηριστική παίρνει μια μη-γραμμική μορφή όπως αυτή του Σχήματος 6.9.3.

Όσον αφορά το βαθμό απόδοσης, η σχέση εξάρτησής του από αδιάστατες παραμέτρους είναι η (6.8.1). Αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για δημιουργία των καμπυλών η - Φ . Αντίστοιχα, μπορεί να γίνει διερεύνηση της εξάρτησης του βαθμού απόδοσης από αδιάστατες παραμέτρους. Εδώ δεν πρόκειται όμως να προχωρήσουμε σε παραπέρα τέτοια διερεύνηση, αλλά



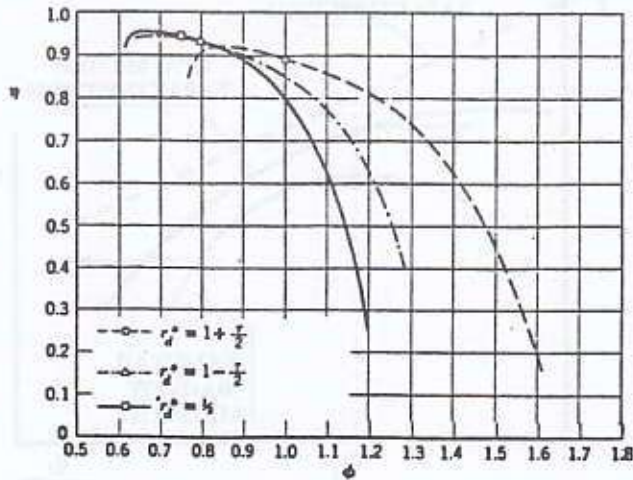
Σχήμα 6.9.3 Απλοποιημένη και πραγματική χαρακτηριστική βαθμίδας συμπίεστη.

απλά θα παρουσιάσουμε τυπικά παραδείγματα χαρακτηριστικών η - Φ στο Σχήμα 6.9.4.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της ευρύτατα χρησιμοποιούμενης βαθμίδας συμπίεστη με θεωρητικό βαθμό αντίδρασης ίσο με 50% ($r = 0.50$). Όπως αναλύθηκε και στην Ενότητα 6.8, για $r = 0.50$, υπό την προϋπόθεση ίδιας αεροδυναμικής συμπεριφοράς της ακίνητης και της κινητής πτερύγωσης, εξασφαλίζεται βέλτιστη απόδοση της βαθμίδας. Από τη συνδυασμένη σχεδίαση των τριγώνων ταχυτήτων του ρότορα και του στάτορα που δόθηκε στο Σχήμα 6.7.1, προκύπτει ότι το μέσο τρίγωνο ταχύτητας είναι ισοσκελές, αφού τα σημεία A και B ισαπέχουν από το ίχνος του ύψους του τριγώνου. Με τις γνωστές παραδοχές σταθερής αξονικής ταχύτητας V_α και γραμμικής ταχύτητας περιστροφής U , η σχέση (6.6.14) για $r = 0.50$ δίνει

$$\beta_2 = -\alpha_1 \quad (6.9.4)$$

ή ισοδύναμα



Σχήμα 6.9.4 Τυπικό παράδειγμα χαρακτηριστικής $\eta = \eta(\Phi)$ και διερεύνηση του ρόλου του θεωρητικού βαθμού αντίδρασης γ^* σ'αυτές.

$$\tan\beta_2 = -\tan\alpha_1$$

Η τελευταία σχέση συμβαδίζει με την προηγούμενη παρατήρηση ότι το μέσο τρίγωνο ταχυτήτων είναι ισοσκελές και κατ'επέκταση ισχύει ότι

$$\beta_m = -\alpha_m \quad (6.9.5)$$

Η σχέση (6.9.4) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απαλειφή μιας από τις δύο γωνίες ροής που εμπλέκονται στη σχέση (6.6.5). Έτσι για την περίπτωση της βαθμίδας με $\gamma^* = 0.50$ ισχύουν εναλλακτικά οι παρακάτω δυο σχέσεις

$$\Psi = 1 - 2\Phi \tan\alpha_1 \quad (6.9.6)$$

$$\Psi = 1 + 2\Phi \tan\beta_2 \quad (6.9.7)$$

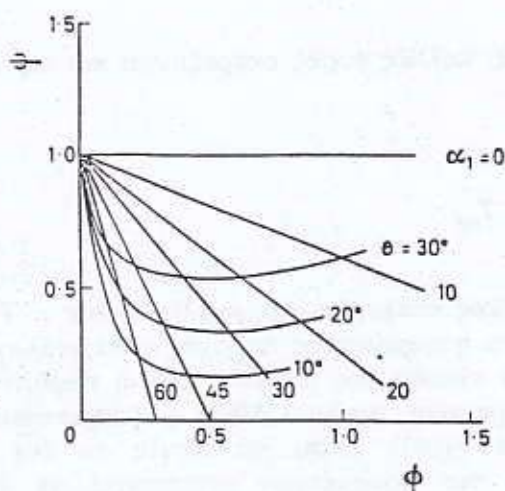
Η γεωμετρική ερμηνεία του Σχήματος (6.7.1) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, για την περίπτωση που μελετάμε, η γωνία στροφής της

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

ροής είναι κοινή για το απόλυτο και το σχετικό σύστημα αναφοράς, δηλαδή

$$\theta = \beta_1 - \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (6.9.8)$$

Έτσι μπορούμε να σχεδιάσουμε τις αδιάστατες χαρακτηριστικές βαθμίδας συμπίεστη με βαθμό αντίδρασης 50%, στο Σχήμα 6.9.5. Στο σχήμα αυτό απεικονίζεται γραφικά η σχέση (6.9.6), ως ευθείες γραμμές αρνητικής κλίσης ως προς τον οριζόντιο άξονα, ενώ συγχρόνως σχεδιάζονται καμπύλες σταθερής γωνίας απόκλισης θ της ροής. Οι καμπύλες αυτές αποτελούν γραφικό βοήθημα για τη σχεδίαση τέτοιων βαθμίδων συμπίεστη, αφού η γωνία θ υπολογίζεται γραφικά για δεδομένα Φ και α_1 . Είναι χαρακτηριστικό ότι, αυξάνοντας το συντελεστή παροχής Φ για δεδομένη γωνία εισόδου α_1 της ροής, ελαττώνεται ο συντελεστής φόρτισης Ψ της βαθμίδας και συγχρόνως η γωνία απόκλισης της ροής στην κινητή πτερυγωση.



Σχήμα 6.9.5 Αδιάστατες χαρακτηριστικές βαθμίδας συμπίεστη με θεωρητικό βαθμό αντίδρασης $r = 0.50$.

6.10. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Οι καμπύλες που παρουσιάσαμε προηγούμενα παρουσιάζουν τη

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

συσχέτιση χαρακτηριστικών αδιάστατων παραμέτρων μιας βαθμίδας. Ενώ παρέχουν σημαντικές πληροφορίες σχετικά με το είδος σχεδίασης της βαθμίδας, δε δίνουν άμεση εποπτεία φυσικών μεγεθών που συνδέονται με τη λειτουργία του συμπιεστή. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται εναλλακτικά καμπύλες που συνδέουν μεγέθη με άμεση σημασία για τη λειτουργία του συμπιεστή. Έτσι οι χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας συνήθως παρουσιάζονται ως καμπύλες που δίνουν το λόγο πίεσης και το βαθμό απόδοσης συναρτήσει της παροχής μάζας του συμπιεστή. Επειδή τα μεγέθη αυτά επηρεάζονται από τις συνθήκες που επικρατούν στην είσοδο της μηχανής, είναι σκόπιμη μια τέτοια αναγωγή τους έτσι ώστε να απαλειφθεί αυτή η εξάρτηση. Έτσι οι καμπύλες λειτουργίας παρουσιάζονται ως ένα σύνολο καμπυλών που δίνουν το λόγο πίεσης p_c και τον

βαθμό απόδοσης η , συναρτήσει της ανηγμένης παροχής $\dot{m} \sqrt{T_{t1}/P_{t1}}$, (όπου \dot{m} η παροχή, T_{t1}, P_{t1} η ολική θερμοκρασία και πίεση στην είσοδο της

βαθμίδας) για σταθερές τιμές των ανηγμένων στροφών $N \sqrt{T_{t1}}$. Οι

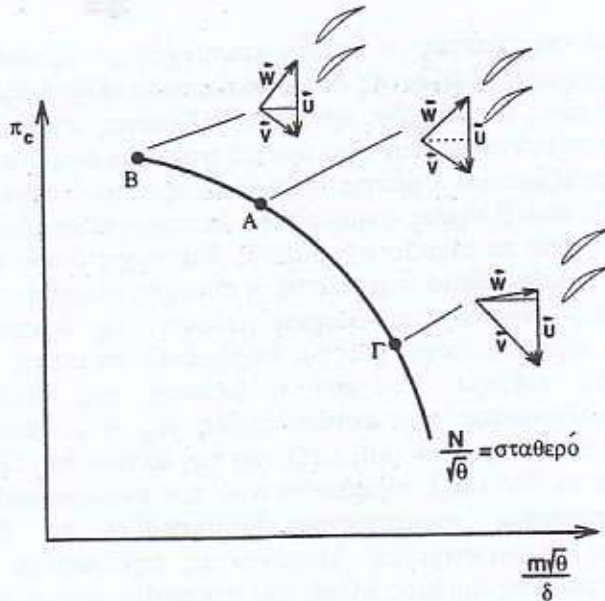
ανηγμένες ποσότητες, πολλές φορές εκφράζονται και ως $\dot{m} \sqrt{\theta}/\delta$, $N/\sqrt{\theta}$ όπου

$$\delta = \frac{P_{t1}}{P_{ref}} \quad , \quad \theta = \frac{T_{t1}}{T_{ref}} \quad (6.10.1)$$

ενώ P_{ref}, T_{ref} οι συνθήκες αναφοράς ($P_{ref}=1.01325 \text{ bar}$, $T_{ref}=288.15 \text{ K}$). Εδώ θα πούμε μόνο ότι η παράμετρος παροχής είναι ανάλογη του αριθμού Mach της ροής στην είσοδο της μηχανής ενώ η παράμετρος στροφών ανάλογη του περιφερειακού αριθμού Mach (= (περιφερειακή ταχύτητα πτερυγίων)/(ταχύτητα ήχου)). Έτσι, λειτουργία σε ένα συγκεκριμένο ζεύγος τιμών αυτών των παραμέτρων αντιστοιχεί σε όμοια τρίγωνα ταχυτήτων.

Μια τυπική μορφή χαρακτηριστικής καμπύλης η οποία αντιστοιχεί σε σταθερό αριθμό στροφών φαίνεται στο Σχήμα 6.10.1. Με τη βοήθειά της, θα συζητήσουμε για τη μορφή της χαρακτηριστικής ορίζοντας συγχρόνως κάποια χαρακτηριστικά σημεία της. Ξεκινάμε από το σημείο λειτουργίας με τη μέγιστη απόδοση, δηλαδή το σημείο Α. Σ' αυτό το σημείο η ροή έχει κατεύθυνση που είναι πολύ κοντά στην κατεύθυνση των γεωμετρικών γωνιών των πτερυγίων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.7.3.

Ελαττώνοντας την παροχή αυξάνεται ο λόγος πίεσης, (με ταυτόχρονη



Σχήμα 6.10.1 Τυπική μορφή χαρακτηριστικής σταθερών στροφών και αντίστοιχα τρίγωνα ταχυτήτων στην είσοδο της κινητής πτερύγωσης.

πτώση του βαθμού απόδοσης) μέχρι μια μέγιστη τιμή, που αντιστοιχεί στο σημείο B. Η μεταβολή στην κατεύθυνση της ροής και το τρίγωνο ταχύτητας φαίνεται στο Σχήμα 6.10.1. Παραπέρα ελάττωση της παροχής θα οδηγούσε σε ελάττωση του λόγου πίεσης λόγω υπέρμετρης αύξησης των απωλειών. Η περιοχή λειτουργίας όμως αριστερά του σημείου B ουσιαστικά δεν επιτυγχάνεται γιατί στην περιοχή του σημείου μέγιστου λόγου πίεσης έχουμε την εμφάνιση φαινομένων ασταθούς λειτουργίας που οδηγούν σε πλήρη αναδιάταξη της ροής, όπως θα συζητήσουμε παρακάτω. Αντίστοιχα αύξηση της παροχής από το σημείο A οδηγεί σε ελάττωση των λόγων πίεσης και απόδοσης, με αντίστοιχη μεταβολή του τριγώνου ταχύτητας όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.10.1. Η καμπύλη αυτή συνήθως γίνεται κατακόρυφη σε κάποια τιμή παροχής, λόγω της εμφάνισης στραγγαλισμού (τοπικός αριθμός Mach=1) σε κάποια διατομή μεταξύ πτερυγίων.

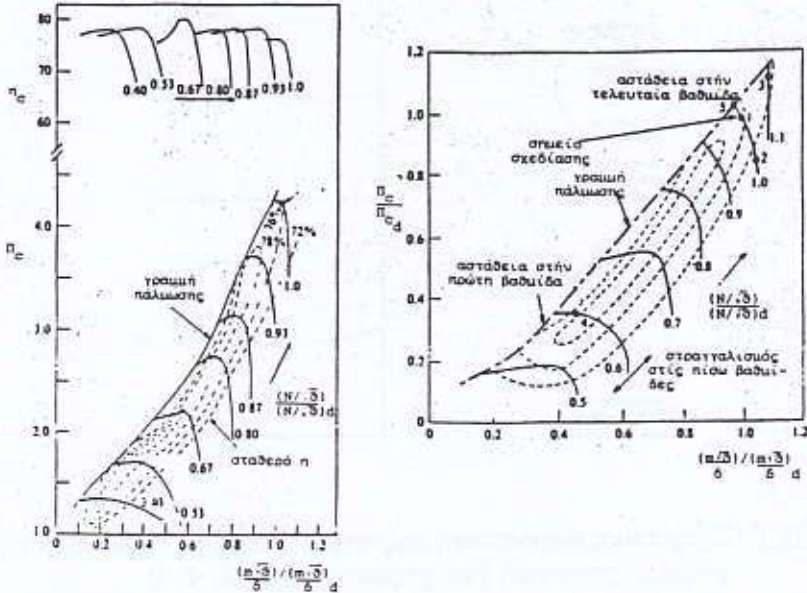
6.11. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΩΝ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ

Πολυβάθμιοι συμπιεστές οι οποίοι επιτυγχάνουν υψηλούς λόγους πίεσης δημιουργούνται συνδυάζοντας διαδοχικά πολλαπλές βαθμίδες στον ίδιο άξονα. Καθώς όλες οι βαθμίδες είναι συνδεδεμένες στον ίδιο άξονα και συνεπώς περιστρέφονται με τον ίδιο αριθμό στροφών ενώ διακινούν την ίδια παροχή εργαζόμενου μέσου, παρουσιάζονται συγκεκριμένοι περιορισμοί όταν ο πολυβάθμιος συμπιεστής λειτουργεί σε διαφορετικά σημεία λειτουργίας από το σημείο σχεδίασης. Καταρχή, όπως αναλύθηκε προηγουμένα για το μονοβάθμιο συμπιεστή, η συνεχής αύξηση της πίεσης μέσα στις βαθμίδες συνεπάγεται διαρκή μείωση της δακτυλιοειδούς διατομής ώστε η αξονική ταχύτητα να παραμένει σταθερή, καθώς η πυκνότητα συνεχώς αυξάνει. Το εάν η μείωση της διατομής θα πραγματοποιηθεί αυξάνοντας την ακτίνα ποδός R_H ή μειώνοντας την ακτίνα κεφαλής R_T του πτερυγίου (και μαζί της την ακτίνα του εξωτερικού κελύφους R_S) ή και τα δύο μαζί, εξαρτάται από τον κατασκευαστή. Κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις παρουσιάζει τα δικά της πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Μειώνοντας την ακτίνα κεφαλής, μειώνεται ο περιφερειακός αριθμός Mach του πτερυγίου και με τον τρόπο αυτό μειώνεται ο λόγος πίεσης των επόμενων βαθμίδων. Αυξάνοντας την ακτίνα ποδός του πτερυγίου, οι τάσεις που καταπονούν το δίσκο στήριξης των πτερυγίων γίνονται σημαντικά μεγαλύτερες.

Όταν έχουμε πολλές αξονικές βαθμίδες στη σειρά, για συγκρότηση ενός πολυβάθμιου συμπιεστή, τότε το πεδίο χαρακτηριστικών του έχει μορφή παρόμοια με αυτήν της απλής βαθμίδας. Έχει όμως περιοχή ωφέλιμης λειτουργίας με πολύ μικρότερο εύρος παροχών μάζας. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό μπορεί να γίνει αντιληπτός αν αφενός μεν ληφθεί υπόψη ότι η παροχή μάζας που περνά από όλες τις βαθμίδες είναι η ίδια, και αφετέρου θεωρήσουμε τις αδιάστατες χαρακτηριστικές κάθε βαθμίδας.

Όταν η μηχανή λειτουργεί στο σημείο σχεδίασης, τότε κάθε βαθμίδα λειτουργεί στο δικό της σημείο σχεδίασης. Αν τώρα ελαττωθεί η παροχή, τότε έχουμε ελάττωση της αξονικής ταχύτητας. Επειδή αυξάνεται ο λόγος πίεσης της πρώτης βαθμίδας, έχουμε αύξηση της πυκνότητας στην έξοδό της, με αποτέλεσμα ακόμα μεγαλύτερη ελάττωση του συντελεστή παροχής στη δεύτερη βαθμίδα. Το ίδιο επαναλαμβάνεται κατά μήκος των υπολοίπων βαθμίδων, με αποτέλεσμα η τελευταία βαθμίδα να παρουσιάζει μια απόκλιση από τις ονομαστικές συνθήκες πολύ μεγαλύτερη απ'ότι η πρώτη. Έτσι, κάποια από τις τελευταίες βαθμίδες μπορεί να εισέλθει στην περιοχή ασταθούς λειτουργίας πολύ πριν αυτό συμβεί στην πρώτη βαθμίδα. Αντίστοιχα φαινόμενα συμβαίνουν στην περίπτωση αύξησης της παροχής από το σημείο σχεδίασης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η ωφέλιμη περιοχή παροχών του πολυβάθμιου συμπιεστή να είναι ένα μέρος μόνο της ωφέλιμης περιοχής παροχών της πρώτης βαθμίδας του, γύρω από το

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



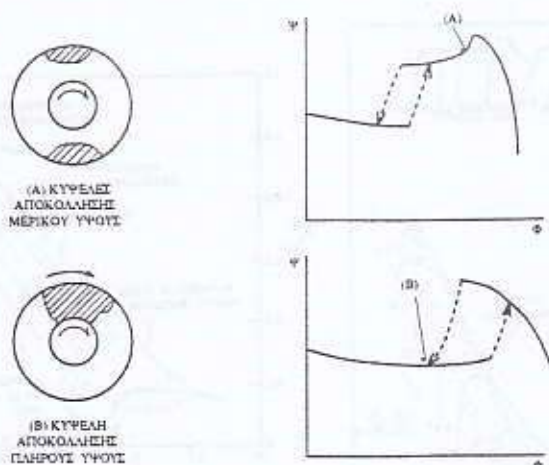
Σχήμα 6.11.1 Τυπική μορφή του πεδίου χαρακτηριστικών ενός πολυβάθμιου συμπιεστή. Στο Σχήμα τονίζονται οι συγκεκριμένες περιοχές λειτουργίας.

σημείο σχεδίασης της.

Η παραπάνω ανάλυση αναφέρεται στις αδιάστατες χαρακτηριστικές και δεν περικλείει φαινόμενα συμπίεστούτητας λόγω μεταβολής των στροφών. Παιρνοντας υπόψη αυτή τη μεταβολή, μπορούμε να χαρακτηρίσουμε διάφορες περιοχές πάνω στο πεδίο χαρακτηριστικών του πολυβάθμιου συμπιεστή. Παραπέρα συζήτηση όμως ξεφεύγει από τα πλαίσια του παρόντος και απλά δίνουμε μια τυπική μορφή του πεδίου χαρακτηριστικών στο Σχήμα 6.11.1.

6.12. ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΑΣΤΑΘΟΥΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ

Εδώ θα δώσουμε μια σύντομη περιγραφή των φαινομένων που εμφανίζονται όταν το σημείο λειτουργίας του συμπιεστή φτάσει στα όρια της ασταθούς λειτουργίας. Τα φαινόμενα που εμφανίζονται είναι δύο ειδών: περιστροφική αποκόλληση και πάλμωση.



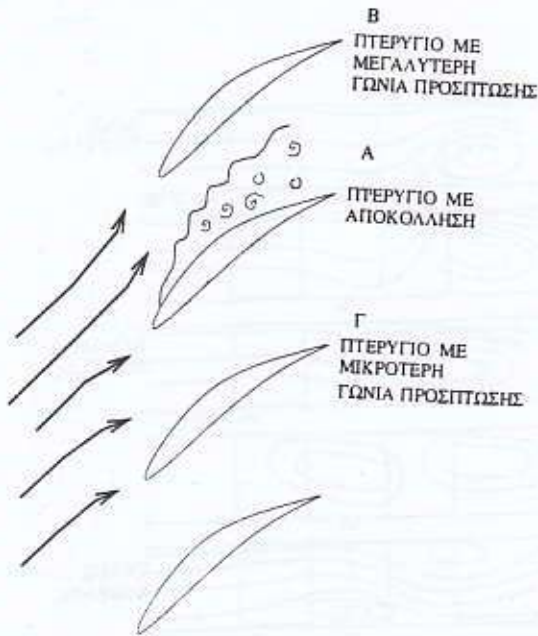
Σχήμα 6.12.1 Σχηματική παράσταση της περιστροφικής αποκόλλησης και αντίστοιχη μορφή των χαρακτηριστικών Φ - Ψ .

Στην περιστροφική αποκόλληση (rotating stall) έχουμε ανάπτυξη κυψελών αποκολλημένης ροής που περιστρέφονται περιφερειακά με ταχύτητα μικρότερη της ταχύτητας περιστροφής του άξονα (συνήθως μεταξύ 30% και 50% της ταχύτητας αυτής) και με την ίδια φορά περιστροφής. Καθώς οι αποκολλημένες κυψέλες δεν καταλαμβάνουν όλη τη δακτυλιοειδή διατομή αλλά κινούνται με ένα ποσοστό μόνο της ταχύτητας περιστροφής του άξονα, την περιφερειακή τους κίνηση αντιλαμβάνονται και η σταθερή και η κινητή πτερυγώση του συμπιεστή, ο καθένας στο δικό του σύστημα αναφοράς. Για το λόγο αυτό, η περιστροφική αποκόλληση προκαλεί ταλαντώσεις και στις δύο αυτές πτερυγώσεις, που σε μηχανές υψηλής ταχύτητας είναι καταστρεπτικές.

Ενώ μπορούμε να έχουμε τοπικά αντιστροφή της ροής σε ένα μέρος της περιφέρειας του συμπιεστή, η συνολική παροχή παραμένει θετική. Σχηματική παράσταση της διάταξης της ροής δίνεται στο Σχήμα 6.12.1.

Ελαττώνοντας την παροχή μάζας που διαρρέει το συμπιεστή σε τιμές χαμηλότερες του σημείου σχεδίασης, η περιστροφική αποκόλληση εμφανίζεται αρχικά συνήθως ως "μερική αποκόλληση", δημιουργώντας ένα πολύ μικρό αριθμό κυψελών που καταλαμβάνουν μικρό τμήμα της διατομής. Κάθε επιπλέον ελάττωση της παροχής μάζας, προκαλεί αύξηση του

ΑΕΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

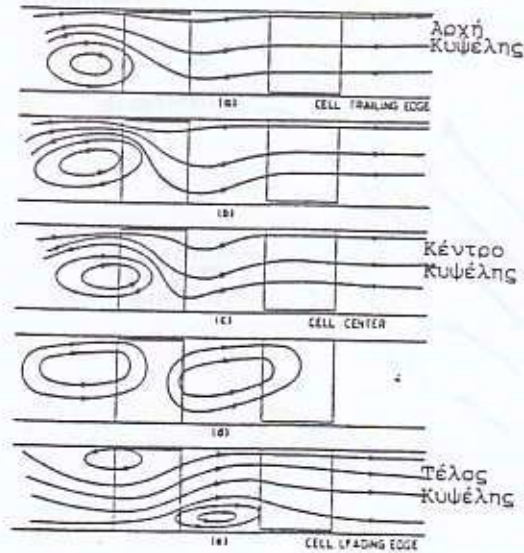


Σχήμα 6.12.2 Φυσική ερμηνεία της εμφάνισης του φαινομένου της περιστροφικής αποκόλλησης.

αριθμού των περιστρεφόμενων κυψελών, ενώ μειώνεται ο λόγος πίεσης του συμπιεστή. Για μια συγκεκριμένη χαμηλή τιμή του συντελεστή παροχής συμβαίνει η μετάβαση σε "πλήρη αποκόλληση", κατά την οποία η ροή στα πτερύγια είναι αποκολλημένη σε όλο τους το ύψος, ενώ ταυτόχρονα ελαττώνεται ακόμα περισσότερο ο λόγος πίεσης. Αν επιχειρηθεί η αύξηση ξανά της παροχής του συμπιεστή, η κατάσταση της "μερικής αποκόλλησης" μπορεί να επανέλθει, αλλά αυτό θα συμβεί σε υψηλότερη παροχή από αυτή στην οποία έγινε προηγούμενα η μετάβαση σε "πλήρη αποκόλληση". Στο Σχήμα 6.12.1 σχεδιάζεται η επαναφορά αυτή στη μορφή ενός βρόγχου υστέρησης.

Ο αριθμός των κυψελών αποκόλλησης μπορεί να διαφέρει ανάλογα με το συμπιεστή, όμως σε πολυβάθμιους συμπιεστές υψηλών ταχυτήτων συνήθως εμφανίζεται μια μόνο κυψέλη.

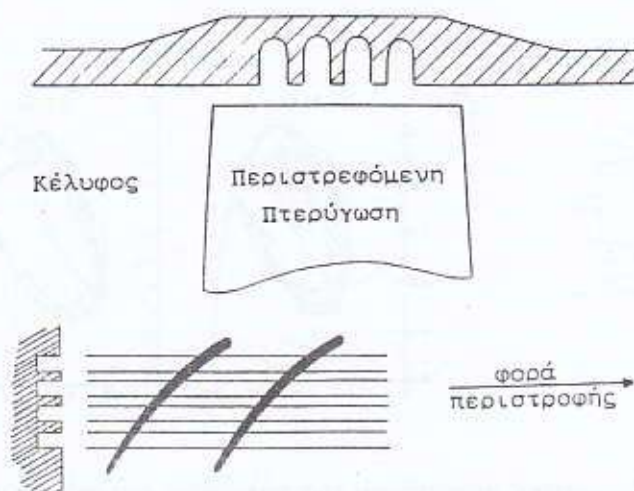
Μια φυσική ερμηνεία της εμφάνισης του φαινομένου της περιστροφικής αποκόλλησης φαίνεται στο Σχήμα 6.12.2. Το σχήμα αυτό δείχνει ότι αν εμφανισθεί αποκόλληση σε ένα μεμονωμένο πτερύγιο Α, η αποκόλληση αυτή θα επηρεάσει τα γειτονικά πτερύγια. Το πτερύγιο Β που



Σχήμα 6.12.3 Μορφή του πεδίου ροής στην περιοχή της κυψέλης αποκόλλησης, για μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή σε κατάσταση "ισχυρής αποκόλλησης".

βρίσκεται στην αμέσως επόμενη θέση από την πλευρά υποπίεσης θα δεχθεί τη ροή με μεγαλύτερη γωνία πρόσπτωσης. Αντίθετα, το γειτονικό πτερύγιο Γ προς την πλευρά υπερπίεσης θα λειτουργήσει με μικρότερη γωνία πρόσπτωσης. Η αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης στο πτερύγιο Β προκαλεί σε αυτό αποκόλληση. Η αποκόλληση αυτή έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της γωνία πρόσπτωσης στο Α (όπως συνέβαινε το πτερύγιο Γ λόγω της αποκόλλησης του Α). Η μείωση της γωνίας πρόσπτωσης οδηγεί σε επανακόλληση της ροής στο πτερύγιο Α. Βλέπουμε λοιπόν ότι η αποκόλληση στο πτερύγιο Α ουσιαστικά μετακινήθηκε στο πτερύγιο Β από όπου θα συνεχίσει τη μετακίνηση με τον ίδιο τρόπο. Αυτό σημαίνει ότι αναπτύσσεται μια περιστρεφόμενη αποκόλληση, όταν η πτερύγωση είναι διατεταγμένη σε μια κυλινδρική επιφάνεια, δηλαδή είναι περιφερειακή.

Η παραπάνω ερμηνεία είναι αρκετά απλοποιημένη και ουσιαστικά καλύπτει ποιοτικά την περίπτωση ενός συγκεκριμένου τύπου περιστροφικής αποκόλλησης, της ασθενούς περιστροφικής αποκόλλησης. Με αντίστοιχο τρόπο μπορεί να ερμηνευθεί η περιστροφή άλλων τύπων περιστρο-

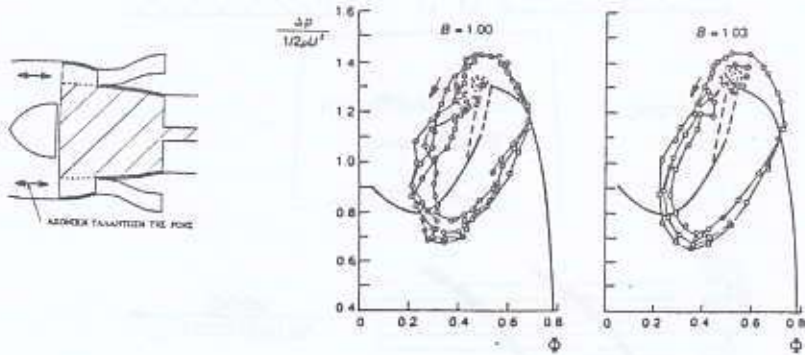


Σχήμα 6.12.4 Παθητικός έλεγχος για καθυστέρηση εμφάνισης της περιστροφικής αποκόλλησης.

φικής αποκόλλησης, οι οποίοι χαρακτηρίζονται από σημαντική πολυπλοκότητα του πεδίου ροής μέσα στο συμπιεστή και έχουν έντονα τριδιάστατο χαρακτήρα. Για παράδειγμα, η μορφή του πεδίου ροής στην περιοχή της κυψέλης αποκόλλησης, για την επονομαζόμενη "ισχυρή αποκόλληση", σε μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή φαίνεται στο Σχήμα 6.12.3.

Η κατανόηση τόσο των αιτιών της εμφάνισης της περιστροφικής αποκόλλησης όσο και του ακριβούς μηχανισμού οργάνωσης της ροής όταν έχουν αναπτυχθεί οι κυψέλες, δεν είναι πλήρως κατανοητά, σήμερα. Παρόλο που συγκεκριμένα είδη αποκόλλησης σε συγκεκριμένες διατάξεις συμπιεστών είναι πλήρως κατανοητά, στους πολυβάθμιους συμπιεστές αεροστροβίλων ο μηχανισμός είναι ακόμα σε φάση διερεύνησης. Εντούτοις, έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι που επιτρέπουν την καθυστέρηση της εμφάνισης της περιστροφικής αποκόλλησης. Υπάρχουν μέθοδοι "παθητικού ελέγχου", όπως για παράδειγμα η επεξεργασία του κελύφους στην περιοχή μπροστά από τα στρεφόμενα πτερύγια, Σχήμα 6.12.4. Πρόσφατα έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι "ενεργού ελέγχου" (active control). Η γενική αρχή τέτοιων μεθόδων βασίζεται στην παραγωγή κυμάτων με φάση αντίθετη με τα κύματα που σχετίζονται με την περιστροφική αποκόλληση, έτσι ώστε με συμβολή τα δεύτερα να εξουδετερώνονται.

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



Σχήμα 6.12.5 Σχηματική παράσταση της πάλμωσης και αντίστοιχη τροχιά του σημείου λειτουργίας στο πεδίο των χαρακτηριστικών

Στην πάλμωση (surge) έχουμε συνολικές ταλαντώσεις της ροής δια μέσου του δακτυλιοειδούς αγωγού του συμπιεστή όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.12.5. Η ροή μπορεί να παραμένει παρ'όλα αυτά συμμετρική γύρω από την περιφέρεια του συμπιεστή. Έτσι έχουμε για μέρος του χρόνου ροή από την είσοδο προς την έξοδο του συμπιεστή και για μέρος του χρόνου το αντίστροφο. Η περιοδική αυτή μεταβολή έχει συχνότητες πολύ μικρότερες από αυτές της περιστροφικής αποκόλλησης. Οι συχνότητες αυτές δε σχετίζονται μόνο με τα χαρακτηριστικά του ίδιου του συμπιεστή αλλά και του κυκλώματος με το οποίο είναι συνδεδεμένος. Η διαδρομή που ακολουθεί το σημείο λειτουργίας πάνω στο πεδίο χαρακτηριστικών φαίνεται επίσης στο Σχήμα 6.12.5. Ας σημειωθεί ότι εδώ το σημείο λειτουργίας μετακινείται γιατί η μέση περιφερειακή τιμή της παροχής μεταβάλλεται χρονικά. Αυτό δε συμβαίνει στην περίπτωση της περιστροφικής αποκόλλησης, όπου η μέση περιφερειακή παροχή παραμένει σταθερή.

Και οι δυο τύποι ασταθούς λειτουργίας είναι ανεπιθύμητοι, γιατί συνδέονται με μια σημαντική πτώση του βαθμού απόδοσης και εμφάνιση περιοδικών φαινομένων που προκαλούν κατασκευαστικές ταλαντώσεις. Η πτώση της απόδοσης στην περιστροφική αποκόλληση σε συμπιεστές υψηλής ταχύτητας συνοδεύεται από μεγάλες αυξήσεις θερμοκρασίας, που συνδυαζόμενες με τις ταλαντώσεις μπορεί να οδηγήσουν σε ολοσχερή καταστροφή του συμπιεστή. Από την άλλη μεριά, η αναστροφή της ροής που παρατηρείται στην πάλμωση, όταν ο συμπιεστής ακολουθείται

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

από θάλαμο καύσεως σε μικρή απόσταση, μπορεί να οδηγήσει σε αναρρόφηση της φλόγας με πιθανό αποτέλεσμα την καταστροφή του συμπιεστή. Τέλος σε φυσητήρες, με μικρούς λόγους πίεσης και αριθμούς στροφών, είναι δυνατή η λειτουργία τους στην περιοχή ασταθούς λειτουργίας, με μειωμένες βέβαια επιδόσεις, αλλά χωρίς κίνδυνο καταστροφής του συμπιεστή.

Είναι δυνατό να προβλεφθεί η συμπεριφορά ενός συμπιεστή από τη στιγμή που το σημείο λειτουργίας του διασχίσει το όριο ευσταθούς λειτουργίας, και μάλιστα να βρεθεί κατά πόσο θα έχουμε ασταθή λειτουργία σε πάλμωση ή σε περιστροφική αποκόλληση. Το ποιά από τα δυο φαινόμενα θα συμβεί καθορίζεται από την τιμή μιας παραμέτρου B , που λέγεται παράμετρος του Greitzer. Η παράμετρος αυτή ορίζεται ως εξής

$$B = \frac{U}{2\omega_H L} \quad (6.12.1)$$

όπου

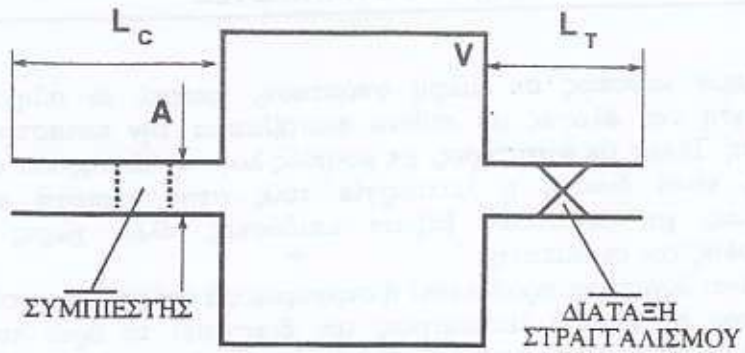
$$\omega_H = \alpha \sqrt{\frac{A}{LV}} \quad (6.12.2)$$

και

- U περιφερειακή ταχύτητα πτερυγίων σε μια μέση γραμμή
- α ταχύτητα ήχου
- A, L διατομή και μήκος αγωγού
- V όγκος τροφοδοτούμενου θαλάμου.

Για να καθοριστούν αυτές οι παράμετροι είναι απαραίτητη η μοντελοποίηση του συμπιεστή μαζί με τους αγωγούς και τους χώρους που τροφοδοτεί σε ένα μονοδιάστατο μοντέλο που φαίνεται στο Σχήμα 6.12.6 (ανάλογο του δονητή Helmholtz στην ακουστική).

Η παράμετρος αυτή εκφράζει το λόγο της δυνατότητας ανύψωσης πίεσης του συμπιεστή προς την ανύψωση πίεσης που απαιτείται για να διεγερθούν ταλαντώσεις ροής μέσα στο κύκλωμα του συμπιεστή. Για τιμές της πάνω από την τιμή 0.7 το σύστημα υποπίπτει σε πάλμωση. Για μικρότερες σε περιστροφική αποκόλληση.



Σχήμα 6.12.6 Μοντέλο συστήματος που περιλαμβάνει συμπιεστή, για την εφαρμογή του κριτηρίου του Greitzer.

7. ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

Στο Κεφάλαιο αυτό αναλύεται η λειτουργία των Ακτινικών Συμπιεστών, εξετάζοντας τις ιδιαίτερες διαφορές που παρουσιάζεται η γεωμετρία τους και η συμπεριφορά της ροής, σε σχέση με τους αξονικούς συμπιεστές. Σχολιάζονται εναλλακτικοί τρόποι σχεδιασμού της πτερωτής και του διαχύτη. Παρουσιάζονται οι αδιάστατες παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία μιας βαθμίδας ακτινικού συμπιεστή, τις οποίες διέπει η γενικότερη θεωρία που παρουσιάσθηκε εκτενώς για τους αξονικούς συμπιεστές. Τέλος γίνεται αναφορά στις χαρακτηριστικές των ακτινικών συμπιεστών.

7.1. ΓΕΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΚΤΙΝΙΚΩΝ ΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ

Ο ακτινικός συμπιεστής χαρακτηρίζεται από διαφορετική μορφολογία σε σύγκριση με τον αξονικό, με κύριο χαρακτηριστικό ότι κατά ένα μεγάλο τμήμα η κίνηση του ρευστού γίνεται σε ακτινική κατεύθυνση, κάθετα προς τον άξονα περιστροφής. Ονομάζεται επίσης και φυγοκεντρικός συμπιεστής, επειδή ένα σημαντικό μέρος της αύξησης πίεσης που προκαλεί πραγματοποιείται με μηχανισμό που συνδέεται με αδρανειακές δυνάμεις (φυγόκεντρος, Coriolis), όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Οι ακτινικοί συμπιεστές καλύπτουν ένα ευρύτατο φάσμα εφαρμογών που εκτείνεται από μικρούς φυσητήρες για διακίνηση αέρα μέχρι μονάδες υψηλού λόγου πίεσης, που χρησιμοποιούνται σε υπερπληρωτές, αεριοστροβίλους ή συμπιεστές χημικής βιομηχανίας. Είναι ενδεικτικό ότι ακτινικοί συμπιεστές μικρών λόγων πίεσης, οι οποίοι χρησιμοποιούν μεταλλικά φύλλα για τη διαμόρφωση των πτερυγίων και συνεπώς

χαρακτηρίζονται από πολύ οικονομικό κόστος, συναντώνται πολύ συχνά στη βιομηχανία. Στο άλλο άκρο βρίσκονται ακριβές κατασκευές που χρησιμοποιούν κράμματα τιτανίου και οι οποίες μπορούν να επιτύχουν λόγο πίεσης αρκετά υψηλό (ενδεικτικά $p_c=8$), χρησιμοποιώντας μόνο μια βαθμίδα. Αυτό πρέπει να εκτιμηθεί σε αντιδιαστολή με τους αξονικούς συμπιεστές όπου για να πραγματοποιηθεί ένας αντίστοιχος λόγος πίεσης απαιτούνται πολλαπλές βαθμίδες.

Από την άποψη της θερμοδυναμικής συμπεριφοράς, η λειτουργία των ακτινικών συμπιεστών είναι ταυτόσημη με αυτή των αξονικών. Δηλαδή, ένας ακτινικός συμπιεστής εκτελεί τη θερμοδυναμική μεταβολή της συμπίεσης, που περιγράφεται θερμοδυναμικά με τις ίδιες παραμέτρους με αυτές που χρησιμοποιούνται στον αξονικό συμπιεστή. Η συσχέτιση όμως κινηματικών και θερμοδυναμικών μεγεθών οδηγεί σε κάποιες ιδιομορφίες της συμπεριφοράς των ακτινικών συμπιεστών, οι οποίες θα γίνουν κατανοητές με την ανάλυση που ακολουθεί. Έτσι, ένα πρώτο χαρακτηριστικό των ακτινικών συμπιεστών είναι ότι τα κινητά και ακίνητα μέρη τους διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους, σε αντίθεση με τους αξονικούς συμπιεστές όπου τα πτερύγια της κινητής και της ακίνητης πτερύγωσης έχουν παρόμοια μορφή.

Εκτός από τη μορφή, και η συμπεριφορά των ακτινικών συμπιεστών διαφέρει σε πολλά σημεία από αυτήν των αξονικών. Οι διαφορές αυτές θα γίνουν όμως περισσότερο κατανοητές αν προηγηθεί μια περιγραφή της μορφολογίας και βασικών μηχανισμών της ροής σε ακτινικούς συμπιεστές, που δίνονται στις ακόλουθες ενότητες.

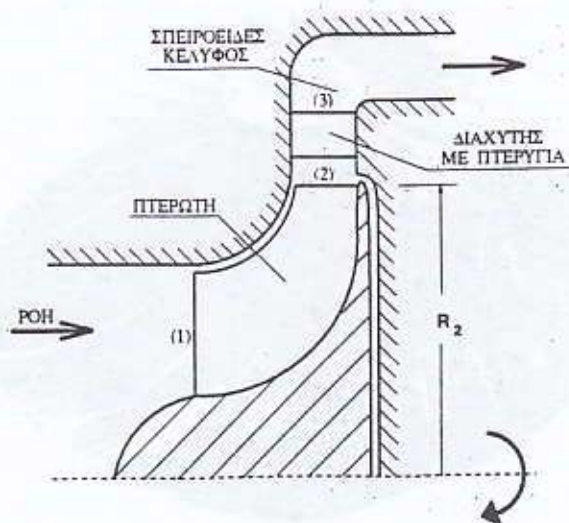
7.2. ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΑΚΤΙΝΙΚΟΥ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

Στο Σχήμα 7.2.1 δίνεται η εικόνα μιας τυπικής βαθμίδας ακτινικού συμπιεστή. Αυτή αποτελείται από τρία κύρια μέρη: (α) την πτερωτή, (β) το διαχύτη και (γ) το σπειροειδές κέλυφος. Τα κύρια χαρακτηριστικά των τριών αυτών συνιστωσών ενός ακτινικού συμπιεστή σχολιάζονται στη συνέχεια.

(α) Η πτερωτή

Η κινητή πτερύγωση σε ένα ακτινικό συμπιεστή ονομάζεται πτερωτή (impeller) και συνήθως χωρίζεται σε δύο μέρη, Σχήμα 7.2.2. Το πρώτο μέρος της πτερωτής ονομάζεται επαγωγός (inducer), μοιάζει με πτερύγιο αξονικού συμπιεστή και πραγματοποιεί στροφή της ροής που εισέρχεται στην πτερωτή πάνω σε αξονικές επιφάνειες ροής. Στο σχετικό με την πτερωτή σύστημα ο επαγωγός στρέφει τη ροή από τη γωνία εισόδου σε μια περίπου αξονική κατεύθυνση. Το δεύτερο μέρος είναι το καθαρά ακτινικό μέρος της πτερωτής.

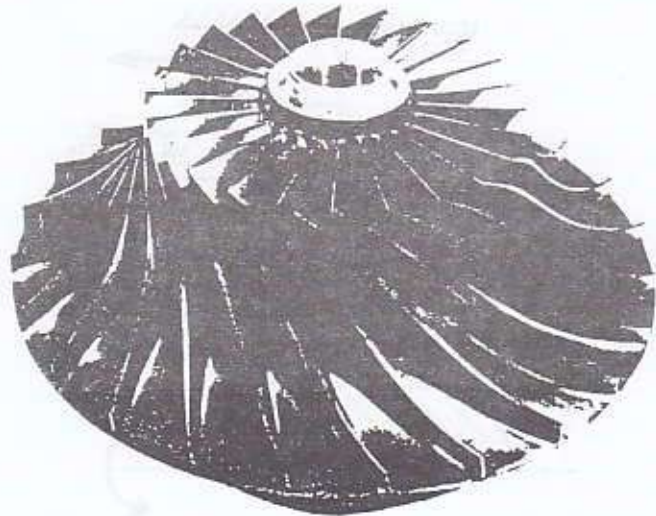
ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



Σχήμα 7.2.1 Τυπική βαθμίδα ακτινικού συμπιεστή.

Η καλή σχεδίαση του επαγωγού ενός ακτινικού συμπιεστή μπορεί να βελτιώσει σημαντικά την αεροδυναμική απόδοση της πτερωτής. Στην πράξη, είναι δυνατό να κατασκευασθεί πτερωτή χωρίς επαγωγό, με πτερύγια δηλαδή που ξεκινούν κατευθείαν με το ακτινικό τους τμήμα. Στην περίπτωση αυτή, το εξωτερικό κέλυφος στο τμήμα εισόδου παρουσιάζει σημαντική καμπυλότητα και κατά συνέπεια η ταχύτητα εκεί γίνεται πολύ μεγαλύτερη από την ταχύτητα στο εσωτερικό κέλυφος της μηχανής. Δημιουργείται έτσι μια σημαντική κλίση της ταχύτητας κατά την ακτινική κατεύθυνση η οποία είναι ανεπιθύμητη για δύο κυρίως λόγους. Ο πρώτος λόγος σχετίζεται με το γεγονός ότι η υψηλή ταχύτητα που εμφανίζεται κοντά στο εξωτερικό κέλυφος δημιουργεί τοπικά περιοχές χαμηλής πίεσης που απαιτούν περαιτέρω επιβράδυνση της ροής, ώστε να ανακτηθεί η χαμένη πίεση. Η επιβράδυνση αυτή είναι αιτία πρόσθετων απωλειών και κινδύνου αποκόλλησης της ροής. Ο δεύτερος λόγος είναι σχετικός με τον τοπικό αριθμό Mach της ροής στην περιοχή αυτή (όπου θα υπάρχει μεγάλη ταχύτητα και χαμηλή πυκνότητα) και ο οποίος μπορεί να γίνει υπερηχητικός, έστω και αν η ροή στο σύνολό της είναι υποηχητική.

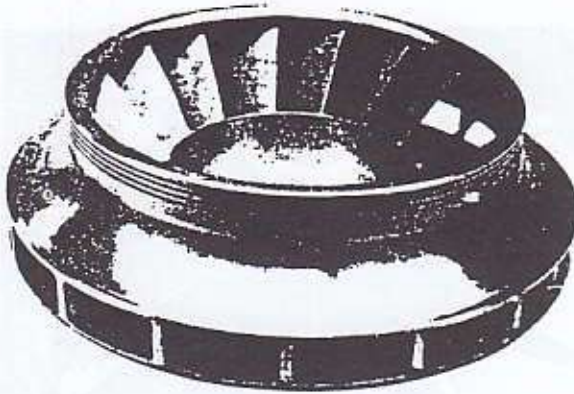
Ο ρόλος του επαγωγού είναι να επιτύχει, με τη διάταξη των πτερυγίων του που μοιάζουν με αξονικό συμπιεστή, αύξηση της στατικής



Σχήμα 7.2.2 Πτερωτή ακτινικού συμπιεστή και μορφολογία του επαγωγού.

πίεσης πριν η ροή συναντήσει το καμπύλο τμήμα του εξωτερικού κελύφους, ώστε να εξισορροπήσει τα προαναφερθέντα φαινόμενα τοπικής επιτάχυνσης.

Ανάλογα με τον τρόπο διάταξης και τη μορφή των πτερυγίων, συναντώνται διαφορετικοί τύποι πτερωτών. Τα πτερύγια είναι δυνατό να είναι συνδεδεμένα στην κεφαλή τους σχηματίζοντας με τον τρόπο αυτό ένα πρόσθετο κέλυφος το οποίο περιστρέφεται μαζί τους, αφήνοντας το απαραίτητο διάκενο με το εξωτερικό κέλυφος της πτερωτής (shrouded impeller), Σχήμα 7.2.3. Τέτοιες κατασκευές απαντώνται σε βιομηχανικούς συμπιεστές και έχουν το πλεονέκτημα ότι εξαλείφουν τον περιορισμό να τηρείται ένα πολύ μικρό και προσεκτικό διάκενο μεταξύ της κεφαλής του πτερυγίου και του εξωτερικού κελύφους (σημειώνεται, ότι το μεγάλο διάκενο δημιουργεί ασφάλεια κατά την περιστροφή της πτερωτής αλλά αυξάνει δραματικά τις απώλειες αφού συντελεί σε αυξημένη ανεπιθύμητη ροή διά μέσου του διακένου, ενώ το μικρό διάκενο περιορίζει σημαντικά τις παραπάνω απώλειες αλλά συγχρόνως απαιτεί ιδιαίτερα προσεκτική κατασκευή και συναρμολόγηση). Συγχρόνως όμως, διακινούν μεγαλύτερες μάζες εργαζόμενου μέσου και σε υψηλές ταχύτητες περιστροφής

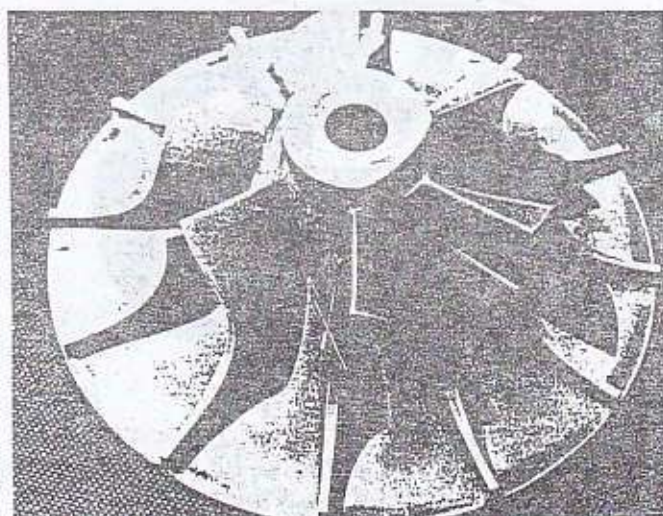


Σχήμα 7.2.3 Πτερωτή ακτινικού συμπιεστή με συνδεδεμένα τα πτερύγια στην κεφαλή τους (shrouded impeller).

αναπτύσσουν υψηλές τάσεις που καταπονούν τα υλικά.

Η τεχνική της ένωσης των κεφαλών των πτερυγίων με κατάλληλο κέλυφος προσδεδεμένο σε αυτά χρησιμοποιείται συνήθως στις περιπτώσεις εκείνες όπου κατά τη λειτουργία του συμπιεστή η αξονική μετακίνηση της πτερωτής είναι σημαντική, οπότε και το διάκενο το οποίο θα απαιτείτο για λόγους ασφαλείας θα ήταν ανεπίτρεπτα μεγάλο. Αυτή είναι συχνά η περίπτωση των πολυβάθμιων συμπιεστών, ιδίως για τις βαθμίδες που είναι μακριά από τα αξονικά έδρανα κύλισης. Είναι τέλος προφανές ότι, η με τον παραπάνω τρόπο στερέωση των κινούμενων πτερυγίων και στα δύο άκρα τους περιορίζει τις ενδεχόμενες ταλαντώσεις τους και έτσι έχουμε μια περισσότερο στιβαρή, αν και αισθητά πιο πολύπλοκη κατασκευή.

Γενικά, οι ακτινικοί συμπιεστές οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε αεριοστροβίλους ή στροβιλοϋπερπληρωτές δεν έχουν προσδεδεμένα τα πτερύγια της πτερωτής στην κεφαλή τους και έχουν σχεδόν πάντοτε ένα πρώτο αξονικό τμήμα, δηλαδή επαγωγό. Όμως ο επαγωγός αρκετά συχνά δεν είναι πλήρης, δηλαδή ορισμένα (ανά ένα) τα πτερύγια της πτερωτής δεν φθάνουν ως την είσοδο. Τα "ημιτελή" αυτά πτερύγια, Σχήμα 7.2.4, ονομάζονται διαχωριστικά πτερύγια (splitter vanes) και βοηθούν στην οδήγηση της ροής στο τελευταίο (ακτινικό) τμήμα της πτερωτής, όπου μεγαλώνει η ακτίνα. Δε συνεχίζονται μέχρι την είσοδο της ροής, ώστε να αποφευχθεί η στένωση των διατομών που παρουσιάζει τον κίνδυνο να



Σχήμα 7.2.4 Πτερωτή με διαχωριστικά πτερύγια (splitter vanes).

σχηματίζει τοπικά ηχητικό λαμό και να "παγώσει" την παροχή του εργαζόμενου μέσου σε μια ανώτατη τιμή της.

Για πτερωτές με ελεύθερες τις κεφαλές των πτερυγίων (unshrouded impellers) και επαγωγό, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης τυπικών ακτινικών συμπιεστών κυμαίνεται ενδεικτικά στο 82-83%, ενώ μπορεί να αυξηθεί κατά περίπου δύο ποσοστιαίες μονάδες εάν οι κεφαλές των πτερυγίων της πτερωτής συνδεθούν με περιστρεφόμενο κέλυφος (shrouded impellers).

(β) Διαχύτης

Η ανάκτηση στατικής πίεσης την οποία πραγματοποιεί η σταθερή πτερύγωση των αξονικών συμπιεστών, πραγματοποιείται στους ακτινικούς συμπιεστές από το διαχύτη εξόδου (diffuser). Ο διαχύτης αυτός πραγματοποιεί επιβράδυνση της ροής έστω και αν σε ορισμένες περιπτώσεις είναι πιθανό να μην περιέχει πτερύγια. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό, γιατί όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.2.1, η διατομή μέσω της οποίας διέρχεται η συγκεκριμένη παροχή, αυξάνει με την ακτίνα. Πάντως ακτινικοί συμπιεστές υψηλών απαιτήσεων περιλαμβάνουν συνήθως

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

πτερύγια στο διαχύτη. Η χρησιμοποίηση πτερυγίων επιτρέπει την περισσότερο αποτελεσματική στροφή και επιβράδυνση της ροής, ενώ βελτιώνει τις δυνατότητες λειτουργίας με αξονικά συμμετρική κατανομή των μεγεθών της ροής, γεγονός που επηρεάζει το εύρος της περιοχής λειτουργίας του συμπιεστή.

Είναι σύνηθες η σχεδίαση ακτινικών συμπιεστών να γίνεται σε τρόπο ώστε η αύξηση της στατικής πίεσης να ισοκατανέμεται μεταξύ πτερωτής και διαχύτη.

(γ) Σπειροειδές κέλυφος

Το σπειροειδές κέλυφος (scroll or volute), τέλος, έχει σκοπό να συλλέξει περιφερειακά το ρευστό που εξέρχεται από το διαχύτη και να το οδηγήσει στον αγωγό εξόδου. Η σημαντικότερη απαίτηση που μπαίνει για το τμήμα αυτό είναι το να μπορεί να αποτρέψει τη δημιουργία ανομοιομορφίας στατικής πίεσης κατά την περιφερειακή κατεύθυνση.

(δ) Άλλα στοιχεία

Ενδεχομένως σε ορισμένους ακτινικούς συμπιεστές και κυρίως σε πολυβάθμιους συμπιεστές που σχεδιάζονται ώστε να μπορούν να λειτουργήσουν σε ένα ευρύ φάσμα παροχών μάζας, τοποθετούνται οδηγία πτερύγια εισόδου (inlet guide vanes, IGV), πριν από την πτερωτή. Στην πράξη, το όφελος από την τοποθέτηση των οδηγών πτερυγίων εισόδου αντισταθμίζεται από τα παρακάτω δύο προβλήματα. Το πρώτο πρόβλημα σχετίζεται με το ότι η παρουσία των οδηγών πτερυγίων αυξάνει τις απώλειες του συμπιεστή. Το δεύτερο πρόβλημα σχετίζεται με την πιθανότητα να δημιουργηθεί ευκολότερα ένας τοπικός ηχητικός λαίμος, κυρίως σε συμπιεστές που διακινούν ροή με υψηλούς αριθμούς Mach στην είσοδο (όπως είναι οι στροβιλούπερπληρωτές).

Τέλος, σε διατάξεις πολυβάθμιων ακτινικών συμπιεστών, στην έξοδο μιας βαθμίδας και πριν από την είσοδο της επόμενης, τοποθετούνται εκ νέου οδηγία πτερύγια. Σκοπός των πτερυγίων αυτών είναι η καλή οδήγηση της ροής ώστε να διατηρηθούν μικρές γωνίες κλίσης ως προς την αξονική κατεύθυνση. Εάν δεν υπάρχουν αυτά τα πτερύγια, η διατήρηση της στροφορμής ($RV_u \approx \text{σταθερό}$) οδηγεί σε μεγάλη περιφερειακή ταχύτητα όσο μειώνεται η ακτίνα στο κανάλι επιστροφής από μια βαθμίδα στην επόμενη. Έτσι μπορεί να δημιουργηθούν ανεπιθύμητα μεγάλες γωνίες στην είσοδο της επόμενης βαθμίδας, πράγμα ακριβώς που αποφεύγεται με χρήση των οδηγών πτερυγίων.

7.3. Η ΑΥΞΗΣΗ ΕΝΘΑΛΠΙΑΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΚΟ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των μηχανών αυτών είναι ότι το

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

μεγαλύτερο μέρος της αύξησης ενέργειας του ρευστού προέρχεται από τη φυγοκέντρωση και όχι την αεροδυναμική της ροής και έτσι εξαρτάται ουσιαστικά από τις ταχύτητες περιστροφής στην είσοδο και την έξοδο της πτερωτής. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε εφαρμόζοντας τη διατήρηση της σχετικής ολικής ενθαλπίας στο περιστρεφόμενο σύστημα, ώστε να υπολογισθεί η μεταβολή στατικής πίεσης εκατέρωθεν της πτερωτής. Αν 1 είναι η θέση πριν την πτερωτή και 2 η θέση μετά την πτερωτή και πριν το διαχύτη (βλ. Σχήμα 7.2.1), τότε ισχύει ότι

$$h_{tR_1} = h_{tR_2} \quad (7.3.1)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της σχετικής ολικής ενθαλπίας η μεταβολή ενθαλπίας από την είσοδο στην έξοδο της πτερωτής προκύπτει από τη σχέση αυτή

$$\begin{aligned} h_2 - h_1 &= \frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) - \frac{1}{2} (W_2^2 - W_1^2) = \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 (R_2^2 - R_1^2) - \frac{1}{2} W_1^2 \left[\left(\frac{W_2}{W_1} \right)^2 - 1 \right] \end{aligned} \quad (7.3.2)$$

Ο πρώτος όρος του δεύτερου μέλους εκφράζει το αποτέλεσμα της φυγοκέντρωσης και ο δεύτερος το αποτέλεσμα της επιβράδυνσης της ροής. Ο πρώτος όρος εξαρτάται από τη διαφορά ακτίνων μεταξύ των θέσεων 1 και 2 και την ταχύτητα περιστροφής. Ο δεύτερος όρος εξαρτάται αφενός μεν από την επιβράδυνση της ροής και αφετέρου από την τιμή της ταχύτητας στην είσοδο. Η επιβράδυνση της ροής, στη μορφή του λόγου W_2/W_1 (που θυμίζει τον αριθμό de Haller για τους διαχύτες) δεσμεύεται από τους γνωστούς περιορισμούς για την αποφυγή αποκόλλησης της ροής και ένα τυπικό όριο είναι

$$\frac{W_2}{W_1} > \frac{1}{3} \quad (7.3.3)$$

Ας δούμε τώρα ποιό είναι το σχετικό μέγεθος των δύο όρων για μια τυπική πτερωτή. Εστω μια τυπική τιμή επιβράδυνσης, που καλύπτεται από το παραπάνω κριτήριο, δηλαδή $W_2=0,6W_1$, με την ταχύτητα στη θέση 1 να αφορά την κεφαλή του πτερυγίου. Εστω επίσης ότι η γεωμετρία του ακτινικού συμπιεστή είναι τέτοια ώστε $R_1=0,7R_2$ και κατά συνέπεια για

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

την περιφερειακή ταχύτητα στην κεφαλή της πτερωτής στην είσοδο ισχύει

$$U_{1r} = 0,7 U_2 \text{ , ή ισοδύναμα}$$

$$\frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) = 0,255 U_2^2$$

Η τελευταία σχέση εφαρμόστηκε χρησιμοποιώντας όπου U_1 την ταχύτητα στην κεφαλή του πτερυγίου, γιατί η μικρότερη φυγοκέντριση και η μεγαλύτερη επιβράδυνση συμβαίνει για τις γραμμές ροής που είναι πολύ κοντά στο εξωτερικό κέλυφος του συμπιεστή. Αν υποθεθεί ότι η σχετική γωνία εισόδου στην πτερωτή είναι $\beta_1 = -60^\circ$ και η ροή στην είσοδο είναι αξονική, τότε

$$\frac{W_{1r}}{U_2} = \frac{W_{1r}}{U_{1r}} \cdot \frac{U_{1r}}{U_2} = \frac{1}{\sin 60^\circ} \cdot 0,7 = 0,8$$

και

$$\frac{1}{2} (W_2^2 - W_1^2) = \frac{1}{2} W_{1r}^2 (0,6^2 - 1) = -0,115 U_2^2$$

Η παραπάνω ανάλυση δείχνει το ποσοστό της συνεισφοράς της φυγοκέντρισης στην αύξηση της ενθαλπίας μέσα στην πτερωτή ενός ακτινικού συμπιεστή και μάλιστα στη δυσχερέστερη περίπτωση που αναφέρεται στη γραμμή ροής που ξεκινά πλησίον της κεφαλής του πτερυγίου στην είσοδο. Βλέπουμε ότι στην περίπτωση αυτή, η αύξηση της στατικής ενθαλπίας που προέρχεται από τη φυγοκέντριση είναι υπερδιπλάσια αυτής που οφείλεται στην επιβράδυνση της ροής.

Η δυνατότητα του ακτινικού συμπιεστή να δημιουργεί αύξηση στατικής ενθαλπίας (πράγμα που ουσιαστικά σημαίνει αύξηση στατικής πίεσης) μέσω της διεργασίας φυγοκέντρισης αποτελεί το βασικό παράγοντα που καθορίζει τη συμπεριφορά των ακτινικών συμπιεστών. Η αύξηση στατικής πίεσης που δημιουργείται με αυτό το μηχανισμό εξαρτάται μόνο από τις ακτίνες εισόδου, εξόδου και την ταχύτητα περιστροφής και όχι από τη μορφή της ροής στην πτερωτή. Μια ακτινική πτερωτή δημιουργεί αύξηση στατικής πίεσης έστω και αν η ροή στα κανάλια των πτερυγίων είναι σοβαρά αποκολλημένη (σε αντίθεση με έναν αξονικό συμπιεστή, που σε τέτοια περίπτωση η αύξηση πίεσης που δημιουργεί μειώνεται αισθητά). Έτσι, δεν παρατηρείται η ασυνεχής πτώση της αύξησης πίεσης που παρατηρείται στους αξονικούς συμπιεστές όταν τα πτερώγια αρχίζουν να λειτουργούν με αποκόλληση. Το μέρος της αύξησης στατικής πίεσης που οφείλεται στη φυγοκέντριση είναι ελεύθερο

απωλειών. Οι απώλειες συνδέονται με τη μεταβολή πίεσης που συνδέεται με την επιβράδυνση της ροής μέσα στα κανάλια των πτερυγίων.

7.4. ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

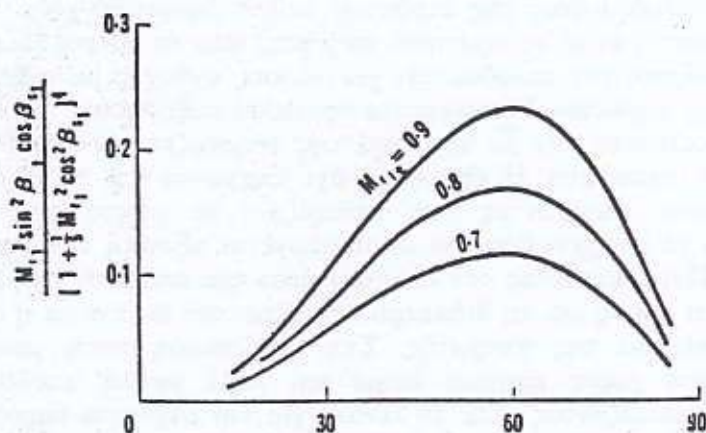
Είναι ήδη γνωστό ότι αυξάνοντας την ταχύτητα του ρευστού μέσα σε ένα συμπίεστη αυξάνουμε τόσο την παροχή που αυτός διακινεί όσο και το λόγο πίεσής του. Η αύξηση όμως των ταχυτήτων οδηγεί στην αύξηση των αριθμών Mach, που όταν ξεπεράσουν κάποια όρια, έχουμε εμφάνιση ανεπιθύμητων φαινομένων και σημαντική πτώση της απόδοσης. Οι δύο θέσεις που είναι κρίσιμες στους ακτινικούς συμπίεστες είναι η είσοδος της πτερωτής και η είσοδος του διαχύτη.

Στην είσοδο της πτερωτής, η πιο κρίσιμη θέση είναι η κεφαλή, γιατί εκεί έχουμε την πιο μεγάλη περιφερειακή ταχύτητα. Μπορεί κανείς, έχοντας θέσει κάποιο περιορισμό για το μέγιστο επιτρεπτό αριθμό Mach, να εκλέξει κάποια στοιχεία σχεδίασης ώστε να μεγιστοποιήσει λ.χ. την παροχή που διακινεί η ακτινική βαθμίδα.

Ακολουθώντας το τυπικό παράδειγμα που μελετήθηκε στην προηγούμενη Ενότητα, ας υποθεθεί αξονική ροή με ομοιόμορφη κατανομή κατά την ακτίνα στην είσοδο της πτερωτής. Τότε, μπορεί να εκφραστεί η παροχή στην είσοδο ως συνάρτηση του αριθμού Mach σχετικά με τα πτερύγια στην κεφαλή M_{r_u} και της σχετικής γωνίας εισόδου β_{1r} στην ίδια θέση. Η εφαρμογή των σχέσεων της συμπίεστης ροής, μετά από πράξεις, δίνει

$$\frac{\dot{m} \omega^2}{\pi \gamma p_{t_1} \sqrt{\gamma R T_{t_1}} \left(1 - \left(\frac{R_{h_1}}{R_{t_1}} \right)^2 \right)} = \frac{M_{r_u}^3 \sin^2 \beta_{1r} \cos \beta_{1r}}{\left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{r_u}^2 \cos^2 \beta_{1r} \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}} \quad (7.4.1)$$

Αυτή η σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορισθεί η γωνία β_{1r} που δίνει μέγιστη παροχή για δεδομένο αριθμό M_{r_u} , όπως φαίνεται και από το παράδειγμα του Σχήματος 7.4.1. Στο σχήμα αυτό φαίνεται η μεταβολή της παραπάνω παραμέτρου παροχής με τη γωνία εισόδου β_{1r} για διάφορες τιμές του M_{r_u} .



Σχήμα 7.4.1 Μεταβολή της παροχής με τη γωνία εισόδου β_{1t} για διάφορες τιμές του σχετικού αριθμού Mach $M_{r,1t}$ ενός ακτινικού συμπιεστή.

Μια μέθοδος για να μειωθεί το πρόβλημα των υψηλών ταχυτήτων στην κεφαλή της εισόδου της πτερωτής είναι η χρησιμοποίηση οδηγών πτερυγίων εισόδου.

Στην είσοδο του διαχύτη είναι επίσης ανεπιθύμητη η υπέρμετρη αύξηση του αριθμού Mach όταν ο διαχύτης περιλαμβάνει σταθερά πτερούγια. Εκτός από θέματα σχετικά με την ανάπτυξη απωλειών μέσα στα σταθερά πτερούγια, ένα άλλο πρόβλημα είναι ότι η ανάπτυξη συστήματος κρουστικών κυμάτων στην είσοδο του διαχύτη δημιουργεί μια ισχυρή ανομοιομορφία πίεσης που διαδίδεται πίσω στην πτερωτή με αποτέλεσμα να δημιουργεί μια μεταβλητή φόρτιση στα πτερούγια της, επιβλαβή για την μηχανική αντοχή τους. Αυτός είναι ένας λόγος για τον οποίο εκλέγονται διαφορετικοί αριθμοί στρεφομένων και ακινήτων πτερυγίων (συνήθως περιττός και άρτιος αριθμός αντίστοιχα).

Στις βιομηχανικές εγκαταστάσεις ακτινικών συμπιεστών, η ταχύτητα περιστροφής δεν είναι γενικά τόσο μεγάλη ώστε να υπάρχει ιδιαίτερα εμφανής κίνδυνος δημιουργίας ηχητικού λαιμού ο οποίος θα καθορίσει την παροχή του εργαζόμενου μέσου. Το πρόβλημα αυτό είναι περισσότερο έντονο στους αεροπορικούς ακτινικούς συμπιεστές και στους στροβιλούπερπληρωτές.

Σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις, συνήθως συνδυάζονται πολλές ίδιες βαθμίδες ακτινικού συμπιεστή ώστε να σχηματισθεί ένας

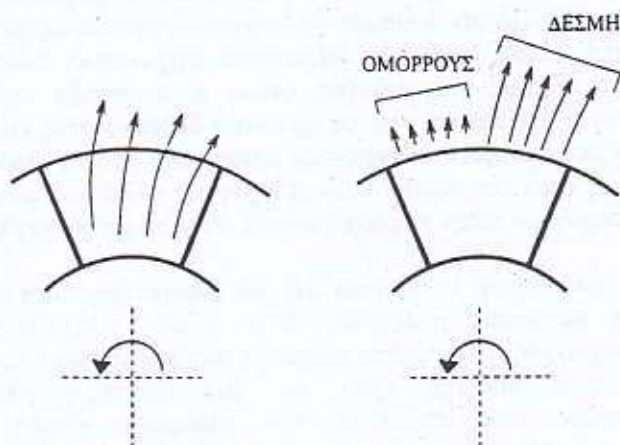
πολυβάθμιος συμπίεστης. Επειδή όλες οι βαθμίδες συνδέονται στην ίδια άτρακτο, το τελικό μήκος της άτρακτου παίζει σημαντικό ρόλο. Στόχος του κατασκευαστή είναι να κρατηθεί το μήκος όσο το δυνατό μικρότερο, γιατί κάθε αύξησή του συνοδεύεται για λόγους αντοχής με αύξηση της διαμέτρου της άτρακτου. Η τελευταία προκαλεί αύξηση της ακτίνας του εσωτερικού κελύφους που με τη σειρά της επηρεάζει την αεροδυναμική απόδοση του συμπίεστη. Η ύπαρξη ή όχι επαγωγού και το σχήμα του επαγωγού είναι παράγοντες που καθορίζουν το μήκος που πρέπει προηγούμενα να υπάρχει ώστε να διαμορφώνεται αξονική ταχύτητα στην είσοδό του. Παραλείποντας τον επαγωγό από την πτερωτή και συνεπώς μειώνοντας το μήκος και τη διάμετρο της άτρακτου αυξάνεται η διατομή ροής στην είσοδο της πτερωτής. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να επιτευχθεί ροή χωρίς ηχητικό λαιμό και πολύ υψηλή απόδοση του συμπίεστη, περιορίζοντας κατά τη λειτουργία την ταχύτητα περιστροφής καθώς και το λόγο πίεσης σε χαμηλότερες τιμές από τις συνηθισμένες.

7.5. Ο ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Το έργο που προσδίδει στο ρευστό ένας ακτινικός συμπίεστης δίνεται από την εξίσωση του στροβίλου του Euler, που καταρχή δείχνει ότι έχουμε τόσο μεγαλύτερη πρόσδοση έργου ανά μονάδα μάζας, όσο μεγαλύτερη είναι η περιφερειακή ταχύτητα περιστροφής. Η ταχύτητα αυτή όμως δε μπορεί να αυξηθεί πέρα από κάποια όρια, για λόγους αντοχής. Για τον λόγο αυτό τα πτερύγια στην έξοδο των πτερωτών που περιστρέφονται με μεγάλες ταχύτητες γίνονται ακτινικά, και μόνο πρόσφατες εξελίξεις στα υλικά έχουν επιτρέψει την κατασκευή πτερωτών με πτερύγια κεκλιμένα προς τα πίσω (backswep impeller). Ο λόγος για τον οποίο είναι επιθυμητή η κατασκευή πτερυγίων κεκλιμένων προς τα πίσω, είναι ότι τέτοια διάταξη διευρύνει την περιοχή ευσταθούς λειτουργίας του συμπίεστη ενώ για την ίδια παροχή μειώνει τον αριθμό Mach στην είσοδο του διαχύτη. Παράλληλα όμως μειώνεται και η ανά μονάδα μάζας μεταφορά έργου στο ρευστό. Μια υψηλή τιμή, για παράδειγμα, για πτερωτές από ελαφρά κράματα είναι 460m/s (περιοριζόμενη από τη μέγιστη επιτρεπόμενη τάση του υλικού), που δίνει ένα λόγο πίεσης περίπου 4:1. Σήμερα έχουν κατασκευασθεί πτερωτές από τιτάνιο που μπορούν να δώσουν λόγο πίεσης της τάξης του 12:1.

Ασχετα με τη μορφή που έχουν τα πτερύγια της πτερωτής στο τελευταίο τμήμα τους (ακτινικής διεύθυνσης για τις περισσότερες κατασκευές ή κεκλιμένα προς τα πίσω για ακριβότερες κατασκευές), ο σχεδιαστής του συμπίεστη επιθυμεί η ροή να ακολουθεί τη μορφή των πτερυγίων, με τις λιγότερες δυνατές αποκλίσεις. Για να αναγκασθεί η ροή να ακολουθήσει τη μορφή των πτερυγίων, απαιτείται να ασκηθεί κατάλληλη

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



Σχήμα 7.5.1 Ολίσθηση της ροής στο τελευταίο τμήμα της πτερωτής ενός ακτινικού συμπιεστή.

δύναμη στο ρευστό. Η περιστροφή της πτερωτής ορίζει την πλευρά υπερίσσης (pressure side, που είναι η πλευρά του ίδιου πτερυγίου που προηγείται) και την πλευρά υποπίεσης (suction side, είναι η πλευρά που ακολουθεί). Η διαφορά πίεσης μεταξύ των πλευρών υπερίσσης και υποπίεσης αντιστοιχεί σε κλίση πίεσης στην περιφερειακή κατεύθυνση, στο χώρο μεταξύ της πλευράς υποπίεσης του ενός πτερυγίου και της πλευράς υπερίσσης του γειτονικού του, η οποία για να αντισταθμισθεί δημιουργεί τη δύναμη Coriolis. Η τελευταία είναι η δύναμη που απαιτείται ώστε το ρευστό να ακολουθήσει τη μορφή των πτερυγίων. Κοντά στην ακμή εκφυγής, η διαφορά πίεσης αρχίζει να ελαττώνεται, ώστε να μηδενισθεί ακριβώς στη θέση της ακμής εκφυγής. Στην τελευταία αυτή περιοχή του πτερυγίου, μειώνεται συγχρόνως και η δύναμη που οδηγεί τη ροή με συνέπεια η ροή να αρχίζει να αποκλίνει από τη διεύθυνση που καθορίζει η τοπική μορφή των πτερυγίων. Στην απόκλιση συντελεί κυρίως η ροή εκείνη η οποία λαμβάνει χώρα στον ενδιάμεσο χώρο των πτερυγίων, μακριά από τα πτερύγια. Το αποτέλεσμα είναι η γωνία ροής στην έξοδο της πτερωτής να είναι ίση με β_2 , διαφορετική από τη γωνία β_2' εξόδου των πτερυγίων. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ολίσθηση (slip), βλ. Σχήμα 7.5.1.

Η αιτιολόγηση αυτή μας δείχνει ότι η ροή στην έξοδο της πτερωτής αποκλίνει από την κατεύθυνση εξόδου των πτερυγίων για λόγους

άσχετους ουσιαστικά με τη συνεκτικότητα του ρευστού. Μάλιστα δε, κάποιες πρώτες εκφράσεις που προτάθηκαν για ποσοτικό χαρακτηρισμό αυτής της απόκλισης βασίζονταν καθαρά σε μη-συνεκτική θεώρηση της ροής. Σε μια πτερωτή, εκτός από τον παραπάνω μηχανισμό, ολίσθηση προκαλείται και από άλλους παράγοντες όπως η ανάπτυξη οριακών στρωμάτων στα πτερύγια, η διαφυγή από τα ακτινικά διάκενα στις κορυφές των πτερυγίων και το πεπερασμένο πάχος των πτερυγίων. Η απόκλιση της ροής εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των πτερυγίων αλλά και εν μέρει από το σχήμα των πτερυγίων στην περιοχή κοντά στην ακμή εκφυγής της πτερωτής.

Η ύπαρξη της ολίσθησης συνδέεται με μία χαρακτηριστική μορφή του πεδίου ροής σε ακτινικές πτερωτές. Στην έξοδο της πτερωτής παρατηρούνται δύο περιοχές, μία πρώτη περιοχή υψηλών ταχυτήτων που θα ονομάζεται περιοχή δέσμης (jet) και μία δεύτερη περιοχή χαμηλότερων ταχυτήτων που αποτελεί τον ομόρρου (wake) και εντοπίζεται πλησίον της πλευράς υποπίεσης, όπως στο Σχήμα 7.5.1.

Ετσι, αφού στην έξοδο της πτερωτής η έξοδος της ροής δεν είναι παράλληλη με τα πτερύγια, η περιφερειακή συνιστώσα της απόλυτης ταχύτητας είναι μικρότερη από αυτή που θα είχαμε αν ήταν παράλληλη. Μπορεί κανείς εύκολα να δει ότι αποτέλεσμα αυτού του γεγονότος είναι η πρόσδοση μικρότερου έργου. Η έκφραση της απόκλισης αυτής γίνεται με τη χρήση του συντελεστή ολίσθησης σ (slip factor) που ορίζεται από τη σχέση

$$\sigma = \frac{V_{u_2}}{V_{u_2}'} = 1 - \frac{V_{us}}{V_{u_2}'} = 1 - \frac{V_{us}}{U_2 + V_{r_2} \tan \beta_2'} \quad (7.5.1)$$

όπου V_{us} είναι η ταχύτητα ολίσθησης η οποία ορίζεται από τα τρίγωνα ταχυτήτων του Σχήματος 7.5.2, όπου σχεδιάζονται αφενός μεν το τρίγωνο ταχυτήτων το οποίο θα αντιστοιχούσε σε ροή που θα ακολουθούσε το πτερύγιο στην ιδανική περίπτωση ροής χωρίς ολίσθηση (τονούμενα) και αφετέρου το πραγματικό τρίγωνο ταχυτήτων. Ετσι είναι

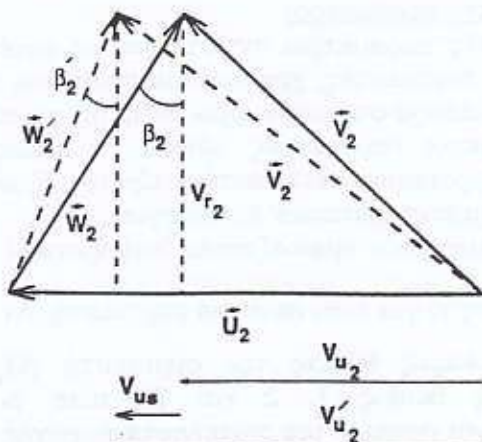
$$V_{us} = W_{us} = V_{u_2}' - V_{u_2} = W_{u_2}' - W_{u_2} \quad (7.5.2)$$

και συγχρόνως

$$V_{u_2}' = U_2 + W_{u_2}' = U_2 + V_{r_2} \tan \beta_2' \quad (7.5.3)$$

Είναι χρήσιμο να εκφράσει κανείς την παράμετρο αυτή συναρτήσει των παραμέτρων σχεδίασης της πτερωτής. Μια έκφραση που προέκυψε από εμπειρικά δεδομένα έχει προταθεί από το Stanitz και είναι

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ



Σχήμα 7.5.2 Τα τρίγωνα ταχυτήτων στην έξοδο της πτερωτής για τον ορισμό του συντελεστή ολίσθησης.

$$\sigma = 1 - \frac{0.63 \pi}{n} \frac{1}{1 + \Phi_2 \tan \beta'_2} \quad (7.5.4)$$

όπου n ο αριθμός πτερυγίων και

$$\Phi_2 = \frac{V_{r2}}{U_2} \quad (7.5.5)$$

είναι ο συντελεστής παροχής που ορίζεται στην έξοδο της πτερωτής. Ενώ η σχέση (7.5.4) δείχνει ότι αυξάνοντας τον αριθμό πτερυγίων επιτυγχάνουμε μεγαλύτερες τιμές του σ , αυτό ισχύει μέχρι κάποιο όριο. Από κει και πέρα έχουμε υπέρμετρη αύξηση των απωλειών λόγω πρόσθετων τάσεων τριβής. Ένας τυπικός αριθμός πτερυγίων που δίνει ένα καλό συμβιβασμό των διαφόρων απαιτήσεων είναι 19 με 21 πτερώγια.

7.6. ΠΕΔΙΟ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΑΚΤΙΝΙΚΟΥ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

(α) Αδιάστατες παράμετροι

Αδιάστατες παράμετροι αντίστοιχες με αυτές που ορίστηκαν για τους αξονικούς συμπίεστες χρησιμοποιούνται και για τους ακτινικούς συμπίεστες. Η διαφορά στο μηχανισμό αύξησης της πίεσης που εξηγήθηκε για τους ακτινικούς συμπίεστες οδηγεί σε ελαφρά τροποποιημένους ορισμούς. Οι τροποποιήσεις αυτές εξασφαλίζουν τη μοναδικότητα συγκεκριμένων χαρακτηριστικών λειτουργίας.

Στη βιβλιογραφία εμφανίζονται διαφορετικοί τρόποι ορισμού του συντελεστή παροχής για έναν ακτινικό συμπίεστη. Αν \dot{Q}_i είναι η παροχή όγκου στις διάφορες θέσεις του συμπίεστη (Q_1, Q_2, Q_3 αναφέρονται αντίστοιχα στις θέσεις 1, 2 και 3) τότε οι δύο περισσότερο χρησιμοποιούμενοι ορισμοί του συντελεστή παροχής είναι οι

$$\Phi_i = \frac{\dot{Q}_i}{A_2 U_2}, \quad i=1,2 \quad (7.6.1)$$

όπου A_2 είναι η διατομή στη θέση 2. Στη θέση αυτή, αν η ακτίνα είναι R_2 και το πλάτος των πτερυγίων μετρούμενο κατά την αξονική κατεύθυνση είναι b_2 , ισχύει

$$A_2 = 2\pi R_2 b_2 \quad (7.6.2)$$

Εναλλακτικός ορισμός των (7.6.1) είναι ο

$$\Phi_{av} = \frac{\dot{Q}_1 + \dot{Q}_3}{2A_2 U_2} \quad (7.6.2)$$

που αποτελεί μέσο όρο των συντελεστών παροχής που αναφέρονται στην είσοδο της πτερωτής και την έξοδο του διαχύτη. Έχει παρατηρηθεί ότι χρησιμοποιώντας αυτό τον ορισμό του συντελεστή παροχής είναι δυνατό να διατυπωθεί για τον ακτινικό συμπίεστη μια μοναδική χαρακτηριστική $\Phi - \Psi$, ανεξάρτητα των στροφών. Η χρησιμοποίηση του Φ_1 ή του Φ_2 δίνει εξάρτηση από την ταχύτητα περιστροφής.

Ο συντελεστής φόρτισης ορίζεται συνήθως από τη σχέση

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

$$\Psi_2 = \frac{\Delta h_t}{U_2^2} \quad (7.6.3)$$

όπου η αδιαστατοποίηση γίνεται με την περιφερειακή ταχύτητα της θέσης 2 που σχετίζεται άμεσα με την αύξηση ενθαλπίας. Λόγου χάρη, για μια πτερωτή με αξονική είσοδο και ακτινική έξοδο της ροής η σχέση του Euler δίνει

$$\Delta h_t = U_2^2$$

οπότε $\Psi_2 = 1$. Στο πεδίο των χαρακτηριστικών ενός ακτινικού συμπιεστή χρησιμοποιείται συχνά και ο ισεντροπικός συντελεστής φόρτισης

$$\Psi_{\omega_2} = \frac{\Delta h_t'}{U_2^2} \quad (7.6.4)$$

που σχετίζεται άμεσα με τον Ψ_2 , αφού

$$\Delta h_t' = \eta_{u,c} \Delta h_t \quad (7.6.5)$$

Η χαρακτηριστική ενός ακτινικού συμπιεστή μπορεί να σχεδιασθεί κάνοντας χρήση της σχέσης του στροβίλου του Euler

$$\Delta h_t = U_2 V_{u_2} - U_1 V_{u_1} \quad (7.6.6)$$

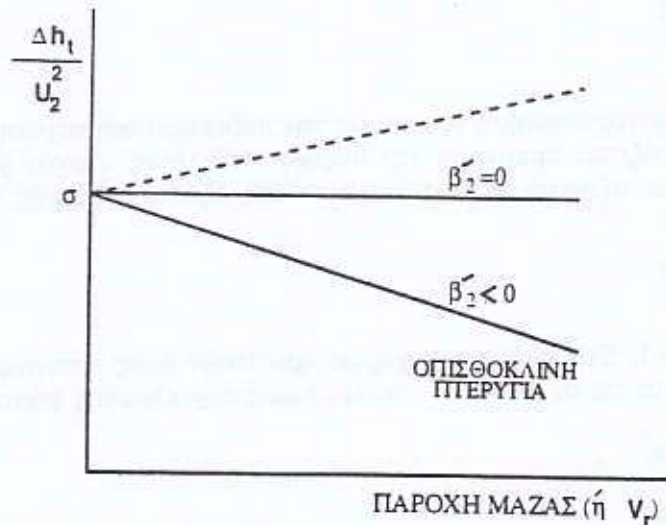
Ετσι, για συμπιεστή με αξονική είσοδο και με βάση τον ορισμό του παράγοντα ολίσθησης και τη σχέση (7.5.3) έχουμε

$$\Delta h_t = \sigma U_2 (U_2 + V_{r_2} \tan \beta_2') \quad (7.6.7)$$

Για σταθερή τιμή του παράγοντα ολίσθησης, η αύξηση της ολικής ενθαλπίας συναρτήσει της παροχής (η ισοδύναμη της ακτινικής ταχύτητας εξόδου) είναι γραμμική.

Η σχέση (7.6.7) παρουσιάζεται γραφικά στο Σχήμα 7.6.1, όπου η οριζόντια γραμμή παριστάνει την περίπτωση κατά την οποία τα πτερώγια στην έξοδό τους έχουν κατασκευασθεί ακτινικά ($\beta_2' = 0$). Στην περίπτωση αυτή, ο συντελεστής φόρτισης Ψ_2 ισούται με σ και παραμένει σταθερός και ανεξάρτητος της ακτινικής συνιστώσας της ταχύτητας, δηλαδή της παροχής του εργαζόμενου μέσου.

Η χρησιμοποίηση πτερωγίων κεκλιμένων προς τα πίσω στο

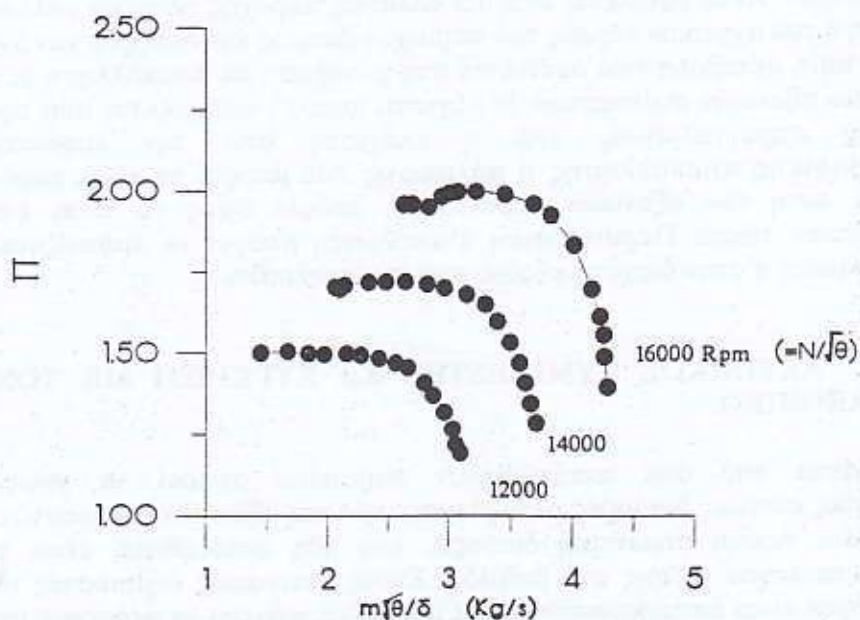


Σχήμα 7.6.1 Γραφική παράσταση της αύξησης ολικής ενθαλπίας Δh_t στην πτερωτή ενός ακτινικού συμπιεστή συναρτήσει της γωνίας β'_2 .

τελευταίο τμήμα τους κοντά στην έξοδο της πτερωτής (αντίθετα, δηλαδή, προς την κατεύθυνση της περιστροφής) δημιουργεί μια μη-μηδενική γωνία β'_2 (αρνητικής τιμής). Για σταθερή τιμή του παράγοντας ολίσθησης σ και σταθερή παροχή, δηλαδή για σταθερό $V_{12} > 0$, ο εντός παρενθέσεως όρος στο δεξιό μέλος της (7.6.7) γίνεται μικρότερος και μαζί του μειώνεται και ο συντελεστής φόρτισης του συμπιεστή. Έτσι, τα προς τα πίσω κεκλιμένα πτερώγια συντελούν στη μείωση του λόγου πίεσης π_c του συμπιεστή, αλλά προσδίδουν μεγαλύτερη ευστάθεια στη λειτουργία του. Η ευστάθεια αυτή μπορεί να δικαιολογηθεί ξαναγράφοντας τη σχέση (7.6.7), στη μορφή

$$\Delta h_t = U_2 V_{w2} = U_2 (U_2 + V_{12} \tan \beta'_2 - V_{w2}) \quad (7.6.8)$$

Εστω ότι η ταχύτητα ολίσθησης V_{us} παραμένει σταθερή. Αυξάνοντας την ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας, το δεξιό μέλος της (7.6.8) γίνεται μικρότερο και συνεπώς ελαττώνεται το έργο ανά μονάδα μάζας και ο λόγος πίεσης. Ο ρυθμός πτώσης του λόγου πίεσης με την αύξηση της παροχής είναι ενδεικτικός παράγοντας ευστάθειας του



Σχήμα 7.6.2 Πεδίο χαρακτηριστικών ακτινικού συμπιεστή.

συμπιεστή. Δηλαδή, η λειτουργία είναι ευσταθέστερη όσο περισσότερο αρνητικά "κεκλιμένη" είναι η χαρακτηριστική.

Τα όσα παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 6 για το πεδίο χαρακτηριστικών του αξονικού συμπιεστή ισχύουν και εδώ, τόσο για τις αδιάστατες χαρακτηριστικές όσο και για τις διαστατικές. Στο Σχήμα 7.6.2 παρουσιάζεται το πεδίο χαρακτηριστικών ακτινικού συμπιεστή που υπάρχει στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ. Παρουσιάζονται τόσο οι αδιάστατες όσο και οι διαστατοποιημένες χαρακτηριστικές. Είναι χαρακτηριστικό το ότι όταν χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής $\Phi_{αν}$ οι αδιάστατες χαρακτηριστικές για διάφορες στροφές ταυτίζονται. Ένα πρόσθετο χαρακτηριστικό εδώ είναι ότι η περιοχή λειτουργίας του ακτινικού συμπιεστή είναι ευρύτερη από αντίστοιχες περιοχές αξονικών συμπιεστών. Οι χαρακτηριστικές καμπύλες αξονικών συμπιεστών είναι εν γένει πιο "απότομες". Τέλος, τα όρια λειτουργίας τόσο από ασταθή φαινόμενα όσο και στραγγαλισμό, εξακολουθούν να υπάρχουν.

Οι χαρακτηριστικές σταθερών στροφών ακτινικών συμπιεστών πα-

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

ρουσιάζουν εν γένει μια ευρύτερη περιοχή παροχών από ότι οι αντίστοιχες των αξονικών. Αυτό οφείλεται στο ότι αλλαγές παροχής οδηγούν μάλλον σε αλλαγή του σχετικού εύρους των περιοχών δέσμης και ομόρρου και όχι την απότομη μεταβολή που οφείλεται στη μετάβαση σε αποκόλληση των πτερυγίων αξονικών συμπιεστών. Η μέγιστη παροχή καθορίζεται από την εμφάνιση στραγγαλισμού, ενώ η ελάχιστη από την εμφάνιση περιστροφικής αποκόλλησης ή πάλμωσης που μπορεί να είναι παρόμοια με αυτή των αξονικών συμπιεστών, μπορεί όμως να είναι και διαφορετικού τύπου. Περιστροφική αποκόλληση μπορεί να εμφανίζεται στην πτερωτή ή στον διαχύτη εξόδου που την ακολουθεί.

7.7. Ο ΑΚΤΙΝΙΚΟΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΣΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΟΝ ΑΞΟΝΙΚΟ

Μετά από όσα αναπτύχθηκαν παραπάνω μπορεί να γίνουν κατανοητές κάποιες διαφορές μεταξύ ακτινικών και αξονικών συμπιεστών.

Μια πρώτη σημαντική διαφορά, που ήδη αναφέρθηκε, είναι η δυνατότητα λόγου πίεσης ανά βαθμίδα. Στους ακτινικούς συμπιεστές οι περιορισμοί είναι κατασκευαστικοί και μπορούμε σήμερα να φτάσουμε σε λόγο πίεσης βαθμίδας μέχρι περίπου 9. Στους αξονικούς οι περιορισμοί είναι αεροδυναμικοί και μπορούμε σήμερα να φθάσουμε σε λόγο πίεσης βαθμίδας μέχρι περίπου 2.

Οι ακτινικοί συμπιεστές παρουσιάζουν γενικά μικρότερους βαθμούς απόδοσης από ότι οι αξονικοί. Αυτό συμβαίνει για διάφορους λόγους:

- Το πεδίο ροής σε μια ακτινική πτερωτή είναι πολύ πιο πολύπλοκο από ότι σε μια αξονική περιστρεφόμενη πτερώγωση, και συνδέεται με έντονα συνεκτικά φαινόμενα. Χαρακτηριστική είναι η παρουσία μιας περιοχής "δέσμης" και μιας περιοχής "ομόρρου" στην έξοδο μιας ακτινικής πτερωτής.
- Η αύξηση ολικής ενθαλπίας σε μια ακτινική πτερωτή γίνεται κατά μεγάλο μέρος στη μορφή κινητικής ενέργειας. Την ανάκτηση κινητικής ενέργειας σε στατική πίεση πραγματοποιεί ο διαχύτης, που υποχρεωτικά έχει σχετικά μεγάλες απώλειες. Οι ακτινικοί διαχύτες έχουν μεγαλύτερες απώλειες από τους αξονικούς. Οι απώλειες αυτές είναι μεγαλύτερες όταν η ροή στην είσοδο του διαχύτη είναι σημαντικά ανομοιόμορφη, όπως είναι στην πράξη η ροή εξόδου από την πτερωτή.

Βέβαια για συγκεκριμένες περιπτώσεις ο ακτινικός συμπιεστής είναι αποδοτικότερος του αξονικού. Συγκεκριμένα, όταν πρέπει να

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ

διαχειρισθεί μια μικρή παροχή εργαζόμενου μέσου με μεγάλο λόγο πίεσης, ο ακτινικός συμπίεστής είναι η πιο κατάλληλη επιλογή. Αν χρησιμοποιηθεί αξονικός πρέπει υποχρεωτικά να υπάρχουν περισσότερες από μια βαθμίδες. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε πίσω βαθμίδες με πτερύγια πολύ μικρού μεγέθους που μπορεί π.χ. να έχουν σημαντικές απώλειες λόγω του ότι μηχανικοί λόγοι επιβάλλουν διάκενα συγκεκριμένου μεγέθους μεταξύ ακροπτερυγίων και κελύφους.

Για τη διαχείριση μιας συγκεκριμένης παροχής, ο ακτινικός συμπίεστής έχει σημαντικά μεγαλύτερη μετωπική επιφάνεια από ότι ένας αξονικός, δεδομένου ότι η επιφάνεια αναρρόφησης είναι ουσιαστικά η ίδια. Από την άλλη πλευρά όμως, ο ακτινικός έχει μικρότερο μήκος από έναν πολυβάθμιο αξονικό για τον ίδιο λόγο πίεσης.

Οι ακτινικοί συμπίεστες έχουν πρόσθετα λειτουργικά πλεονεκτήματα, όπως π.χ. η καλύτερη συμπεριφορά σε βλάβες από αναρρόφηση αντικειμένων και μικρότερη ευαισθησία στη συσσώρευση επικαθίσεων στα πτερύγια. Τέλος, η κατασκευή τους είναι αρκετά οικονομικότερη από αυτή των αντίστοιχων αξονικών. Αυτό οφείλεται στο ότι απαιτούνται λιγότερες βαθμίδες ενώ οι πτερωτές είναι συνήθως ένα ενιαίο κομμάτι. Τέτοια κομμάτια είναι ευκολότερο και φθηνότερο να κατασκευασθούν από ότι αντίστοιχες πτερωτές αξονικού συμπίεστή, στις οποίες τα πτερύγια συναρμολογούνται πάνω στο δίσκο ή το τύμπανο.

8. ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

Στο Κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τα σχετικά με τη λειτουργία των αξονικών στρόβιλων, σε αντιστοιχία με όσα παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 6 για τους αξονικούς συμπιεστές. Στόχος είναι να δοθούν τα βασικά στοιχεία που χρειάζονται για να περιγραφεί η λειτουργία βαθμίδων αξονικού στρόβιλου σε σχέση με τη γεωμετρική μορφή των πτερυγίων της. Σχολιάζονται επίσης οι ιδιομορφίες της λειτουργικής συμπεριφοράς των αξονικών στρόβιλων.

8.1. ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ

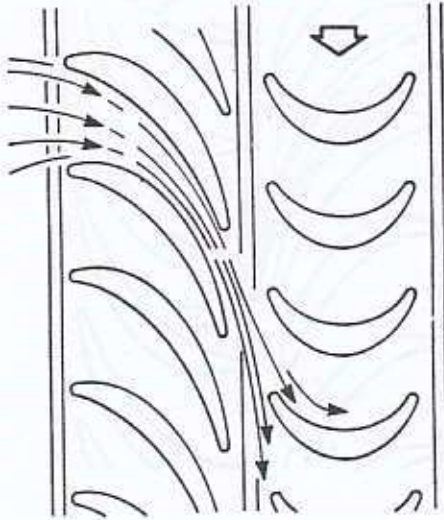
Ο ρόλος ενός στρόβιλου συνίσταται στην αφαίρεση της ενέργειας που μεταφέρει το εργαζόμενο μέσο, την οποία και μεταφέρει ως ενέργεια περιστροφής στον άξονα της μηχανής. Ο στρόβιλος, ως μια από τις συνιστώσες μιας θερμικής στροβιλομηχανής, εκμεταλλεύεται την υψηλή θερμοκρασία και πίεση με την οποία εισέρχεται το εργαζόμενο μέσο (στον αεριοστρόβιλο λ.χ., ο στρόβιλος δέχεται τα καυσαέρια που εξέρχονται από το θάλαμο καύσης) το οποίο αποτονώνει σε χαμηλότερη πίεση και θερμοκρασία. Συνέπεια των υψηλών θερμοκρασιών με τις οποίες εισέρχεται το εργαζόμενο μέσο είναι η ανάπτυξη ισχυρών θερμικών τάσεων στα πτερύγια του στρόβιλου. Στον αεριοστρόβιλο που χρησιμοποιήθηκε ως παράδειγμα, η θερμοκρασία εισόδου στο στρόβιλο είναι της τάξης των 850°C με 1700°C .

Η απόδοση (μέρους) της ενέργειας του ρέοντος μέσου στον άξονα του στρόβιλου πραγματοποιείται ενδεχόμενα με περισσότερες από μια

βαθμίδες και στην περίπτωση αυτή πρόκειται για έναν πολυβάθμιο στρόβιλο (multistage turbine). Κάθε βαθμίδα αποτελείται από μια σταθερή πτερύγωση, την οποία ακολουθεί η περιστρεφόμενη πτερύγωση. Τα πτερύγια της σταθερής πτερύγωσης ενός στρόβιλου χαρακτηρίζονται συνήθως ως ακροφύσια (nozzles). Ο αριθμός των βαθμίδων που θα έχει ένας αξονικός στρόβιλος αποφασίζεται από το σχεδιαστή του λαμβάνοντας υπόψη διάφορους παράγοντες, όπως λ.χ. την ισχύ που θα απορροφάται από το εργαζόμενο μέσο, την ταχύτητα περιστροφής και την επιθυμητή διάμετρο του στρόβιλου.

Κατά τον ίδιο τρόπο με τους συμπιεστές και οι στρόβιλοι διακρίνονται σε δύο τύπους, τους αξονικούς (axial turbines) και τους ακτινικούς στρόβιλους (radial turbines). Οι αξονικοί στρόβιλοι διακρίνονται από τους ακτινικούς από το γεγονός ότι πρακτικά δεν παρουσιάζουν μεταβολή της μέσης ακτίνας ροής. Συνέπεια αυτού είναι οι αξονικοί στρόβιλοι να ενδεικνύονται για τη διαχείριση κυρίως υψηλών παροχών μάζας, αλλά ο λόγος αποτόνωσης (ή λόγος πίεσης) που μπορούν να προκαλέσουν με αποδοτικό τρόπο είναι περιορισμένος. Όμως, η απλή μορφή που παρουσιάζει η διαδρομή του ρευστού μέσα στη μηχανή επιτρέπει τη χρήση πολλαπλών αξονικών βαθμίδων, δηλαδή πολυβάθμιων αξονικών στρόβιλων (multistage axial turbines) όπου επιτυγχάνονται υψηλοί λόγοι πίεσης. Ως ένα ακραίο παράδειγμα αναφέρονται μεγάλης κλίμακας ατμοστρόβιλοι, για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, οι οποίοι, συνδυάζοντας περί τις 30 βαθμίδες, μπορούν να δώσουν λόγο πίεσης μέχρι και της τάξης του 1000. Από την άλλη πλευρά, οι ακτινικοί στρόβιλοι μπορούν να λειτουργήσουν σε χαμηλές παροχές μάζας με περισσότερο αποδοτικό τρόπο από ότι οι αξονικοί στρόβιλοι. Συνήθως, οι αξονικοί στρόβιλοι εμφανίζουν καλύτερο βαθμό απόδοσης για όλες πλην των χαμηλών τιμών ισχύος λειτουργίας.

Ο σχεδιασμός της σταθερής και περιστρεφόμενης πτερύγωσης ενός στρόβιλου στηρίζεται κυρίως στην αεροθερμοδυναμική ανάλυση της ροής και για το λόγο αυτό τα πτερύγια τους έχουν τη βασική μορφή αεροτομής, ώστε να εξασφαλίζεται η βέλτιστη απόδοση του στρόβιλου. Με κριτήριο το βαθμό αντίδρασης μιας βαθμίδας στρόβιλου, ο οποίος θα ορισθεί σε επόμενη Ενότητα του Κεφαλαίου αυτού, με τρόπο ανάλογο αυτού που χρησιμοποιήθηκε για τους αξονικούς συμπιεστές στο Κεφάλαιο 6, διακρίνουμε δύο κυρίως τύπους βαθμίδων αξονικού στρόβιλου. Πρόκειται για τις βαθμίδες δράσης (impulse stage) και τις βαθμίδες αντίδρασης (reaction stage), τις οποίες θα περιγράψουμε σε εισαγωγικό επίπεδο, αφού λεπτομερής ανάλυσή τους ακολουθεί σε επόμενη Ενότητα. Στη βαθμίδα δράσης, Σχήμα 8.1.1, η πτώση της ολικής πίεσης στη βαθμίδα πραγματοποιείται εξ ολοκλήρου στη σταθερή πτερύγωση. Η μορφή των πτερυγίων της σταθερής πτερύγωσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.1.1 είναι τέτοια ώστε να δημιουργούνται συγκλίνοντα ακροφύσια με σκοπό να

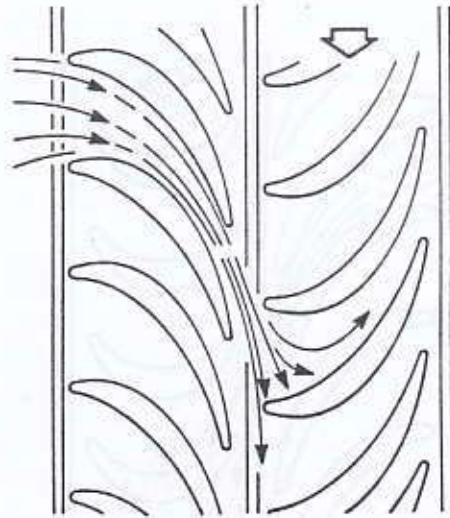


Σχήμα 8.1.1 Βαθμίδα δράσης αξονικού στροβίλου.

επιταχύνουν τη διερχόμενη ροή, ελαττώνοντας συγχρόνως την πίεση. Η ροή η οποία εξέρχεται από τα ακροφύσια οδηγείται στην κινητή πτερύγωση και ωθεί τα πτερύγια της με τη δύναμη που ασκεί σε αυτά λόγω της πρόσπτωσης της στην πλευρά υπερπίεσής τους. Τα πτερύγια της κινητής πτερύγωσης είναι έτσι σχεδιασμένα ώστε να αλλάζουν την κατεύθυνση της ροής (η θετική σχετική γωνία εισόδου της ροής καταλήγει σε αρνητική σχετική γωνία εξόδου, ίδιας απόλυτης τιμής) χωρίς όμως να μεταβάλλουν την πίεση της ροής.

Ενας αξονικός στροβίλος με βαθμό αντίδρασης 100% είναι σχεδιασμένος να λειτουργεί με τον αντίστροφο τρόπο. Στα σταθερά πτερύγια μεταβάλλεται η γωνία της ροής χωρίς ταυτόχρονη μεταβολή της πίεσης, ενώ η μορφή των κινητών πτερυγίων είναι τέτοια ώστε να δημιουργούνται συγκλινόντα ακροφύσια τα οποία επιταχύνουν τη ροή και ασκούν δύναμη αντίδρασης που περιστρέφει τα κινητά πτερύγια.

Στην πράξη, οι αξονικοί στροβίλοι σπάνια σχεδιάζονται χρησιμοποιώντας αποκλειστικά βαθμίδες δράσης ή αποκλειστικά βαθμίδες αντίδρασης, αλλά με συνδυασμένες βαθμίδες δράσης-αντίδρασης. Μια βαθμίδα δράσης-αντίδρασης ενός αξονικού στροβίλου φαίνεται στο Σχήμα 8.1.2. Σ' αυτό φαίνεται ότι η δύναμη που ασκείται στα κινητά πτερύγια και συντελεί στην περιστροφή τους οφείλεται κατά ένα μέρος στην



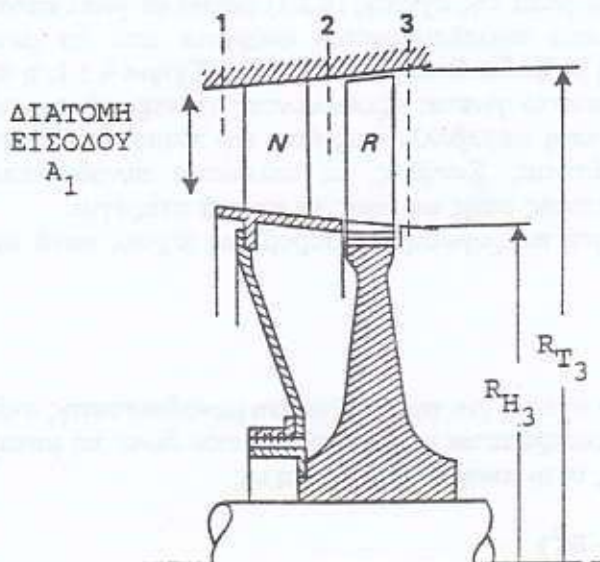
Σχήμα 8.1.2 Βαθμίδα αξονικού στροβίλου, συνδυασμένου τύπου δράσης-αντίδρασης.

πρόσπτωση της ροής πάνω στο πρώτο τμήμα της πλευράς υπερπίεσης τους και κατά το υπόλοιπο μέρος στη δύναμη αντίδρασης λόγω επιτάχυνσης της ροής στο τελευταίο τμήμα τους που σχηματίζει συγκλίνοντα ακροφύσια. Η αναλογία δράσης και αντίδρασης σε μια βαθμίδα αξονικού στροβίλου εξαρτάται από τον τύπο της εφαρμογής, αν και συνήθως συναντώνται βαθμίδες στροβίλου με ισομοιρασμένη δράση και αντίδραση (αυτές που θα ονομάσουμε αργότερα βαθμίδες βαθμού αντίδρασης 50%).

8.2. ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΕΡΓΟΥ ΣΕ ΒΑΘΜΙΔΑ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Ενα σκαριφήμα βαθμίδας αξονικού στροβίλου παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.2.1. Τα πτερύγια της σταθερής πτερυγώσης συμβολίζονται με N (εκ του Nozzle) ενώ τα πτερύγια της κινητής πτερυγώσης συμβολίζονται με R (εκ του Rotor). Στο ίδιο σχήμα σημειώνονται οι θέσεις 1, 2 και 3 που χρησιμοποιούνται για το μονοδιάστατο υπολογισμό της ροής. Για μια

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 8.2.1 Βαθμίδα αξονικού στροβίλου.

τυπική βαθμίδα αξονικού στροβίλου, η διάταξη των πτερυγώσεων που ήδη παρουσιάστηκε στο Σχήμα 4.3.1, μαζί με τα εκεί σημειούμενα τρίγωνα ταχυτήτων, είναι αντιπροσωπευτική και σύμφωνη με τις θέσεις υπολογισμού 1, 2 και 3 που ορίσαμε προηγούμενα. Το θερμοδυναμικό διάγραμμα της ροής είναι συνελπώς αυτό που ήδη παρουσιάστηκε στο Σχήμα 4.3.2. Προσεκτικές προσαρμογές απαιτούνται στα προαναφερθέντα σχήματα ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος που αναλύουμε όπως λ.χ. τη μορφή των κινητών πτερυγίων, το αν η είσοδος της ροής είναι ή όχι αξονική, κλπ.

Ο στροβίλος, κατά τα γνωστά, διέπεται από την εξίσωση του Euler για τις στροβιλομηχανές. Για τη διάταξη πτερυγίων του Σχήματος 4.3.1, η εξίσωση του Euler γράφεται στη μορφή

$$h_{t_1} - h_{t_3} = U (V_{u_2} - V_{u_3}) \quad (8.2.1)$$

όπου γίνεται η υπόθεση ότι ο μονοδιάστατος υπολογισμός λαμβάνει χώρα σε σταθερή ακτίνα R και έτσι χρησιμοποιείται ενιαίος συμβολισμός ($U_2 = U_3 = U$) για τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής στην ακτίνα αυτή.

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

Η φυσική ερμηνεία της σχέσης (8.2.1) βοηθά να γίνει κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο προσλαμβάνεται ενέργεια από το ρευστό που διαρρέει την κινητή βαθμίδα. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3.1, η πρόσληψη ενέργειας από το ρευστό γίνεται προκαλώντας τη στροφή της ροής μέσα στην κινητή πτερύγωση, μεταβάλλοντας έτσι την περιφερειακή συνιστώσα της απόλυτης ταχύτητας. Συνήθως, το τελευταίο συνοδεύεται και με επιτάχυνση της σχετικής ροής ως προς τα κινητά πτερύγια.

Για την κινητή πτερύγωση του στροβίλου ισχύει, κατά τα γνωστά, ότι

$$h_{1R_2} = h_{1R_3} \quad (8.2.2)$$

Η τελευταία σχέση, για την περίπτωση μονοδιάστατης ανάλυσης σε σταθερή ακτίνα, μετατρέπεται σε μια σχέση που δίνει τη μεταβολή της στατικής ενθαλπίας στην κινητή πτερύγωση ως

$$h_2 - h_3 = \frac{1}{2} (W_3^2 - W_2^2) \quad (8.2.3)$$

Τότε, η μεταβολή της ολικής ενθαλπίας σε ολόκληρη τη βαθμίδα, λαμβάνοντας υπόψη ότι

$$h_4 = h_2 \quad (8.2.4)$$

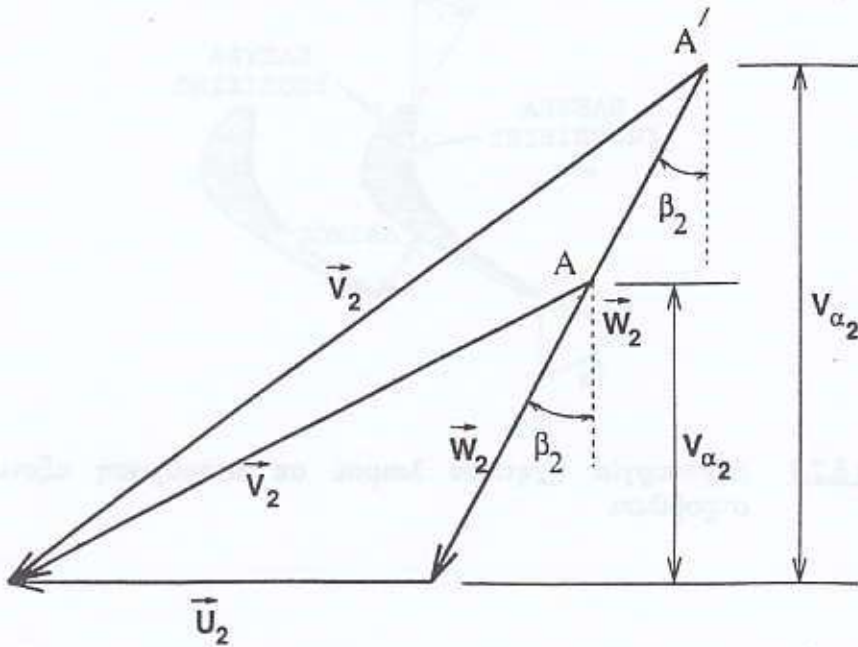
γράφεται

$$h_4 - h_3 = (h_2 - h_3) + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_3^2)$$

και, χρησιμοποιώντας τη σχέση (8.2.3), ως

$$h_4 - h_3 = \frac{1}{2} [(V_2^2 - V_3^2) - (W_2^2 - W_3^2)] \quad (8.2.5)$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (8.2.5) εξηγείται εύκολα γιατί η μέγιστη πρόσληψη έργου από το ρευστό σχετίζεται με (α) την αύξηση της απόλυτης ταχύτητας V_2 στην είσοδο της κινητής πτερύγωσης, δηλαδή με την επιτάχυνση της ροής μέσα στα ακροφύσια του στροβίλου, (β) την ελάττωση της απόλυτης ταχύτητας V_3 με την οποία εξέρχεται η ροή από την κινητή πτερύγωση, ή/και (γ) την επιτάχυνση της σχετικής ροής στην κινητή πτερύγωση, ώστε $W_3 > W_2$. Η στροφή της ροής πραγματοποιείται δίνοντας κατάλληλη καμπυλότητα στα πτερύγια του στροβίλου, ενώ η επιτάχυνση της ροής δηλαδή η αποτόνωση πραγματοποιείται



Σχήμα 8.2.2 Επίδραση της αύξησης της αξονικής ταχύτητας στο τρίγωνο ταχύτητας στην είσοδο της κινητής πτερώγωσης ενός στροβίλου.

διαμορφώνοντας τα κινητά πτερώγια σε τρόπο ώστε η διατομή της ροής να μειώνεται συνεχώς.

Όπως και στην περίπτωση του συμπιεστή, έτσι και για τον αξονικό στρόβιλο, μια ενδεικτική διερεύνηση του τρόπου παραγωγής του έργου μπορεί να γίνει υποθέτοντας ότι η αξονική ταχύτητα V_a είναι σταθερή κατά μήκος της βαθμίδας. Η παραδοχή αυτή δεν είναι δεσμευτική, απλοποιεί όμως σημαντικά τη συλλογιστική που ακολουθεί. Έτσι προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα που καθορίζουν και τους στόχους του σχεδιαστή του στροβίλου. Με σταθερή την ταχύτητα V_a , το έργο που αποδίδει το ρευστό μπορεί να γραφεί εναλλακτικά, χρησιμοποιώντας είτε τις απόλυτες ή τις σχετικές γωνίες ροής, ως

$$h_{t_1} - h_{t_2} = U (V_{u_2} - V_{u_3}) = UV_a (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_3) \quad (8.2.6)$$



Σχήμα 8.2.3 Δημιουργία ηχητικού λαιμού σε πτερύγωση αξονικού στροβίλου.

ή

$$h_{t_1} - h_{t_2} = U(W_{u_2} - W_{u_1}) = UV_{\alpha}(\tan\beta_2 - \tan\beta_3) \quad (8.2.7)$$

Η σχέση (8.2.7) δείχνει ότι η μέγιστη πρόσληψη έργου από το ρευστό μπορεί να επιτευχθεί με τους παρακάτω τρόπους:

- (α) Την αύξηση της ταχύτητας περιστροφής των πτερυγίων, δηλαδή την αύξηση του U . Όμως η ταχύτητα περιστροφής περιορίζεται από τις τάσεις που ασκούνται στα πτερύγια ιδίως για τις υψηλές θερμοκρασίες στις οποίες λειτουργεί ο στροβίλος.
- (β) Την αύξηση της αξονικής συνιστώσας της ταχύτητας V_{α} . Στο Σχήμα 8.2.2 παρουσιάζεται η μεταβολή του τριγώνου ταχυτήτων στην είσοδο της κινητής πτερύγωσης, λόγω αύξησης της αξονικής ταχύτητας, με την προϋπόθεση ότι η σχετική γωνία β_2 διατηρείται σταθερή (έτσι ώστε $\beta_2 = \beta'_2$ ή $\alpha_2 = \alpha'_2$). Όπως φαίνεται στο σχήμα αυτό, η αύξηση της V_{α} προκαλεί αύξηση του μέτρου της απόλυτης και της σχετικής ταχύτητας. Η αύξηση όμως της ταχύτητας έχει συνήθως ως επακόλουθο αυξημένες απώλειες λόγω τριβής στα πτερύγια και τα κελύφη του στροβίλου. Επιπλέον, με την αύξηση της παροχής εμφανίζονται διηχητικές περιοχές ροής και

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

ενδεχόμενα ηχητικός λαιμός στην έξοδο των πτερυγίων όπου βρίσκεται η μικρότερη διατομή και η μέγιστη ταχύτητα, Σχήμα 8.2.3. Η δημιουργία ηχητικού λαιμού συνοδεύεται συνήθως από κρουστικά κύματα που συνεπάγονται επιπλέον απώλειες για τη μηχανή.

- (γ) Την αύξηση της στροφής της ροής, εκφρασμένης στη μορφή της διαφοράς ($\tan\beta_2 - \tan\beta_3$) ή άμεσα της διαφοράς γωνιών ($\beta_2 - \beta_3$). Καλά σχεδιασμένοι στρόβιλοι λειτουργούν σήμερα με επίπεδα στροφής της ροής της τάξης των 100° ή και περισσότερο.

8.3. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Η λειτουργία μιας βαθμίδας στρόβιλου περιγράφεται συνήθως με τις ίδιες παραμέτρους που χρησιμοποιούνται για βαθμίδες συμπιεστών. Έτσι, οι τρεις αδιάστατες ποσότητες που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της βαθμίδας είναι

- (α) ο συντελεστής παροχής Φ :

$$\Phi = \frac{V_a}{U} \quad (8.3.1)$$

- (β) ο συντελεστής φόρτισης Ψ :

$$\Psi = \frac{h_1 - h_3}{U^2} \quad (8.3.2)$$

- (γ) ο βαθμός αντίδρασης r :

$$r = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} \quad (8.3.3)$$

Σημειώνουμε εδώ ότι μερικές φορές ο συντελεστής φόρτισης ορίζεται έχοντας στον παρονομαστή την ποσότητα $U^2/2$ αντί της U^2 . Από την άλλη μεριά, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν διαφορετικές παραλλαγές του λόγου που ορίζει το βαθμό αντίδρασης στη σχέση (8.3.3). Τέλος, η αξονική ταχύτητα V_a που υπεισέρχεται στον ορισμό του συντελεστή παροχής θα μπορούσε να είναι οποιαδήποτε από τις

V_{a1}, V_{a2}, V_{a3} , (ορίζοντας ενδεχόμενα διαφορετικούς συντελεστές $\Phi_1, \Phi_2,$

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

Φ_3) με τη συνήθη όμως παραδοχή, $V_\alpha = \text{σταθερό}$, το θέμα αυτό είναι μικρής σημασίας στην ανάπτυξη που ακολουθεί.

Οι παράμετροι αυτοί μπορούν και πάλι να εκφρασθούν συναρτήσει των γωνιών της ροής. Αναφερόμενοι στα τρίγωνα ταχυτήτων του Σχήματος 4.3.1, προκύπτει εύκολα ότι ο συντελεστής παροχής Φ (με ανάπτυξη των ποσοτήτων στη θέση 2) δίνεται από μια σχέση όμοια με την (6.6.2), ως

$$\Phi = \frac{1}{\tan\alpha_2 - \tan\beta_2} \quad (8.3.4)$$

Για το συντελεστή φόρτισης Ψ , με βάση την ανάλυση της Ενότητας 8.2, ισχύει ότι

$$\Psi = \frac{h_1 - h_3}{U^2} = \frac{h_2 - h_3}{U^2} = \frac{U_2 V_{u_2} - U_3 V_{u_3}}{U^2} \quad (8.3.5)$$

ενώ, για την καθαρά αξονική βαθμίδα όπου $U = \text{σταθερό}$, προκύπτει ότι

$$\Psi = \frac{V_{u_2} - V_{u_3}}{U} \quad (8.3.6)$$

Αν επιπλέον και η αξονική ταχύτητα V_α θεωρηθεί σταθερή κατά μήκος της βαθμίδας, έχουμε

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{V_\alpha}{U} \frac{V_{u_2} - U - W_{u_2}}{V_\alpha} = \Phi \left(\frac{V_{u_2}}{V_\alpha} - \frac{U}{V_\alpha} - \frac{W_{u_2}}{V_\alpha} \right) = \\ &= \Phi \left(\tan\alpha_2 - \frac{1}{\Phi} - \tan\beta_3 \right) . \end{aligned} \quad (8.3.7)$$

ή ισοδύναμα

$$\Psi = -1 + \Phi (\tan\alpha_2 - \tan\beta_3) \quad (8.3.8)$$

Συγκρίνοντας αυτή τη σχέση με τη σχέση (6.6.5), προκύπτουν οι εξής δύο παρατηρήσεις. Καταρχή, η συσχέτιση Φ - Ψ γίνεται μέσω των γωνιών α_2 και β_3 . Αυτό γίνεται γιατί αυτές είναι οι γωνίες εξόδου από πτερύγια που μπορούν να παρουσιάζουν μια σταθερότητα σε μια ευρεία περιοχή διαφορετικών συνθηκών λειτουργίας. Από την άλλη πλευρά, επειδή η γωνία α_2 είναι πάντα θετική ενώ η β_3 πάντα αρνητική, η καμπύλη Φ - Ψ έχει θετική κλίση, ίση με τη θεωρητικά σταθερή ποσότητα $(\tan\alpha_2 -$

$\tan\beta_3$). Σε επόμενη Ενότητα θα δούμε τη συνέπεια αυτού του γεγονότος στη μορφή των χαρακτηριστικών καμπύλων βαθμίδας στροβίλου.

Τέλος, για το βαθμό αντίδρασης μιας επαναληπτικής βαθμίδας αξονικού στροβίλου με $V_a = \text{σταθερό}$, με τη βοήθεια της σχέσης (8.2.3) έχουμε

$$\begin{aligned} h_2 - h_3 &= \frac{1}{2}(W_3^2 - W_2^2) = \frac{1}{2}(W_{u_3}^2 + W_{a_3}^2 - W_{u_2}^2 - W_{a_2}^2) \\ &= \frac{1}{2}(W_{u_3}^2 - W_{u_2}^2) = \frac{V_a^2}{2}(\tan^2\beta_3 - \tan^2\beta_2) \end{aligned} \quad (8.3.9)$$

ενώ η επαναληπτικότητα ($V_1 = V_3$) στο μέτρο της ταχύτητας, σε συνδυασμό με τη σχέση (8.2.5) δίνει ότι

$$h_1 - h_3 = \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) - \left(h_3 + \frac{V_3^2}{2} \right) = h_1 - h_3 = U_2 V_{u_2} - U_3 V_{u_3} \quad (8.3.10)$$

Ετσι για μια καθαρά αξονική ($U = \text{σταθερό}$), επαναληπτική βαθμίδα στροβίλου όπου η αξονική ταχύτητα παραμένει σταθερή, οι σχέσεις (8.3.9) και (8.3.10) επιτρέπουν να εκφραστεί ο βαθμός αντίδρασης r , που ορίζεται στη σχέση (8.3.3), στη μορφή

$$r = \frac{V_a^2(\tan^2\beta_3 - \tan^2\beta_2)}{2 U(V_{u_2} - V_{u_3})} = \frac{V_a^2(\tan^2\beta_3 - \tan^2\beta_2)}{2 U(W_{u_2} - W_{u_3})} = \frac{V_a^2(\tan^2\beta_3 - \tan^2\beta_2)}{2 U V_a(\tan\beta_2 - \tan\beta_3)}$$

και τελικά ως

$$r = - \frac{\Phi}{2} (\tan\beta_3 + \tan\beta_2) \quad (8.3.11)$$

Με την ίδια συλλογιστική με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση του συμπιεστή, είναι χρησιμότερο να εμπλέκονται σε εκφράσεις όπως η (8.3.11) εκείνες οι γωνίες ροής που παραμένουν σταθερές σε ένα ευρύ φάσμα συνθηκών λειτουργίας. Στην περίπτωση του αξονικού στροβίλου τέτοιες γωνίες είναι η γωνία α_2 εξόδου από τη σταθερή πτερύγωση και η γωνία β_3 εξόδου από την κινητή πτερύγωση. Ετσι, αν αντικαταστήσουμε την ποσότητα $\tan\beta_2$ από τη σχέση (8.3.4), προκύπτει η βολική εναλλακτική γραφή

$$r = \frac{1}{2} - \frac{\Phi}{2} (\tan\beta_3 + \tan\alpha_2) \quad (8.3.12)$$

8.4. ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΒΑΘΜΟ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ

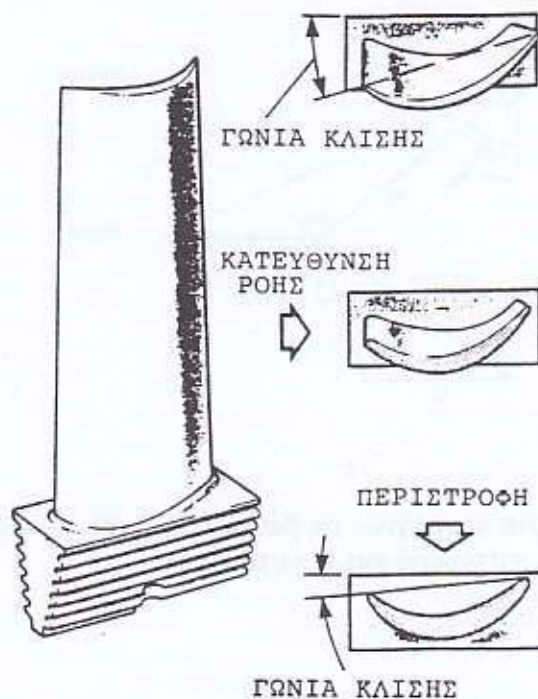
Όπως αναφέρθηκε και στην Ενότητα 8.1, ο βαθμός αντίδρασης αποτελεί το μέσο για τη διάκριση των βαθμίδων ενός αξονικού στροβίλου. Στην Ενότητα 8.1, ορίστηκαν οι βαθμίδες δράσης, αντίδρασης καθώς και οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες βαθμίδες δράσης-αντίδρασης. Στη βιβλιογραφία συχνά ονομάζονται βαθμίδες αντίδρασης εκείνες οι βαθμίδες που απλά έχουν μη μηδενικό βαθμό αντίδρασης. Η τιμή του βαθμού αντίδρασης αποτελεί κριτήριο για τη διάκριση της μορφής (κυρίως των στρεφόμενων) πτερυγίων της βαθμίδας του στροβίλου, όπως φαίνεται από τα Σχήματα 8.1.1 και 8.1.2.

Πρέπει να σημειωθεί ότι, στην πράξη, τα σταθερά ή κινητά πτερύγια μιας βαθμίδας στροβίλου είναι στρεβλά. Η στρεβλότητα των πτερυγίων γίνεται αντιληπτή αν πραγματοποιήσουμε τομές τους σε διάφορες ακτινικές θέσεις, οπότε θα αναγνωρίσουμε διασφραγιστικές καθ' ύψος γωνίες κλίσης των "διδιάστατων" πτερυγώσεων που έτσι προκύπτουν. Η γωνία κλίσης συνηθίζεται να είναι μεγαλύτερη στην κεφαλή, από ότι στο πόδι του πτερυγίου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.4.1. Με τον τρόπο αυτό, μεταβάλλεται και ο βαθμός αντίδρασης των "διδιάστατων" πτερυγώσεων καθ' ύψος, ενώ επιτυγχάνεται περίπου σταθερή εναλλαγή ενέργειας κατά το ύψος του πτερυγίου. Στη συνέχεια θα εξετασθούν δυο τυπικές περιπτώσεις, αυτής του μηδενικού βαθμού αντίδρασης ($r=0$, βαθμίδα δράσης) και αυτής βαθμού αντίδρασης $r=0.50$ (βαθμίδα δράσης-αντίδρασης). Για λόγους εκκολής, οι βαθμίδες που τα μελετήσθαι θα χαρακτηρίζονται από σταθερή ακτινική μανοδιεύθυνση $\mu = \mu_0$ (σταθερό) ($U = \text{σταθερό}$) και σταθερή αξονική ταχύτητα ($V_a = \text{σταθερό}$). Εξαιρέσει η βαθμίδα θα θεωρείται επαναληπτική, ώστε να μη μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια διά μέσου της.

Για την περίπτωση μηδενικού βαθμού αντίδρασης ($r=0$), η σχέση (8.3.11) που προέκυψε με τις παραπάνω παραδοχές δίνει ότι

$$\tan\beta_3 = -\tan\beta_2$$

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 8.4.1 Στρεβλό πτερώγιο στροβίλου που παρουσιάζει διαφορετικές γωνίες κλίσης καθ' ύψος.

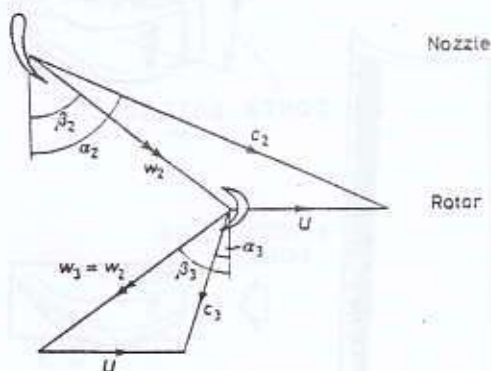
ή απλούστερα ότι

$$\beta_3 = -\beta_2 \quad (8.4.1)$$

όπως φαίνεται και στο Σχήμα 8.4.2. Συνέπεια της σχέσης (8.4.1), αφού και η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας είναι σταθερή, είναι ότι το μέτρο της σχετικής ταχύτητας εκατέρωθεν της κινητής πτερώγωσης παραμένει σταθερό, δηλαδή

$$|W_3| = |W_2| \quad (8.4.2)$$

Η ενεργειακή μεταβολή στη βαθμίδα διέπεται από τη σχέση (8.2.7), η οποία με τη βοήθεια της σχέσης (8.4.1), γράφεται



Σχήμα 8.4.2 Τρίγωνα ταχυτήτων σε βαθμίδα δράσης αξονικού στροβίλου με $V_\alpha = \text{σταθερό}$ και $U = \text{σταθερό}$.

$$h_{t1} - h_{t3} = -2UV_\alpha \tan\beta_3 \quad (8.4.3)$$

Για την ειδική περίπτωση που η ροή εξέρχεται αξονικά από τη βαθμίδα ($\alpha_3 = 0$), ο συντελεστής παροχής γράφεται

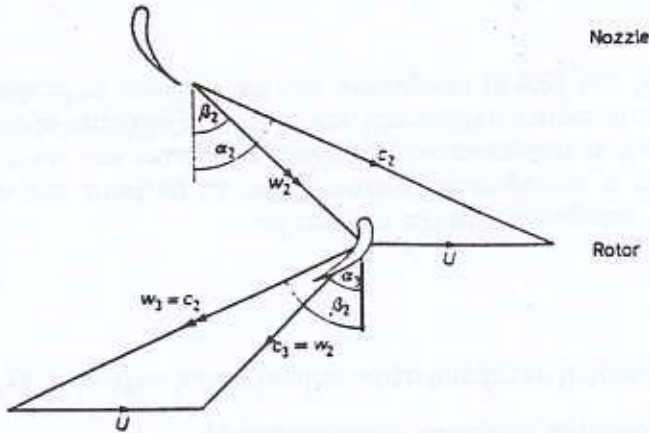
$$\Phi = -\frac{1}{\tan\beta_3} \quad (8.4.4)$$

(η σχέση αυτή προκύπτει από τη σχέση (8.3.4) γραμμένη στη θέση 3, σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές). Επιλύοντας τη σχέση (8.3.12) ως προς τη γωνία α_2 , με $r=0$ και το Φ να εκφράζεται από τη σχέση (8.4.4), προκύπτει ότι

$$\tan\alpha_2 = -2\tan\beta_3 \quad (8.4.5)$$

Αντικαθιστώντας τις (8.4.4) και (8.4.5) στην έκφραση (8.3.8) προκύπτει ότι ο συντελεστής φόρτισης, με τις παραπάνω προϋποθέσεις, παραμένει σταθερός και ανεξάρτητος των γωνιών ροής, και ισούται με

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 8.4.3 Τρίγωνα ταχυτήτων σε βαθμίδα αντίδρασης 50% αξονικού στροβίλου με $V_a = \text{σταθερό}$ και $U = \text{σταθερό}$.

$$\Psi = 2 \tag{8.4.6}$$

Στην περίπτωση αυτή, η μεταβολή στην περιφερειακή ταχύτητα ($V_{u_2} - V_{u_1}$) είναι διπλάσια της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής.

Για την περίπτωση βαθμίδας στροβίλου αντίδρασης 50% ($r=0.50$) η πτώση ενθαλπίας ισομοιράζεται, εξ ορισμού, μεταξύ της σταθερής και της κινητής πτερύγωσης. Από τη σχέση (8.3.12), για $r=0.50$, προκύπτει ότι

$$\tan\beta_3 = -\tan\alpha_2$$

ή

$$\beta_3 = -\alpha_2 \tag{8.4.7}$$

Σχεδιάζοντας τα τρίγωνα ταχυτήτων σε μια τέτοια βαθμίδα, Σχήμα 8.4.3, προκύπτει εύκολα ότι ισχύει ακόμα ότι

$$\alpha_3 = -\beta_2 \quad (8.4.8)$$

Οι σχέσεις (8.4.7) και (8.4.8) υποδηλούν ότι τα τρίγωνα ταχύτητας είναι συμμετρικά. Για την ειδική περίπτωση που η ροή εξέρχεται αξονικά από τη βαθμίδα ($\alpha_3=0$), ο συντελεστής παροχής Φ δίνεται και πάλι από τη σχέση (8.4.4), ενώ ο συντελεστής φόρτισης, με τη βοήθεια των σχέσεων (8.3.8) και (8.4.7), αποδεικνύεται ότι ισούται με

$$\Psi = 1 \quad (8.4.9)$$

Στην περίπτωση αυτή, η μεταβολή στην περιφερειακή ταχύτητα ($V_{u_2}-V_{u_3}$)

είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής U .

Γενικότερα, όταν η ροή σε μια βαθμίδα στρόβιλου (ανεξάρτητα της τιμής του r) εξέρχεται αξονικά ($\alpha_3=0$), τότε με τις γνωστές παραδοχές V_α =σταθερό και U =σταθερό, μπορούμε να συσχετίσουμε άμεσα το συντελεστή φόρτισης Ψ και το βαθμό αντίδρασης r . Στην περίπτωση αυτή, η σχέση (8.4.4) δίνει ότι

$$\tan\beta_3 = -\frac{1}{\Phi}$$

οπότε οι σχέσεις (8.3.8) και (8.3.12) αντίστοιχα γράφονται ως

$$\Psi = \Phi \tan\alpha_2 \quad (8.4.10)$$

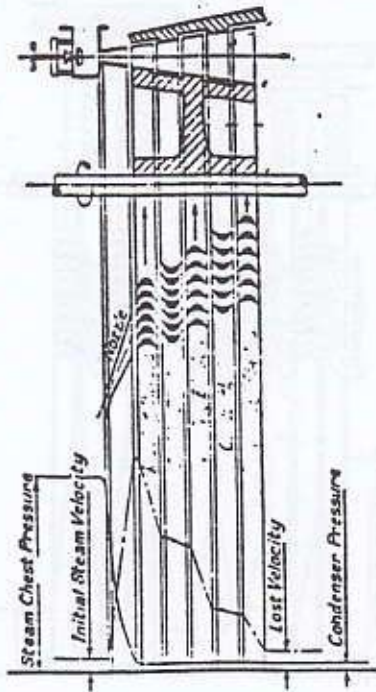
$$r = 1 - \frac{\Phi}{2} \tan\alpha_2 \quad (8.4.11)$$

Με την απαλοιφή του $\tan\alpha_2$ μεταξύ των σχέσεων (8.4.10) και (8.4.11) προκύπτει η γραμμική σχέση μεταξύ r και Ψ

$$\Psi = 2(1-r) \quad (8.4.12)$$

Οι βαθμίδες δράσης ονομάζονται και ισόθλιπτες επειδή η εναλλαγή ενέργειας στην περιστρεφόμενη πτερυγώση γίνεται υπό σταθερή περίπου στατική πίεση. Ένας στρόβιλος που αποτελείται από μια βαθμίδα δράσης λέγεται συχνά και στρόβιλος de Laval, από το όνομα του Σουηδού μηχανικού που κατασκεύασε τον πρώτο τέτοιο στρόβιλο, το 1883. Οι βαθμίδες που έχουν βαθμό αντίδρασης μεγαλύτερο του μηδενός ονομάζονται και υπέρθλιπτες, γιατί η στατική πίεση στην είσοδο της κινητής

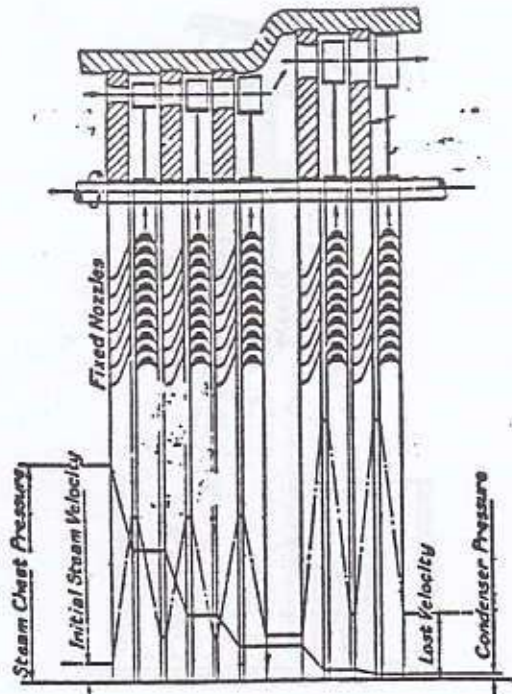
ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 8.4.4 Στρόβιλος δράσης με διαβάθμιση ταχύτητας. Ο στρόβιλος ή τροχός Curtis.

περυόγωση είναι μεγαλύτερη από αυτή στην έξοδό της.

Ο βαθμός αντίδρασης είναι ουσιαστικά μια παράμετρος σχεδίασης που επιλέγεται ανάλογα με τις απαιτήσεις που μπαίνουν από ένα στρόβιλο. Ήδη είδαμε παραπάνω ότι η ικανότητα παραγωγής έργου μιας βαθμίδας με δεδομένη περιφερειακή ταχύτητα πτερυγίων μπορεί να μεταβληθεί σημαντικά με το βαθμό αντίδρασης. Μονοδιάστατοι υπολογισμοί δείχνουν ότι ο βαθμός απόδοσης επίσης επηρεάζεται από την εκλογή βαθμού αντίδρασης. Ανάλογα με τον τρόπο που επιλέγεται η κατανομή του βαθμού αντίδρασης στις βαθμίδες ενός στρόβιλου, έχουμε διάφορους τρόπους διαβάθμισης (compounding). Ας σημειωθεί ότι το θέμα του τρόπου κατανομής της ενθαλπικής πτώσης κατά μήκος ενός στρόβιλου είναι ιδιαίτερα σημαντικό στους ατμοστρόβιλους. Ο λόγος είναι ότι οι μηχανές αυτές καλούνται να πραγματοποιήσουν μετατροπή σε μηχανικό έργο ενθαλπικών πτώσεων που είναι πάρα πολύ μεγάλες συγκριτικά με τους αεριοστρόβιλους. Ας δούμε τώρα κάποιους τύπους στρόβιλων.

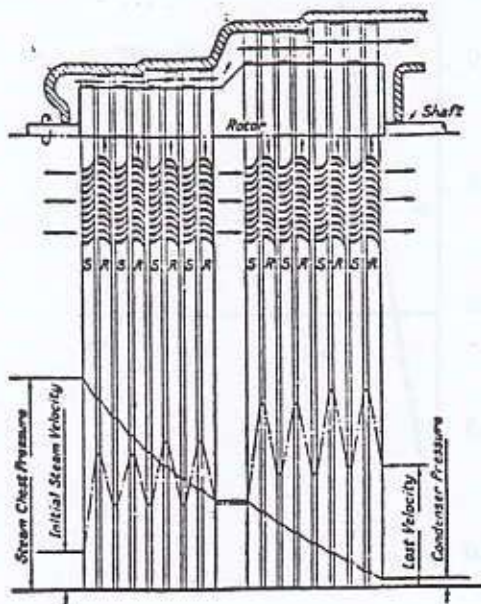


Σχήμα 8.4.5 Στρόβιλος δράσης με διαβάθμιση πίεσης. Ο στρόβιλος Rateau.

Στους στρόβιλους δράσης έχουμε δύο είδη διαβάθμισης:

- διαβάθμιση ταχύτητας (velocity compounding). Στην περίπτωση αυτή μετά από την πρώτη βαθμίδα δράσης ακολουθούν και άλλες ισόθλιπτες βαθμίδες των οποίων τα σταθερά πτερύγια δε μεταβάλλουν την πίεση αλλά μόνο την κατεύθυνση της ταχύτητας ροής. Η μορφή μιας τέτοιας διάταξης φαίνεται στο Σχήμα 8.4.4. Ένας στρόβιλος αυτού του τύπου ονομάζεται και στρόβιλος ή τροχός Curtis, από το όνομα του Αμερικανού μηχανικού που τον επινόησε.
- διαβάθμιση πίεσης (pressure compounding). Η διαφορά από την προηγούμενη περίπτωση είναι ότι τα σταθερά ενδιάμεσα πτερύγια των βαθμίδων πραγματοποιούν επιτάχυνση της ροής με ελάττωση της στατικής πίεσης. Ο τύπος αυτός ονομάζεται και στρόβιλος Rateau (Γάλλος μηχανικός) και μια τυπική διάταξη του φαίνεται στο Σχήμα 8.4.5.

ΑΕΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

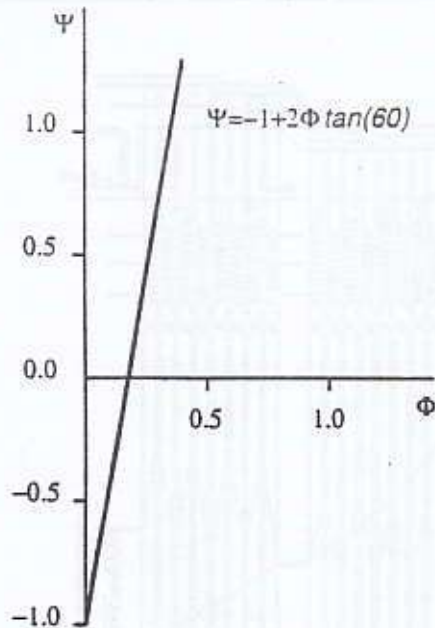


Σχήμα 8.4.6 Ο στρόβιλος Parsons.

Ένα τυπικό παράδειγμα στρόβιλου αντίδρασης που αποτελείται από διαδοχικές βαθμίδες μη-μηδενικού βαθμού αντίδρασης είναι ο στρόβιλος Parsons, του Σχήματος 8.4.6. Ο στρόβιλος αυτός φέρει το όνομα του Sir Charles A. Parsons, που κατασκεύασε τον πρώτο τέτοιο στρόβιλο το 1884.

8.5. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΑΕΟΝΙΚΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Η συσχέτιση των δύο συντελεστών Φ και Ψ δίνεται από τη σχέση (8.3.8). Επειδή οι γωνίες της σχέσης αυτής μπορεί να θεωρηθεί ότι παραμένουν σταθερές για αλλαγή των συνθηκών λειτουργίας της βαθμίδας μπορούμε και πάλι να θεωρήσουμε ότι $\tan\alpha_2 - \tan\beta_3 = \text{σταθερό}$, οπότε η αδιάστατη καμπύλη λειτουργίας του στρόβιλου είναι μια ευθεία γραμμή της οποίας η κλίση εξαρτάται από την τιμή των γωνιών α_2 , β_3 . Για παράδειγμα, στο Σχήμα 8.5.1 παρουσιάζεται η ευθεία χαρακτηριστική που (θεωρητικά) αντιστοιχεί σε βαθμίδα στρόβιλου με $r=0.50$, της οποίας τα πτερύγια είναι έτσι σχεδιασμένα ώστε να δίνουν γωνίες ροής $\alpha_2 - \beta_3 = 60^\circ$.



Σχήμα 8.5.1 Παράδειγμα χαρακτηριστικής Φ - Ψ για βαθμίδα αξονικού στροβίλου, με $r=0.50$ και $\alpha_2=-\beta_2=60^\circ$.

Εναλλακτικά μπορούμε και πάλι να περιγράψουμε αυτή την ευθεία από τις τιμές Φ_d , Ψ_d στο σημείο σχεδίασης. Για τα ζεύγη (Φ, Ψ) και (Φ_d, Ψ_d) ισχύουν ότι

$$\Psi = -1 + \Phi (\tan\alpha_2 - \tan\beta_2)$$

$$\Psi_d = -1 + \Phi_d (\tan\alpha_2 - \tan\beta_2)$$

από το συνδυασμό των οποίων και με την παραδοχή ότι $\tan\alpha_2 - \tan\beta_2 = \text{σταθερό}$ προκύπτει ότι

$$\frac{\Psi + 1}{\Phi} = \frac{\Psi_d + 1}{\Phi_d}$$

η οποία διατυπώνεται και ως

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

$$\frac{\Psi}{\Psi_d} = \frac{\Phi}{\Phi_d} \left(1 + \frac{1}{\Psi_d} \right) - \frac{1}{\Psi_d} \quad (8.5.1)$$

Είναι τώρα ενδιαφέρον να δούμε μια συνέπεια του γεγονότος ότι η σχέση Φ - Ψ για στροβίλους έχει θετική κλίση, όπως ήδη αναφέρθηκε στην Ενότητα 8.3. Στην ανάλυση που θα ακολουθήσει, για λόγους που θα γίνουν κατανοητοί στη συνέχεια, θα εκφράσουμε τη χαρακτηριστική του στροβίλου σε τρόπο που να παριστάνει τη μεταβολή της αύξησης ολικής θερμοκρασίας $\Delta T_t/T_t$ (T_t είναι η ολική θερμοκρασία εισόδου στη

βαθμίδα) συναρτήσει της ανηγμένης παροχής, εκφρασμένης ως $V_a/\sqrt{T_t}$.

Για εργαζόμενο μέσο με σταθερή θερμοχωρητικότητα C_p , ο συντελεστής φόρτισης μπορεί να γραφεί ως

$$\Psi = \frac{C_p(T_t - T_b)}{U^2} = \frac{\Delta T_t}{T_t} \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\gamma R T_t}{U^2} \quad (8.5.2)$$

όπου

$$\Delta T_t = T_t - T_b$$

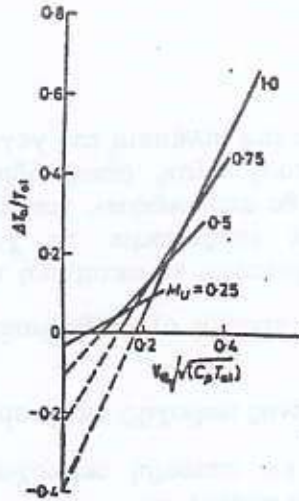
Ο περιφερειακός αριθμός Mach M_u ορίζεται από τη σχέση

$$M_u = \frac{U}{\sqrt{\gamma R T_t}} \quad (8.5.3)$$

με την ποσότητα στον παρονομαστή να αντιστοιχεί στην ταχύτητα του ήχου στις συνθήκες ανακοπής στη θέση 1. Τότε η σχέση (8.5.2) ξαναγράφεται στη μορφή

$$\Psi = \frac{\Delta T_t}{T_t} \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{M_u^2} \quad (8.5.4)$$

Αντίστοιχα, ο συντελεστής παροχής, αναπτύσσοντας τη σχέση (8.3.1) ορισμού του, γράφεται σε μορφή που επίσης εμπλέκει τον περιφερειακό αριθμό Mach, ως



Σχήμα 8.5.2 Χαρακτηριστικές στροβίλου εκφρασμένες με τις ανηγμένες ποσότητες $\Delta T_t/T_{t1}$ και $V_a/\sqrt{T_{t1}}$, με παράμετρο τον περιφερειακό αριθμό Mach M_u .

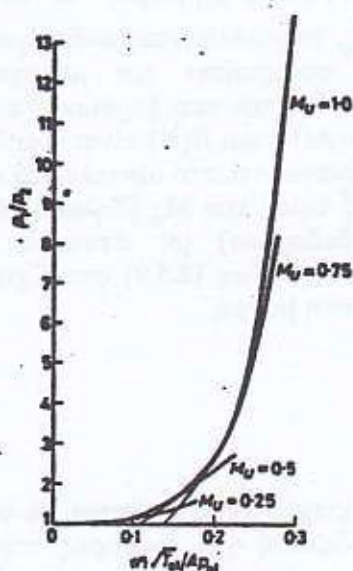
$$\Phi = \frac{V_a}{\sqrt{\gamma RT_{t1}}} \frac{\sqrt{\gamma RT_{t1}}}{U} = \frac{1}{\sqrt{\gamma R}} \frac{V_a}{\sqrt{T_{t1}}} \frac{1}{M_u} \quad (8.5.5)$$

Η αντικατάσταση των εκφράσεων (8.5.4) και (8.5.5) στη σχέση (8.5.1) δίνει τελικά ότι

$$\frac{\Delta T_t}{T_{t1}} = \left\{ \frac{\gamma-1}{\sqrt{\gamma R}} M_u \frac{\Psi_d}{\Phi_d} \left(1 + \frac{1}{\Psi_d} \right) \right\} \frac{V_a}{\sqrt{T_{t1}}} - (\gamma-1) M_u^2 \quad (8.5.6)$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης (8.5.6) δίνεται στο Σχήμα 8.5.2, για διάφορες τιμές της παραμέτρου M_u και είναι προφανώς μια γραμμική σχέση.

Αν στην πραγματική μεταβολή ολικής θερμοκρασίας ΔT_t αντιστοιχεί μια ισεντροπική μεταβολή $\Delta T_t'$, αυτές συνδέονται με τη



Σχήμα 8.5.3 Χαρακτηριστικές στροβίλου, με παράμετρο τον περιφερειακό αριθμό Mach M_u .

σχέση

$$\Delta T_t = \eta_{t-t} \Delta T_t' \quad (8.5.7)$$

Συγχρόνως ισχύει

$$\Delta T_t' = T_{t_1} - T_{t_2}' = T_{t_1} \left[1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

Τότε η σχέση (8.5.6) διατυπώνεται στην ποιοτική μορφή

$$\eta_{t-t} \left[1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = A(N) \dot{m} + B(N) \quad (8.5.9)$$

που δείχνει τη συσχέτιση του λόγου πίεσης π_T του στροβίλου με την

παροχή μάζας που διακινεί (η παροχή μάζας \dot{m} θεωρήθηκε για λόγους απλότητας ανάλογη του V_ω , παραλείποντας ενδεχόμενες μεταβολές στην πυκνότητα του ρευστού) συναρτήσει του ισεντροπικού βαθμού του στροβίλου και των στροφών N (ή του περιφερειακού αριθμού Mach M_u). Οι εκφράσεις των συντελεστών $A(N)$ και $B(N)$ είναι εύκολο να προκύψουν από τη σχέση (8.5.6) και σημειώνεται ότι στο συντελεστή $A(N)$ εμπλέκεται και η διατομή A . Για διάφορες τιμές του M_u (δηλαδή των στροφών) και για δεδομένο στρόβιλο (A =δεδομένο) με σταθερό ισεντροπικό βαθμό απόδοσης σχεδιάζουμε τις καμπύλες (8.5.9) στο Σχήμα 8.5.3. Στο Σχήμα αυτό η απεικόνιση γίνεται στη μορφή

$$\pi_T = \pi_T \left(\frac{m\sqrt{T_{t_1}}}{Ap_{t_1}}, M_u \right)$$

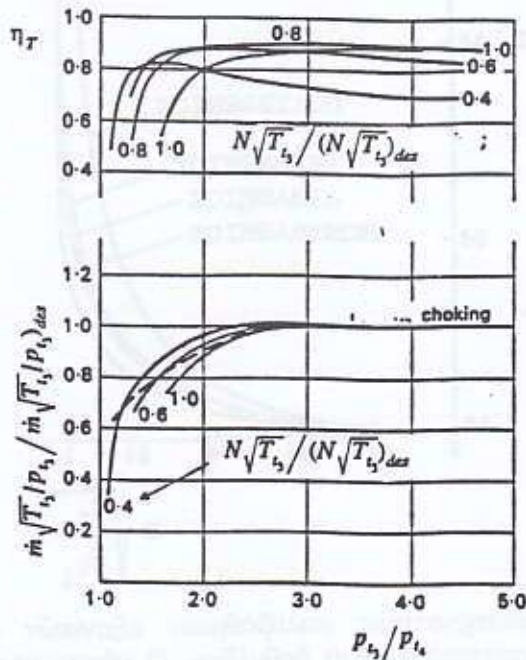
Παρατηρούμε ότι οι χαρακτηριστικές φαίνεται να υπερκαλύπτονται για διάφορες τιμές του M_u , δηλαδή για διάφορες στροφές, τείνοντας να συμπέσουν περίπου σε μια μόνο χαρακτηριστική. Οι χαρακτηριστικές αυτές καταλήγουν για μεγάλους λόγους πίεσης σε σταθερή τιμή της παροχής μάζας, που δηλώνει ότι σε κάποιο σημείο ανάμεσα στα πτερύγια έχει σχηματισθεί "ηχητικός λαιμός". Στην περίπτωση αυτή, η παροχή είναι σταθερή ανεξάρτητα από τις στροφές της μηχανής.

8.6. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ

Όταν έχουμε περισσότερες από μία βαθμίδες στη σειρά, τότε έχουμε ένα πολυβάθμιο στρόβιλο, του οποίου το πεδίο χαρακτηριστικών είναι παρόμοιο με αυτό της απλής βαθμίδας. Ένα τυπικό παράδειγμα τέτοιου πεδίου χαρακτηριστικών φαίνεται στο Σχήμα 8.6.1. Εδώ έχουμε δύο παρατηρήσεις σε σύγκριση με το αντίστοιχο πεδίο χαρακτηριστικών πολυβάθμιου συμπίεστή.

Καταρχήν, ο βαθμός απόδοσης παραμένει σταθερός για σημαντικό εύρος ταχυτήτων περιστροφής και λόγων πίεσης. Αυτό οφείλεται στον επιταχυνόμενο χαρακτήρα της ροής, που επιτρέπει στα πτερύγια στροβίλων να λειτουργούν σε ευρεία περιοχή γωνιών εισόδου χωρίς μεταβολή του συντελεστή απωλειών.

Από την άλλη μεριά υπάρχει ένα όριο στην παροχή, που επιβάλλεται από την ανάπτυξη ηχητικής κατάστασης σε κάποια θέση στη μηχανή. Αν αυτή η θέση είναι σε ακίνητα πτερύγια ή στον δακτυλιοειδή αγωγό, τότε όλες οι ισοταχείς πέφτουν πάνω σε μια και μοναδική ευθεία.



Σχήμα 8.6.1 Χαρακτηριστικά πολυβάθμιου αξονικού στροβίλου.

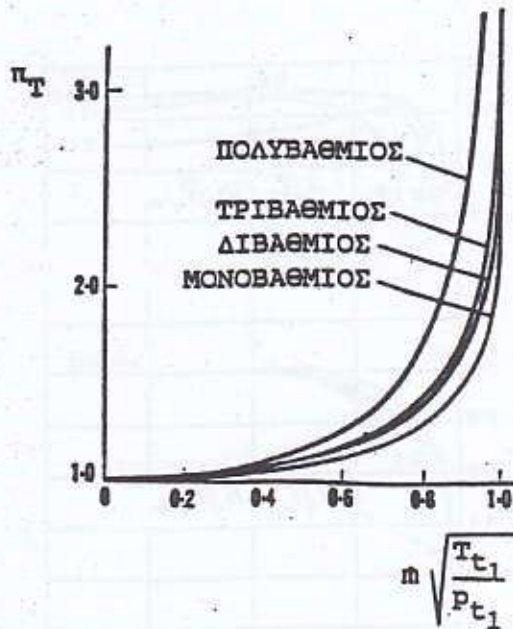
Αν όμως αυτό συμβαίνει σε περιστρεφόμενα πτερύγια, τότε έχουμε μια μικρή διαφορά με τις στροφές. Ακόμα και στην υποηχητική περιοχή οι χαρακτηριστικές δεν διαφέρουν σημαντικά, όπως αποδείχτηκε ήδη για την απλή βαθμίδα παραπάνω.

Όσο περισσότερες είναι οι βαθμίδες, τόσο υπάρχει η τάση οι χαρακτηριστικές να συμπέσουν σε μια καμπύλη για όλη την περιοχή λειτουργίας. Συγχρόνως, όσο περισσότερες είναι οι βαθμίδες, η κοινή μορφή των χαρακτηριστικών τείνει προς μια καθαρά ελλειπτική μορφή. Αυτό μπορεί να φανεί στο Σχήμα 8.6.2 όπου σχεδιάζονται συγχρόνως οι χαρακτηριστικές για μονοβάθμιο, διβάθμιο, τριβάθμιο και πολυβάθμιο αξονικό στρόβιλο. Στο Σχήμα αυτό, οι χαρακτηριστικές σχεδιάστηκαν με

άξονες την παροχή μάζας στην ανηγμένη μορφή $\dot{m}\sqrt{T_1}/p_1$ και το λόγο πίεσης p_2/p_1 ολόκληρου του στροβίλου.

Η ελλειπτική μορφή της χαρακτηριστικής ενός πολυβάθμιου στροβίλου παρατηρήθηκε αρχικά από το Stodola και διατυπώθηκε

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 8.6.2 Χαρακτηριστικές πολυβάθμιων αξονικών στροβίλων για διαφορετικό αριθμό βαθμίδων. Ο νόμος της έλλειψης του Stodola.

θεωρητικά στη μορφή του νόμου της έλλειψης (ellipse law, ή προς τμήν του και νόμος του Stodola). Σύμφωνα με αυτό το νόμο ισχύει ότι

$$\dot{m} \frac{\sqrt{T_{t1}}}{P_{t1}} = K [1 - \pi_T^2]^{1/2} \quad (8.6.1)$$

όπου K είναι κατάλληλη σταθερά. Η σχέση (8.6.1) χρησιμοποιήθηκε για πολλά χρόνια σε πρακτικούς υπολογισμούς κυρίως πολυβάθμιων ατμοστροβίλων.

8.7. ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ ΚΑΙ ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Πριν παρουσιάσουμε κάποιες εμπειρικές σχέσεις για την εκτίμηση του βαθμού απόδοσης στροβίλων χρησιμοποιώντας στοιχεία από την

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

ανάλυση πτερυγώσεων, θα κάνουμε μια σύντομη αναφορά στού μηχανισμού που οδηγούν στην εμφάνιση απωλειών σε στροβίλους. Γενικά, οι απώλειες που δημιουργούνται μέσα σε βαθμίδες στροβίλων είναι διαφόρων ειδών. Εδώ γίνεται μόνο μια σύντομη αναφορά σ'αυτές, με σκοπό να δοθεί μια ιδέα του θέματος και να δειχθεί ότι υπάρχουν κάποιες απώλειες που αφορούν ειδικά τους ατμοστροβίλους. Μια τυπική κατάταξη των απωλειών δίνεται αμέσως παρακάτω:

- (α) Αεροδυναμικές απώλειες πτερυγώσεων
- απώλειες αεροτομής: συνδέονται με τα οριακά στρώματα των πτερυγίων
 - απώλειες παράπλευρων τοιχωμάτων: συνδέονται με τα οριακά στρώματα του κελύφους στο πόδι και την κεφαλή
 - απώλειες δευτερευουσών ροών: συνδέονται με τις δευτερεύουσες ροές
 - απώλειες ακτινικών διακένων: συνδέονται με τη μετάβαση ρευστού από την πλευρά υπερπίεσης στην πλευρά υποπίεσης μέσω των διακένων στα άκρα των πτερυγίων.
- (β) Απώλειες διαφυγών (π.χ. μέσω λαβυρίθων)
- (γ) Απώλειες μετάδοσης θερμότητας
- (δ) Απώλειες υπερκορεσμού. Δημιουργούνται από το σχηματισμό κρουστικού κύματος συμπυκνώσεως (condensation shock). Τέτοιο κύμα εμφανίζεται όταν κατά τη διάρκεια μιας αποτόνωσης έχουμε υπερκορεσμένο ατμό. Κατά την ταχεία εκτόνωση ατμού μέσα από ένα ακροφύσιο ή πτερύγωση στροβίλου είναι δυνατόν η κατάσταση του ατμού να διασχίσει τη γραμμή συμπύκνωσης χωρίς να συμπυκνωθεί. Όταν όμως η πίεση φθάσει σε κάποια χαμηλότερη τιμή, τότε συμβαίνει απότομα η συμπύκνωση. Η απελευθέρωση της ενθαλπίας συμπύκνωσης έχει ως αποτέλεσμα την ξαφνική αύξηση πίεσης και ελάττωση ταχύτητας, φαινόμενο ανάλογο με τα κρουστικά κύματα σε συμπιεστό ρευστό.
- (ε) Απώλειες Σταγονιδίων: Εμφανίζονται σε στροβίλους που δουλεύουν σε διφασική ροή και οφείλονται κυρίως σε απώλειες λόγω κρούσης σταγονιδίων με τα πτερύγια και απώλειες για επιτάχυνση των σταγονιδίων από την αέρια φάση.

Αντίστοιχα με όσα σχολιάσαμε για συμπιεστές, μπορεί να υπολογιστούν οι επιδόσεις βαθμίδας στροβίλου από γεωμετρικά στοιχεία, μέσω ημιεμπειρικών σχέσεων. Εδώ θα παρουσιασθεί μια σχετικά απλοποιημένη

τέτοια σχέση.

Ο βαθμός απόδοσης μιας βαθμίδας στροβίλου μπορεί να εκφρασθεί συναρτήσει των απωλειών της σταθερής και της κινητής πτερύγωσης. Αναφερόμενοι στο διάγραμμα βαθμίδας στροβίλου, Σχήμα 4.3.2, μπορούμε να εκφράσουμε τις απώλειες κάθε πτερύγωσης ως εξής:

(α) Σταθερή πτερύγωση :

$$h_2 - h_{2'} = \zeta_N \frac{1}{2} V_2^2 \quad (8.7.1)$$

(β) Κινητή πτερύγωση :

$$h_3 - h_{3'is} = \zeta_R \frac{1}{2} W_3^2 \quad (8.7.2)$$

Οι εξισώσεις αυτές εκφράζουν μια σχέση που έχει βρεθεί από την εμπειρία, δηλαδή παρατηρήσεις ενός μεγάλου αριθμού πειραματικών δεδομένων. Δείχνει δε, ότι η αύξηση στατικής ενθαλπίας σχετικά με την αντίστοιχη ιδανική μεταβολή, λόγω απωλειών μέσα στην πτερύγωση είναι ανάλογη της κινητικής ενέργειας εξόδου από την πτερύγωση, με συντελεστή αναλογίας την παράμετρο ζ_N για σταθερή και ζ_R για την κινητή πτερύγωση.

Μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικών προς ολικές συνθήκες συναρτήσει των συντελεστών ζ_N , ζ_R και των αντίστοιχων κινητικών ενεργειών. Έχουμε λοιπόν

$$\eta_{i-t} = \frac{h_{i_1} - h_{i_3}}{h_{i_1} - h_{i_3'}} \quad (8.7.3)$$

Από το Σχήμα 4.3.2 έχουμε όμως ότι

$$h_{i_1} - h_{i_3'} = (h_{i_1} - h_{i_3}) + (h_{i_3} - h_3) + (h_3 - h_{3'u}) + (h_{3'u} - h_{3'}) + (h_{3'} - h_{i_3'}) \quad (8.7.4)$$

Θεωρώντας ότι η διαφορά εντροπίας μεταξύ σημείου (3) και (3') δεν είναι μεγάλη, δηλαδή ότι η απόκλιση των ισοθλιπτων είναι μικρή, μπορούμε να πούμε ότι

$$(h_{i_3} - h_3) + (h_{3'} - h_{i_3'}) = 0 \quad (8.7.5)$$

Δεδομένου ότι για ισόθλιπτες μεταβολές ισχύει $dh = Tds$, μπορούμε να γράψουμε ότι

$$h_{3'u} - h_{3'} = T_3 (S_{3'u} - S_{3'}) \quad (8.7.6)$$

$$h_2 - h_{2'} = T_2 (S_2 - S_{2'})$$

Επειδή οι διαφορές εντροπίας που εμφανίζονται στα δεξιά μέλη των σχέσεων (8.7.6) είναι ίσες, έχουμε ότι

$$\frac{h_{3'u} - h_{3'}}{h_2 - h_{2'}} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow h_{3'u} - h_{3'} = (h_2 - h_{2'}) \frac{T_3}{T_2} \quad (8.7.7)$$

Εισάγοντας τις παραπάνω σχέσεις στην (8.7.3) και αντικαθιστώντας τις διαφορές, παίρνουμε τελικά

$$\eta_{1-1,2} = \frac{1}{1 + \frac{\zeta_R W_3^2 + \zeta_N V_2^2 T_3/T_2}{2C_p(T_{1_1} - T_{1_2})}} \quad (8.7.8)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τη σχέση $h_{1_1} - h_{1_2} = C_p(T_{1_1} - T_{1_2})$.

Η εμπειρική σχέση που παρουσιάζεται στη συνέχεια είναι γνωστή σαν εμπειρική σχέση του Howthorn. Θεωρείται απλοποιημένη μορφή μίας άλλης εμπειρικής σχέσης, γνωστής με το όνομα του Soderberg και εκτιμά εμπειρικά το συντελεστή απωλειών μιας πτερύγωσης στροβίλου.

Η εξίσωση που δίνει το συντελεστή απωλειών είναι η

$$\zeta = \left(\frac{10^5}{Re}\right)^{\frac{1}{4}} \left[0,025 \left(1 + \left(\frac{\varepsilon}{90}\right)^2\right) \left(1 + 3,2 \frac{b}{H}\right) \right] \quad (8.7.9)$$

όπου Re είναι ένας αριθμός Reynolds βασισμένος στη μέση υδραυλική διάμετρο D_h στη θέση της πτερύγωσης και δίνεται από τη σχέση

$$Re = \frac{\rho_2}{\mu} W_2 D_h \quad (8.7.10)$$

ΑΞΟΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΛΟΙ

και

$$D_h = \frac{2SH \cos \beta_2}{S \cos \beta_2 + H} \quad (8.7.11)$$

Η είναι το ύψος του καναλιού, β_2 η γωνία εξόδου, W_2 η ταχύτητα εξόδου, S το βήμα της πτερύγωσης, ρ_2 η πυκνότητα στην έξοδο και μ η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού. b είναι το μήκος της αξονικής προβολής της χορδής και ε η απόλυτη τιμή της γωνίας στροφής της ροής δηλαδή

$$\varepsilon = |\beta_2 - \beta_1| \quad \text{για κινητή πτερύγωση}$$

$$\varepsilon = |a_2 - a_1| \quad \text{για σταθερή πτερύγωση}$$

Για μια πρώτη εκτίμηση μπορεί κανείς να θεωρήσει $Re = 10^5$.

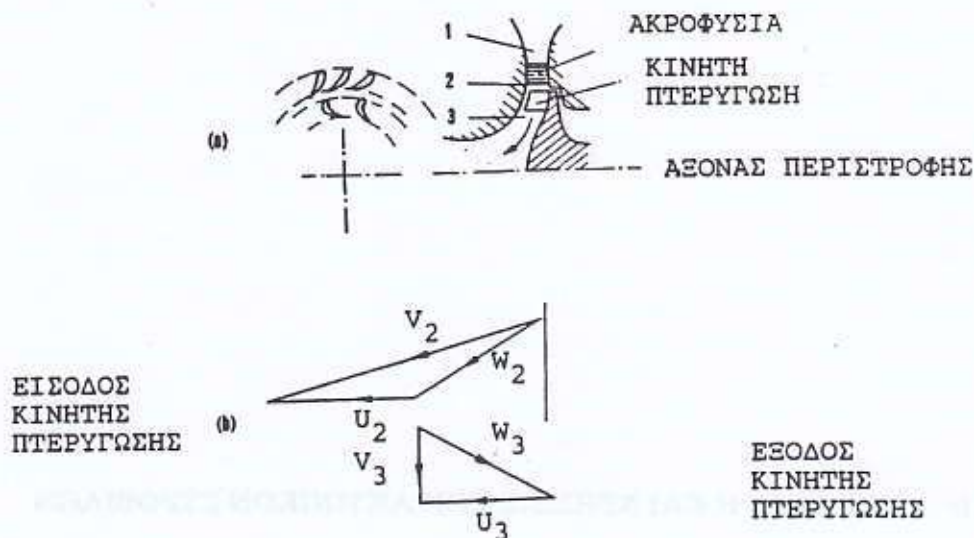
9. ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

9.1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΚΤΙΝΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ

Οι ακτινικοί στρόβιλοι πρωτοεμφανίσθηκαν στις αρχές του 19ου αιώνα με σκοπό τότε να χρησιμοποιηθούν στη μορφή υδροστρόβιλων. Ο Γάλλος μηχανικός Fourneyron σχεδίασε τον πρώτο υδροστρόβιλο, που ήταν τύπου ακτινικής εξόδου της ροής (radial-outflow turbine), περί το 1830. Λίγο αργότερα εμφανίσθηκε ο στρόβιλος Francis, που ήταν τύπου ακτινικής εισόδου της ροής (radial-inflow turbine). Οι στρόβιλοι όπου η ροή εισέρχεται ακτινικά και εξέρχεται αξονικά παρουσιάζουν γενικά το πλεονέκτημα του υψηλού ειδικού έργου, σχετικά με τους στρόβιλους όπου η εισοδος της ροής γίνεται αξονικά ενώ η έξοδος ακτινικά. Οι στρόβιλοι ακτινικής εισόδου καλύπτουν μεγάλο εύρος ισχύων, παροχών μάζας και ταχυτήτων περιστροφής και για το λόγο αυτό τους συναντάμε σε πολλές χρήσεις, από πολύ μεγάλους στρόβιλους Francis που χρησιμοποιούνται στα υδροηλεκτρικά έργα για την παραγωγή ισχύος της τάξης εκατοντάδων MW, μέχρι μικρούς αεριοστρόβιλους κλειστού κυκλώματος για την παραγωγή μερικών δεκάδων KW.

Στους στρόβιλους ακτινικής εισόδου της ροής, μέρος της ενέργειας του εργαζόμενου μέσου μεταφέρεται στον άξονα του στρόβιλου από τα πτερύγια της κινητής πτερύγωσης, καθώς αυτό κινείται από τη μεγάλη προς τη μικρή ακτίνα. Σύμφωνα με το θεώρημα του Euler για τις στρόβιλομηχανές, η παραγόμενη ισχύς αντιστοιχεί στη μεταβολή της ποσότητας UV_u από την εισοδο στην έξοδο της κινητής πτερύγωσης. Χρησιμοποιώντας τα σταθερά πτερύγια, η ροή εισέρχεται στην κινητή πτερύγωση με μεγάλη (θετική) τιμή της περιφερειακής συνιστώσας της ταχύτητας. Στην έξοδο, συνήθως, τα πτερύγια είναι έτσι σχεδιασμένα ώστε

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

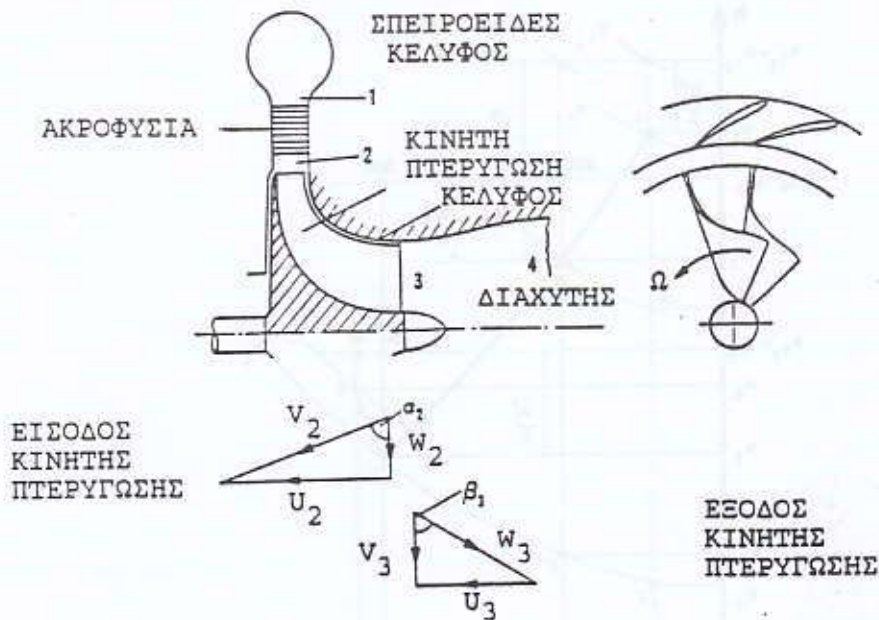


Σχήμα 9.1.1 Ακτινικός στρόβιλος με ακτινική είσοδο της ροής.

η απόλυτη ταχύτητα να εξέρχεται αξονικά ή περίπου αξονικά. Έτσι το παραγόμενο έργο ανά μονάδα μάζας του ρεόντος ρευστού ουσιαστικά αντιστοιχεί στην τιμή του V_u εισόδου στην κινητή πτερυγώση πολλαπλασιασμένου με τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής στην ακτίνα αυτή. Ενδεικτικά, αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 9.1.1 που δείχνει έναν ακτινικό στρόβιλο με ακτινική είσοδο της ροής και με τα πτερύγια της κινητής πτερυγώσης να περιορίζονται μόνο στο άνω άκρο του τροφείου (cantilever turbine). Στην περίπτωση αυτή τα πτερύγια της κινητής πτερυγώσης είναι συνήθως τύπου δράσης και συνεπώς η σχετική ταχύτητα αλλάζει πολύ λίγο μεταξύ εισόδου και εξόδου στην κινητή πτερυγώση (διατηρώντας περίπου το μέτρο της και αντιστρέφοντας το πρόσημό της, που στην έξοδο γίνεται αρνητικό). Τα πτερύγια έχουν το τυπικό σχήμα των πτερυγίων ενός αξονικού στρόβιλου δράσης και για το λόγο αυτό σχεδιάζονται με ανάλογο τρόπο.

Το Σχήμα 9.1.2 δείχνει έναν ακτινικό στρόβιλο όπου η ροή εισέρχεται ακτινικά και στη συνέχεια στρίβει κατά 90° με τα πτερύγια της κινητής πτερυγώσης, ώστε η έξοδος να πραγματοποιείται αξονικά. Το τελευταίο τμήμα των κινητών πτερυγίων είναι συνήθως καμπύλο (κεκλιμένο κατά την αντίθετη φορά από αυτήν της περιστροφής ώστε η απόλυτη ταχύτητα στην έξοδο να είναι αξονική. Ο ακτινικός στρόβιλος στροφής 90° μοιάζει πολύ με τον ακτινικό συμπιεστή που αναλύθηκε εκτενώς στο

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 9.1.2 Ακτινικός στρόβιλος με ακτινική είσοδο της ροής και στροφή της ροής κατά 90° .

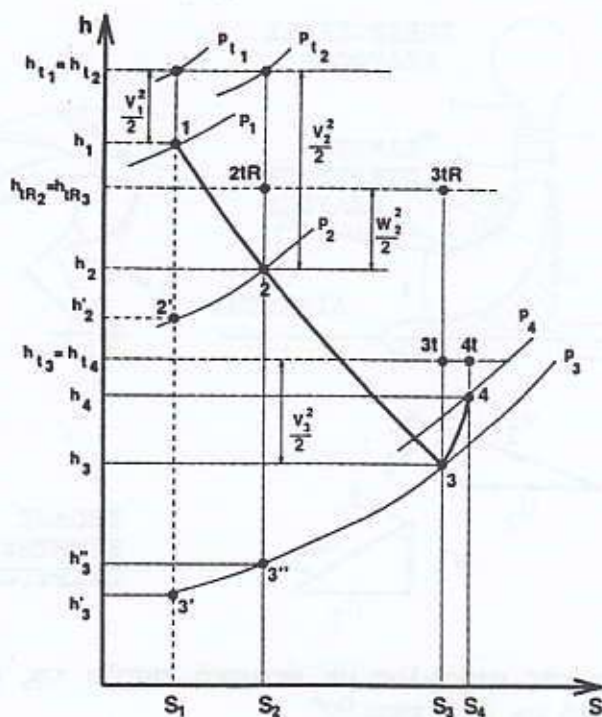
Κεφάλαιο 7, με τη διαφορά ότι η φορά της ροής και η κίνηση των πτερυγίων είναι αντίστροφες. Στην έξοδο του ακολουθεί διαχύτης ώστε να εκμεταλλευθεί την υψηλή κινητική ενέργεια $1/2 V_3^2$ του ρευστού στην έξοδο.

9.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΑΚΤΙΝΙΚΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟ

Οι μέχρι τώρα γνώσεις που αποκτήθηκαν στα πρώτα Κεφάλαια και η μετέπειτα εφαρμογή τους για την περίπτωση των αξονικών και ακτινικών συμπιεστών καθώς και των αξονικών στρόβιλων, επιτρέπουν την ανάλυση της ροής σε έναν τυπικό ακτινικό στρόβιλο, ακτινικής εισόδου της ροής, όπως αυτός που παρουσιάστηκε στο Σχήμα 9.1.2. Το θερμοδυναμικό διάγραμμα της όλης μεταβολής φαίνεται στο Σχήμα 9.2.1.

Η διατήρηση της ολικής ενθαλπίας μεταξύ των θέσεων 1 και 2 σημαίνει ότι η πτώση της στατικής ενθαλπίας μεταξύ των παραπάνω θέσεων ισούται με

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 9.2.1 Θερμοδυναμικό διάγραμμα ροής στον ακτινικό στρόβιλο του Σχήματος 9.1.2.

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) \quad (9.2.1)$$

και ισοδυναμεί με πτώση πίεσης ίση με $p_2 \cdot p_1$.

Συγχρόνως, η διατήρηση της ολικής ενθαλπίας h_{tR} μεταξύ των θέσεων 1 και 2 επιτρέπει την έκφραση της πτώσης στατικής ενθαλπίας μεταξύ των θέσεων 2 και 3, στη μορφή

$$h_2 - h_3 = \frac{1}{2} [(U_2^2 - U_3^2) - (W_2^2 - W_3^2)] \quad (9.2.2)$$

Σημειώνεται ότι η θέση 2 αντιστοιχεί στη συνήθως σταθερή ακτίνα R_2 που

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

παρουσιάζει το πτερύγιο κατά μήκος της ακμής προσβολής του ενώ η ακτίνα R_3 της θέσης 3 καθορίζεται στην έξοδο των κινητών πτερυγίων, με τις γνωστές παραδοχές της μονοδιάστατης ανάλυσης. Στο Σχήμα 9.2.1 έχουν αμεληθεί οι απώλειες που συμβαίνουν στο χώρο μεταξύ ακροφυσίων και εισόδου στην κινητή πτερύγωση ή τουλάχιστον έχουν ενσωματωθεί στις απώλειες της σταθερής ή της κινητής πτερύγωσης. Η παραγωγή έργου ανά μονάδα μάζας του εργαζόμενου μέσου εκφράζεται χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Euler για τις στροβιλομηχανές, όπως αυτό εφαρμόζεται μεταξύ των θέσεων 2 και 3. Έτσι είναι

$$h_{t_1} - h_{t_3} = U_2 V_{u_2} - U_3 V_{u_3} \quad (9.2.3)$$

Επειδή

$$h_{t_1} = h_{t_2}$$

η μεταβολή της ολικής ενθαλπίας που εκφράζει η σχέση (9.2.3), με τη βοήθεια της (9.2.2) γράφεται και στη μορφή

$$h_{t_1} - h_{t_3} = \frac{1}{2} [(U_2^2 - U_3^2) + (W_3^2 - W_2^2) + (V_2^2 - V_3^2)] \quad (9.2.4)$$

Ο όρος $(U_2^2 - U_3^2)$ στη σχέση (9.2.4) έχει συνήθως υψηλή (θετική) τιμή και συνεισφέρει σημαντικά στη διαμόρφωση του τελικά παραγόμενου έργου. Η παρουσία και ο ειδικός ρόλος αυτού του όρου εκφράζουν και το κύριο πλεονέκτημα των ακτινικών στροβίλων ακτινικής εισόδου της ροής, έναντι εκείνων όπου η είσοδος της ροής γίνεται αξονικά ενώ η έξοδος της ακτινικά.

Η εξίσωση (9.2.4) είναι χρήσιμη γιατί, με τη διερεύνησή της, γίνονται κατανοητές οι απαιτήσεις που τίθενται κατά το σχεδιασμό ενός ακτινικού στροβίλου. Έτσι, για παράδειγμα, είναι επιθυμητή η επιτάχυνση της (σχετικής) ροής μέσα στην κινητή πτερύγωση, ώστε να αυξηθεί η

συνεισφορά του όρου $(W_3^2 - W_2^2)$ στο ειδικό έργο (έργο ανά μονάδα μάζας ρέοντος ρευστού) που εκφράζει η σχέση (9.2.4). Με αντίστοιχο σκεπτικό, τα ακροφύσια οφείλουν να επιταχύνουν τη ροή ώστε να μεγιστοποιείται η απόλυτη ταχύτητα V_2 στην είσοδο της κινητής πτερύγωσης. Αν συγχρόνως τα πτερύγια της κινητής πτερύγωσης είναι έτσι σχεδιασμένα ώστε να ελαχιστοποιείται η απόλυτη ταχύτητα V_3 εξόδου από αυτά, τότε ενισχύεται και η σημασία του τελευταίου όρου της (9.2.4) ως προς τη δυνατότητα παραγωγής έργου.

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

Συνήθως, στους ακτινικούς στροβίλους, όπως αυτός του Σχήματος 9.1.2, η διάταξη των ακροφυσιών είναι έτσι ώστε η σχετική ταχύτητα που εισέρχεται στην κινητή πτερύγωση να έχει ακτινική κατεύθυνση ($\beta_2=0$), ενώ τα πτερύγια στην κινητή πτερύγωση σχεδιάζονται με τρόπο που να εξασφαλίζεται η αξονική κατεύθυνση της απόλυτης ταχύτητας στην έξοδο ($\alpha_3=0$). Στις περιπτώσεις που ισχύουν τα παραπάνω, το παραγόμενο έργο ανά μονάδα μάζας του ρευστού εξαρτάται μόνο από την ακτίνα στη θέση 2 και την ταχύτητα περιστροφής της μηχανής, αφού η σχέση (9.2.3) διατυπώνεται στη μορφή

$$h_{t_1} - h_{t_3} = U_2^2 \quad (9.2.5)$$

Στην ίδια περίπτωση, η σχέση (9.2.2) απλοποιείται σημαντικά από τη γεωμετρία των ορθογώνιων τριγώνων ταχύτητας στην είσοδο και την έξοδο της κινητής πτερύγωσης. Έτσι, επειδή

$$V_2^2 = U_2^2 + W_2^2$$

$$W_3^2 = U_3^2 + V_3^2$$

τελικά προκύπτει ότι

$$h_2 - h_3 = \frac{1}{2} (U_2^2 - W_2^2 + V_3^2) \quad (9.2.6)$$

Επειδή

$$\frac{U_2}{W_2} = \tan \alpha_2 \quad , \quad \frac{U_3}{V_3} = \tan \beta_3 \quad (9.2.7)$$

η σχέση (9.2.6) μπορεί να διατυπωθεί και στη μορφή

$$h_2 - h_3 = \frac{1}{2} U_2^2 \left[\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \alpha_2} \right) + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \frac{1}{\tan^2 \beta_3} \right] \quad (9.2.8)$$

Η (9.2.8) μπορεί, από σχέση μεταβολής της στατικής ενθαλπίας, να γραφεί στη μορφή του λόγου στατικών θερμοκρασιών εκατέρωθεν της κινητής πτερύγωσης. Για τέλειο αέριο ισχύει ότι

$$h = C_p T = \frac{\gamma RT}{\gamma - 1}$$

οπότε η σχέση (9.2.8) γράφεται

$$1 - \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{2} U_2^2 \frac{(\gamma - 1)}{\gamma RT_2} \left[\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \alpha_2} \right) + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \frac{1}{\tan^2 \beta_3} \right]$$

και τελικά

$$\frac{T_3}{T_2} = 1 - \frac{1}{2} (\gamma - 1) M_{u_2}^2 \left[\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \alpha_2} \right) + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \frac{1}{\tan^2 \beta_3} \right] \quad (9.2.9)$$

όπου M_{u_2} είναι ο περιφερειακός αριθμός Mach στη θέση 2 που ορίζεται ως

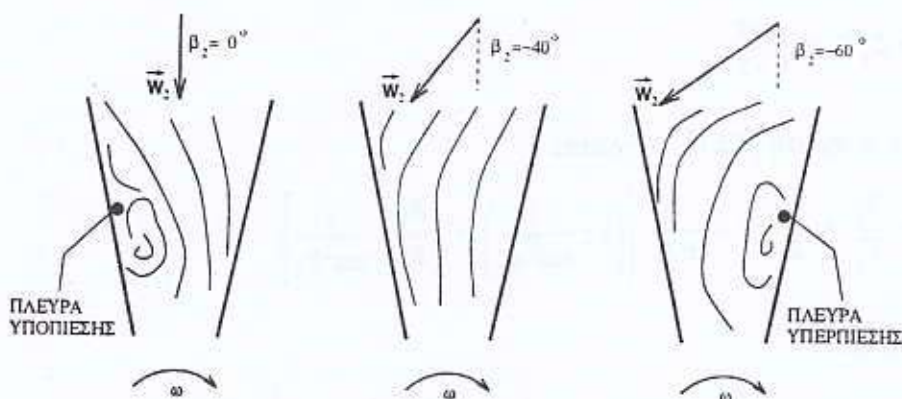
$$M_{u_2} = \frac{U_2}{a_2} \quad (9.2.10)$$

με a_2 την ταχύτητα του ήχου στη θέση αυτή

$$a_2 = \sqrt{\gamma R T_2} \quad (9.2.11)$$

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμες ορισμένες διευκρινίσεις που παρουσιάζουν την περίπτωση ακτινικού στροβίλου με ακτινική εισοδο της ροής στην περιστρεφόμενη πτερόγωση. Από κατασκευαστικής πλευράς, τα πτερόγια της περιστρεφόμενης πτερόγωσης, στο ακτινικό πεδίο, για μικλά α ταν, είναι σχεδόν πάντοτε αισθητά ακτινικής μορφής. Η περιοχή αυτή των πτερυγίων καταπονείται σημαντικά και αν τα πτερόγια είχαν οποιαδήποτε μορφή διαφορετική της καθαρά ακτινικής, οι καμπτικές τάσεις από τη φυγόκεντρη δύναμη θα προκαλούσαν εύκολα καταστροφές στο τμήμα αυτό της κινητής πτερόγωσης. Έτσι η γωνία εισόδου των πτερυγίων (γωνία μετάλλου) στην περιστρεφόμενη πτερόγωση είναι σχεδόν πάντοτε ίση με $\beta'_2 = 0^\circ$. Κατά συνέπεια θα αναμένονταν η βέλτιστη γωνία εισόδου της ροής να είναι και αυτή μηδενική, $\beta_2 = 0^\circ$. Όμως, η ανάλυση πολλών ακτινικών στροβίλων έδειξε ότι η μέγιστη

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ



Σχήμα 9.2.2 Μορφή του πεδίου ροής στην περιστρεφόμενη πτερύγωση ακτινικού στροβίλου, για διάφορες ενδεικτικές τιμές της γωνίας β .

απόδοση επιτυγχάνεται για είσοδο της ροής με γωνίες που καλύπτουν την περιοχή $\beta_2 = -20^\circ + -30^\circ$. Η ροή με μηδενική γωνία β_2 προκαλεί συνήθως αποκόλληση στην πλευρά υποπίεσης και τις επακόλουθες αυξημένες απώλειες. Η είσοδος της ροής με μεγάλη τιμή της β_2 , αρνητικού πρόσημου, ($\beta_2 = -50^\circ + -60^\circ$) μεταφέρει αυτή την αποκόλληση στην πλευρά υπερπίεσης του πτερυγίου. Ο βέλτιστος βαθμός απόδοσης αντιστοιχεί στις περιπτώσεις εκείνες που αποφεύγεται αποκόλληση σε οποιαδήποτε πλευρά του πτερυγίου και αυτό αντιστοιχεί σε ενδιάμεσες γωνίες· γι'αυτό καθορίσθηκε προηγουμένα η περιοχή βέλτιστου βαθμού απόδοσης στην περιοχή $\beta_2 = -20^\circ + -30^\circ$. Στο Σχήμα 9.2.2 δίνεται η μορφή του πεδίου ροής για τις προαναφερθείσες χαρακτηριστικές τιμές της γωνίας β_2 .

9.3. ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ ΑΚΤΙΝΙΚΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Στην Ενότητα αυτή, χρησιμοποιώντας το θερμοδυναμικό διάγραμμα ροής του Σχήματος 9.2.1, ενός ακτινικού στροβίλου στον οποίο η ροή εισέρχεται ακτινικά και εξέρχεται αξονικά, θα διατυπωθούν σχέσεις που

διέπουν το βαθμό απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες αυτού. Ο βαθμός αυτός απόδοσης εξ ορισμού γράφεται

$$\eta_{i-s,T} = \frac{h_{t_1} - h_{t_2}}{h_{t_1} - h_{3'}} \quad (9.3.1)$$

κάνοντας την παραδοχή ότι η παρουσία του διαχύτη 3-4 στην έξοδό του αμελείται. Κατά τα γνωστά, ο παρονομαστής της σχέσης (9.3.1) αναλύεται ως

$$h_{t_1} - h_{3'} = (h_{t_1} - h_{3'}) + (h_3 - h_{3_u'}) + (h_{3_u'} - h_{3'}) + \frac{1}{2} V_3^2 \quad (9.3.2)$$

με τις επιμέρους διαφορές στατικής ενθαλπίας να εκφράζονται με τη βοήθεια των συντελεστών απωλειών κάθε πτερυγώσης ως

$$h_3 - h_{3_u'} = \frac{1}{2} \zeta_R W_3^2 \quad (9.3.3)$$

$$h_{3_u'} - h_{3'} = \frac{1}{2} \zeta_N \left(\frac{T_3}{T_2} \right) V_2^2 \quad (9.3.4)$$

όπου οι συντελεστές ζ_N και ζ_R αφορούν τη σταθερή και την κινητή πτερυγώση, αντίστοιχα. Η διατύπωση της (9.3.4) οφείλεται σε μαθηματική διατύπωση και παραδοχές ανάλογες με αυτές που διέπουν την εξίσωση (8.7.7) για τον αξονικό στρόβιλο. Έτσι, ο βαθμός απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες για τον ακτινικό στρόβιλο γράφεται στη μορφή

$$\eta_{i-s,T} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2(h_{t_1} - h_{t_2})} \left[V_3^2 + \zeta_R W_3^2 + \zeta_N \frac{T_3}{T_2} V_2^2 \right]} \quad (9.3.5)$$

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περαιτέρω επεξεργασία της σχέσης (9.3.5) για την περίπτωση που έχουμε αφενός μεν καθαρά ακτινική είσοδο της σχετικής ροής στην κινητή πτερυγώση, αφετέρου δε αξονική απόλυτη ταχύτητα στην έξοδο ($\alpha_3 = 0$). Για την περίπτωση αυτή, διατυπώθηκαν προηγουμένα οι σχέσεις (9.2.5), (9.2.7) και (9.2.8). Με τη βοήθεια των τελευταίων, η σχέση (9.3.5) επαναδιατυπώνεται ως

$$\eta_{t-s,T} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left[\frac{R_3^2}{R_2^2} \left(\frac{1}{\tan^2 \beta_3} + \zeta_R \frac{R_3^2}{R_2^2} \frac{1}{\sin^2 \beta_3} \right) + \zeta_N \frac{T_3}{T_2} \frac{1}{\sin^2 \alpha_2} \right]} \quad (9.3.6)$$

Ο λόγος T_3/T_2 που εμφανίζεται στη σχέση (9.3.6) έχει ήδη αναπτυχθεί και εκφρασθεί στη σχέση (9.2.9), ως συνάρτηση του περιφερειακού αριθμού Mach στη θέση 2. Όμως, πρακτικά ο λόγος αυτός δεν παίζει σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της τιμής του βαθμού απόδοσης $\eta_{t-s,T}$ και συχνά αμελείται σε πρακτικούς υπολογισμούς.

9.4. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΕΝΟΣ ΑΚΤΙΝΙΚΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Η απόδοση ενός ακτινικού στροβίλου μπορεί να παρασταθεί με τις χαρακτηριστικές καμπύλες που, κατά τα γνωστά, σχεδιάζονται χρησιμοποιώντας αδιάστατες παραμέτρους όπως είναι ο λόγος πίεσης, ο συντελεστής φόρτισης και ο συντελεστής παροχής. Σε αντίθεση με τους αξονικούς στροβίλους, όπου ο μονοδιάστατος υπολογισμός πραγματοποιείται συνήθως σε σταθερή ακτίνα και συνεπώς δεν έχει σημασία η θέση στην οποία θα υπολογισθεί η γραμμική ταχύτητα περιστροφής που εμπλέκεται στον ορισμό των αδιάστατων ποσοτήτων, στους ακτινικούς στροβίλους το σημείο αυτό απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή. Ο συντελεστής φόρτισης Ψ συνήθίζεται να ορίζεται χρησιμοποιώντας την ταχύτητα U_2 στην είσοδο της περιστρεφόμενης πτερύγωσης και, κατά συνέπεια, είναι

$$\Psi = \frac{\Delta h_t}{U_2^2} = \frac{h_2 - h_1}{U_2^2} \quad (9.4.1)$$

Με τη βοήθεια της εξίσωσης (9.2.3) του Euler για τον ακτινικό στρόβιλο, η σχέση (9.4.1) μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\Psi = \frac{V_{u_2}}{U_2} - \left(\frac{R_3}{R_2} \right) \frac{V_{u_3}}{U_2} \quad (9.4.2)$$

Όπως φαίνεται από τη συζήτηση σε προηγούμενες Ενότητες του Κεφαλαίου αυτού, συνήθως η απόλυτη ταχύτητα στην έξοδο της περιστρεφόμενης πτερύγωσης είναι αξονική ή τουλάχιστον πολύ κοντά

στην αξονική (το V_{a_2} έχει πολύ μικρή τιμή) και για το λόγο αυτό προσεγγιστικά γράφουμε ότι

$$\Psi = \frac{V_{a_2}}{U_2} \quad (9.4.3)$$

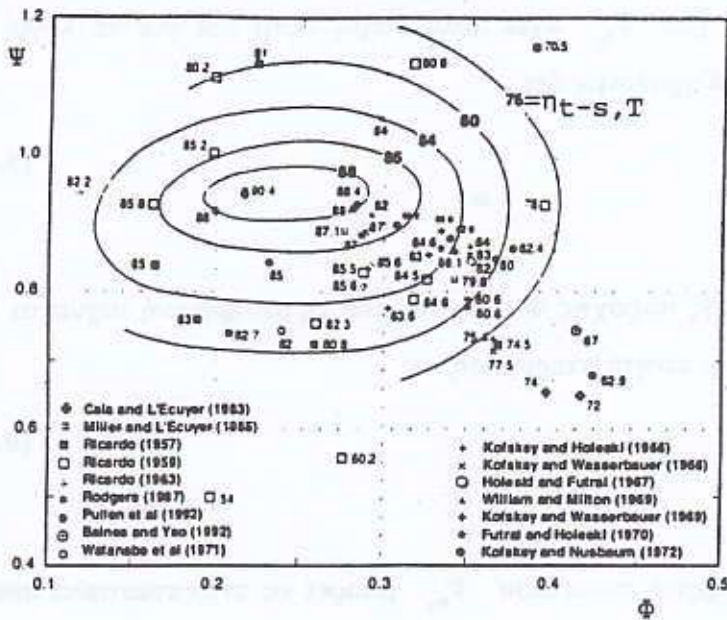
Ο συντελεστής παροχής Φ ορίζεται από τη μεσημβρινή ταχύτητα V_{m_2} εξόδου από την κινητή πτερυγωση, ως

$$\Phi = \frac{V_{m_2}}{U_2} \quad (9.4.4)$$

όπου η μεσημβρινή συνιστώσα V_{m_2} μπορεί να αντικατασταθεί από την αξονική V_{a_2} , αν κατά το μονοδιάστατο υπολογισμό αμεληθεί, στην περιοχή αυτή, η ακτινική συνιστώσα της ροής.

Στο Σχήμα 9.4.1 συνυπάρχουν αρκετά δεδομένα που αφορούν ακτινικούς στρόβιλους. Τα δεδομένα αυτά προέρχονται από την επεξεργασία δημοσιευμένων πειραματικών εργασιών, οι οποίες αναγράφονται συνοπτικά στο ίδιο Σχήμα. Ως άξονες στα διαγράμματα αυτά χρησιμοποιούνται οι αδιάστατες ποσότητες Φ και Ψ , ενώ τα σημεία λειτουργίας με τον ίδιο βαθμό απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες ενώνονται με ισούψεις καμπύλες απόδοσης. Επειδή το Σχήμα 9.4.1 έχει προκύψει από έναν ευρύ αριθμό υπάρχουσών ακτινικών στρόβιλων έχει ένα σημαντικό βαθμό αντιπροσωπευτικότητας. Η μέγιστη απόδοση εντοπίζεται στην περιοχή 0.2-0.3 για το συντελεστή παροχής και στην περιοχή 0.9-1.0 για το συντελεστή φόρτισης.

Ενας άλλος τρόπος για τη σχεδίαση της απόδοσης ενός ακτινικού στρόβιλου είναι χρησιμοποιώντας την αδιάστατη ποσότητα U_2/V_{is} , όπου η ταχύτητα V_{is} είναι η θεωρητικό ταχύτητα εξόδου από το στρόβιλο που θα αντιστοιχούσε σε ισεντροπική άεργο αποτόνωση από την πίεση p_1 μέχρι την πίεση p_3 . Η ταχύτητα V_{is} δίνεται από τη σχέση ισεντροπικής μεταβολής

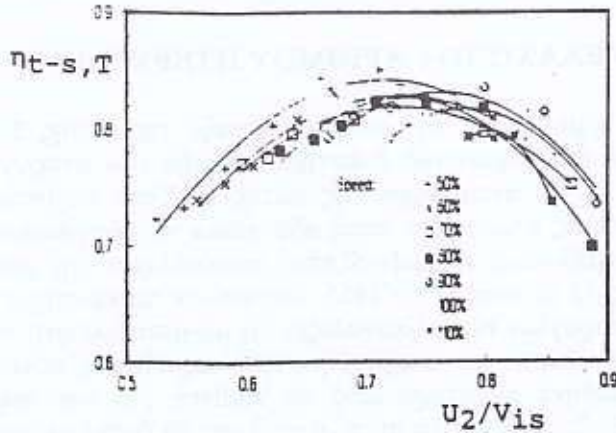


Σχήμα 9.4.1 Χαρακτηριστικές καμπύλες ακτινικού στροβίλου.

$$V_{is}^2 = 2C_p T_{t1} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{t1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (9.4.5)$$

Στο Σχήμα 9.4.2 παριστάνεται γραφικά η μεταβολή του βαθμού απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες του στροβίλου συναρτήσει της ποσότητας U_2/V_{is} . Είναι εμφανές ότι οι διάφορες καμπύλες του Σχήματος 9.4.2, κάθε μια από τις οποίες αντιστοιχεί σε διαφορετικές στροφές λειτουργίας, τείνουν να συμπέσουν σε μια μοναδική καμπύλη παραβολικής μορφής. Η καμπύλη αυτή εμφανίζει το μέγιστο βαθμό απόδοσης περίπου στην τιμή

$$\left(\frac{U_2}{V_{is}} \right)_{opt} = 0.7 \quad (9.4.6)$$



Σχήμα 9.4.2 Βαθμός απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες ακτινικού στροβίλου, ως συνάρτηση του λόγου U_2/V_{is} .

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες που ορίσθηκε στη σχέση (9.3.1), γράφεται και ως συνάρτηση της θεωρητικής ταχύτητας V_{is} που μόλις ορίσαμε, ως

$$\eta_{t-s,T} = \frac{\Delta h_t}{\frac{1}{2} V_{is}^2} = 2 \Psi \left(\frac{U_2}{V_{is}} \right)^2 \quad (9.4.7)$$

Η σχέση (9.4.7) χρησιμεύει για τη σύνδεση των καμπύλων που παρουσιάζουν τα Σχήματα 9.4.1 και 9.4.2. Για το μέγιστο βαθμό απόδοσης

($\eta_{t-s,T} = 0.90$), ο συντελεστής Ψ έχει περίπου την ίδια τιμή

$$\Psi = \eta_{t-s,T}$$

οπότε από τη σχέση (9.4.7) φαίνεται ότι στην περίπτωση αυτή

$$\left(\frac{U_2}{V_{is}} \right)_{opt} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

που επαληθεύει τη σχέση (9.4.6).

9.5. ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

Η σημαντική μεταβολή της ακτίνας μεταξύ της θέσης 2 και της θέσης 3 δημιουργεί ένα σημαντικό διάστημα μεταξύ των πτερυγίων στη θέση 2, σε σχέση με το αντίστοιχο της θέσης 3. Στην περίπτωση που υπάρχει μικρός αριθμός πτερυγίων, αυτά αδυνατούν να οδηγήσουν τη ροή στη θέση 2, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται αποκόλληση της ροής στην πλευρά υπερπίεσης. Ο Jamieson, το 1955, διετύπωσε το κριτήριο για τον ελάχιστο αριθμό πτερυγίων που εξασφαλίζει τη μη-αποκόλληση της ροής στα πτερύγια. Η ανάλυσή του στηρίχθηκε σε παραδοχές ασυμπίεστου ρευστού και γενικεύθηκε αργότερα από το Wallace για την περίπτωση συμπίεστου ρευστού. Στην Ενότητα αυτή, η ανάλυση θα δοθεί με τρόπο που να χρησιμοποιεί τις εξισώσεις ροής στο σχετικό σύστημα, που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3.

Θεωρούμε ότι στη θέση 2 η σχετική ταχύτητα \bar{W}_2 είναι ακτινική.

Στη θέση αυτή, η διατήρηση της ορμής στο σχετικό σύστημα δίνεται από τη διανυσματική σχέση (3.9.8). Θεωρούμε ένα κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων (z, R, θ) , με την κατεύθυνση θετικού z να συμπίπτει με αυτήν

του διανύσματος $\bar{\omega}$. Η ακτινική κατεύθυνση με μοναδιαίο διάνυσμα \bar{i}_R

και η περιφερειακή κατεύθυνση με μοναδιαίο διάνυσμα \bar{i}_θ

παρουσιάζονται στο Σχήμα 9.5.1. Ο τρόπος ορισμού του συστήματος

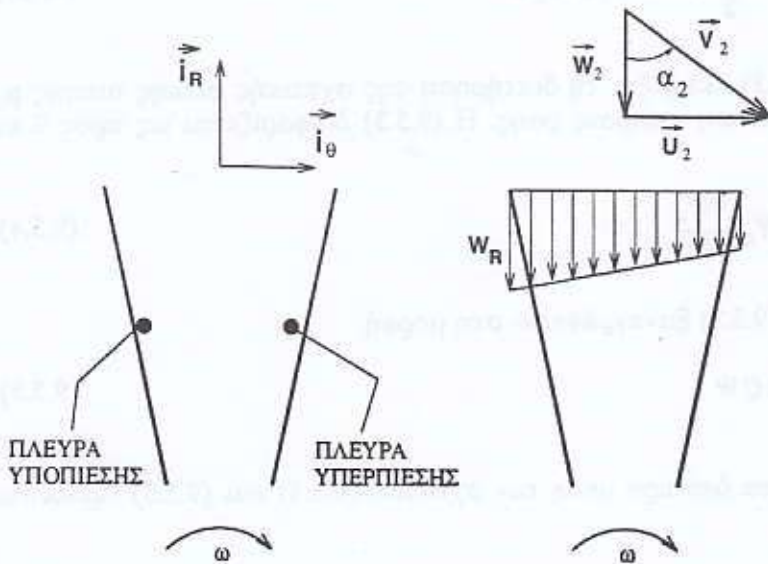
συντεταγμένων αντιστοιχεί σε αρνητική ακτινική ταχύτητα W_{R2} εισόδου

του ρευστού στην περιστρεφόμενη πτερυγώση. Αμελώντας το χρονικό όρο της (3.9.8) και υποθέτοντας ατριβές και ασυμπίεστο ρευστό, γράφουμε την ακτινική και την περιφερειακή συνιστώσα της εξίσωσης (3.9.8), ως

$$W_R \frac{\partial W_R}{\partial R} - \omega^2 R = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial R} \quad (9.5.1)$$

$$2\omega W_R = - \frac{1}{R} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (9.5.2)$$

όπου η διεύθυνση θ είναι αυτή που ορίζει η κατεύθυνση περιστροφής, στο Σχήμα 9.5.1. Σημειώνεται ότι, στη θέση 2, η μοναδική μη-μηδενική



Σχήμα 9.5.1 Ροή στην είσοδο της περιστρεφόμενης περύγωσης ενός ακτινικού στροβίλου, για τη διατύπωση κριτηρίου για τον ελάχιστο αριθμό πτερυγίων.

συνιστώσα της ταχύτητας είναι η ακτινική, είναι δηλαδή $\vec{W}=(0, W_R, 0)$.

Παρατηρούμε ότι στην ακτινική συνιστώσα, εξίσωση (9.5.1), συμμετέχει μόνο η φυγόκεντρος δύναμη, ενώ στην περιφερειακή συνιστώσα, εξίσωση (9.5.2), συμμετέχει μόνο η δύναμη Coriolis, όπως ήταν άλλωστε αναμενόμενο.

Θεωρώντας σταθερή την πυκνότητα ρ , η σχέση (9.5.1) γράφεται στη μορφή

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} W_R^2 - \frac{1}{2} \omega^2 R^2 \right) = 0$$

ΑΚΤΙΝΙΚΟΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

που συνεπάγεται ότι

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} W_R^2 - \frac{1}{2} U^2 = \text{σταθερό} \quad (9.5.3)$$

Η σχέση (9.5.3) εκφράζει τη διατήρηση της σχετικής ολικής πίεσης p_{tR} για την περίπτωση ατρίβους ροής. Η (9.5.3) διαφορίζεται ως προς θ και δίνει

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = - W_R \frac{\partial W_R}{\partial \theta} \quad (9.5.4)$$

ενώ η σχέση (9.5.2) ξαναγράφεται στη μορφή

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = - 2 U W \quad (9.5.5)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των σχέσεων (9.5.4) και (9.5.5) προκύπτει ότι

$$\frac{\partial W_R}{\partial \theta} = 2 \omega R \quad (9.5.6)$$

Αν η σχέση (9.5.6) εφαρμοσθεί στη θέση 2, προκύπτει ότι η κατά τη περιφερειακή διεύθυνση κατανομή της ακτινικής ταχύτητας διέπεται από ένα γραμμικό νόμο μεταβολής ως προς τη γωνιακή θέση. Συμβολικά, ο νόμος αυτός μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$W_{R_2} = 2 \omega R_2 \theta + K \quad (9.5.7)$$

όπου K η σταθερά της ολοκλήρωσης. Αν συμβολίσουμε με \bar{W}_{R_2} την ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας στο μέσο των δυο πτερυγίων, στη θέση 2, τότε ισχύει

$$W_{R_2} = \bar{W}_{R_2} + 2 \omega R_2 \theta \quad (9.5.8)$$

όπου η προσημασμένη γωνιακή θέση θ μετράται με αφετηρία το μέσο των δυο πτερυγίων. Η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας προκύπτει για την ελάχιστη θ , δηλαδή για $\theta = -\pi/Z$, όπου Z είναι ο αριθμός των πτερυγίων. Συνεπώς, η ελάχιστη τιμή της ακτινικής ταχύτητας συμβαίνει στην πλευρά υποπίεσης και ισούται με

$$(W_{R_2})_{\min} = \bar{W}_{R_2} - 2 \omega R_2 \frac{\pi}{Z} \quad (9.5.9)$$

Η τιμή αυτή πρέπει να είναι θετική ώστε να αποφεύγεται η αντιστροφή της ροής μέσα στο κανάλι που μελετάμε. Πρέπει συνεπώς

$$(W_{R_2})_{\min} \geq 0$$

και ο περιορισμός αυτός καθορίζει τον ελάχιστο αριθμό πτερυγίων Z_{\min} που πρέπει να έχει ο ακτινικός στρόβιλος

$$Z \geq Z_{\min} = \frac{2 \omega R_2 \pi}{\bar{W}} \quad (9.5.10)$$

Στη θέση 2 το τρίγωνο ταχυτήτων έχει υποτεθεί ορθογώνιο και, λόγω του προσήμου της W_R , ισχύει

$$\bar{W}_{R_2} = - \frac{U_2}{\tan \alpha_2} = - \frac{\omega R_2}{\tan \alpha_2} \quad (9.5.11)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (9.5.8) και (9.5.9) προκύπτει κατά συνέπεια ότι

$$Z_{\min} = 2 \pi \tan \alpha_2 \quad (9.5.12)$$

Στην πράξη, οι σχεδιαστές συνήθως χρησιμοποιούν περισσότερα πτερύγια από αυτά που υπαγορεύει το απλό κριτήριο (9.5.12).

10. ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ, ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ, ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Στο Κεφάλαιο αυτό γίνεται μια συγκεντρωτική παρουσίαση των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη λειτουργία των διαφόρων τύπων στρόβιλομηχανών. Σχολιάζεται η χρησιμότητα των επιπλεκομένων παραμέτρων και εξετάζεται η μορφή των συναρτήσεων συσχέτισης που εκφράζονται από τα πεδία των χαρακτηριστικών. Στα πλαίσια αυτά, σχολιάζονται οι παράγοντες που επηρεάζουν το πεδίο χαρακτηριστικών μιας μηχανής. Τέλος, εξετάζεται το θέμα της αναγωγής επιδόσεων σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας. Εισάγεται η έννοια των μεταβλητών αναφοράς και επεξηγείται ο τρόπος εκμετάλλευσής τους για την αναγωγή των επιδόσεων στρόβιλομηχανών.

10.1. ΑΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΚΑΙ ΑΝΗΓΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Στα προηγούμενα Κεφάλαια εξετάστηκε ο τρόπος περιγραφής της λειτουργίας των στρόβιλομηχανών με χρήση διαφόρων παραμέτρων. Είδαμε τον τρόπο παρουσίασης των χαρακτηριστικών καμπυλών που συσχετίζουν αδιάστατες ή άλλες παραμέτρους οι οποίες χαρακτηρίζουν τη λειτουργία μιας μηχανής και μάλιστα έγινε συσχέτιση της γεωμετρίας των μηχανών με τη μορφή αυτών των καμπυλών. Εκτός από τα πλεονεκτήματα των διαφόρων τρόπων περιγραφής που συζητήθηκαν στις αντίστοιχες Ενότητες,

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

είναι δυνατό να χρησιμοποιήσει κανείς κατάλληλα τις διάφορες παραμέτρους για να εξετάσει προβλήματα που σχετίζονται τόσο με τη λειτουργία μιας υπάρχουσας μηχανής όσο και με το σχεδιασμό μιας νέας.

Όσον αφορά τη λειτουργία μιας μηχανής, είναι σημαντικό να υπάρχει η δυνατότητα να υπολογισθούν οι επιδόσεις της μηχανής σε κάποιες συνθήκες στις οποίες αυτή δεν έχει λειτουργήσει προηγούμενα, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που αφορούν τη λειτουργία της σε κάποιες άλλες γνωστές συνθήκες.

Η τυπική περίπτωση του προβλήματος αυτού για συμπιεστές που αναρροφούν ατμοσφαιρικό αέρα είναι το να εκτιμηθούν οι επιδόσεις όταν αλλάξει η θερμοκρασία και η πίεση περιβάλλοντος. Μικρές αλλαγές επιβάλλουν ούτως ή άλλως οι καιρικές μεταβολές, ενώ πολύ μεγάλες μπορούν να προκύψουν για αεροπορικούς κινητήρες κατά την πτήση με διαφορετικές ταχύτητες και σε διαφορετικά ύψη. Μια δεύτερη περίπτωση, που αφορά κυρίως βιομηχανικές εφαρμογές συμπιεστών, είναι η αλλαγή εργαζόμενου μέσου. Το ζητούμενο σ'αυτήν την περίπτωση είναι να υπολογισθούν οι επιδόσεις όταν ο συμπιεστής τροφοδοτηθεί με αέριο διαφορετικό από αυτό για το οποίο είναι γνωστές οι επιδόσεις του. Για παράδειγμα, ένας μηχανικός μπορεί να κληθεί να προλέξει τις επιδόσεις ενός συμπιεστή, του οποίου οι χαρακτηριστικές έχουν μετρηθεί σε λειτουργία με αέρα, όταν αυτός θα χρησιμοποιηθεί για συμπίεση φυσικού αερίου. Στους στροβίλους υπάρχουν τα αντίστοιχα προβλήματα. Ας σημειωθεί εδώ ότι στους στροβίλους αεριοστροβίλων ή αεροπορικών κινητήρων έχουμε σημαντικές μεταβολές των συνθηκών εισόδου, έστω και αν ο αεριοστροβίλος λειτουργεί σε σταθερές συνθήκες περιβάλλοντος. Ο στροβίλος ακολουθεί το θάλαμο καύσης και η πίεση και θερμοκρασία στην είσοδό του μεταβάλλονται σε μεγάλη περιοχή, όταν μεταβάλλονται οι απαιτήσεις ισχύος από τον αεριοστροβίλο.

Ένα πρόβλημα που σχετίζεται με το σχεδιασμό μιας μηχανής είναι η επιλογή του τύπου μηχανής. Για παράδειγμα, όταν ξεκινά η σχεδίαση ενός συμπιεστή μπαίνουν κάποιες συγκεκριμένες απαιτήσεις. Πρέπει να σχεδιασθεί μια μηχανή που να πραγματοποιεί κάποια συγκεκριμένη μεταβολή πίεσης σε μια συγκεκριμένη παροχή εργαζόμενου μέσου, με την καλύτερη δυνατή απόδοση. Πριν αρχίσει η διαστασιολόγηση, πρέπει να επιλεγεί ο τύπος συμπιεστή. Είναι λοιπόν επιθυμητό να υπάρχει η δυνατότητα μιας αρχικής επιλογής τύπου συμπιεστή, δηλαδή αξονικού ή ακτινικού. Βέβαια μια συγκεκριμένη εφαρμογή θέτει πολλές διαφορετικές απαιτήσεις εκτός από τις καθαρά αεροθερμοδυναμικές. Έτσι έχουμε καταρχή μηχανικούς περιορισμούς που συνδέονται με στατική και δυναμική αντοχή αλλά και άλλους, όπως λ.χ. περιορισμοί σε διαστάσεις ή βάρος για αεροπορικούς κινητήρες κλπ.

Η αντιμετώπιση των παραπάνω προβλημάτων απαιτεί τη χρήση κατάλληλων κάθε φορά μεγεθών. Έτσι, για παράδειγμα, όταν επιχειρείται

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

η μελέτη της λειτουργίας μιας μηχανής σε διαφορετικές συνθήκες, πρέπει να είναι γνωστές και να χρησιμοποιηθούν παράμετροι που παραμένουν αμετάβλητες κατά την αλλαγή συνθηκών. Με κατάλληλη επεξεργασία τέτοιων παραμέτρων μπορεί να οδηγηθεί κανείς στη λύση σχετικών προβλημάτων. Από την άλλη μεριά, ανάλογα με την εφαρμογή, κάποιες παράμετροι είναι περισσότερο ή λιγότερο κατάλληλες. Έχει ήδη αναφερθεί ότι οι αδιάστατες παράμετροι δίνουν σημαντική πληροφορία στο σχεδιαστή μηχανών ή στο γνώστη της εσωτερικής δομής και λειτουργίας των μηχανών, όχι όμως απαραίτητα στο χρήστη. Όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια, από την πλευρά του χρήστη, καταλληλότερες είναι οι ανηγμένες παράμετροι.

Στις επόμενες παραγράφους εξετάζονται καταρχή οι συναρτησιακές σχέσεις που αντιστοιχούν στα πεδία χαρακτηριστικών, ενώ ακολουθούν μέθοδοι αναγωγής σημείων λειτουργίας συμπιεστών και στροβίλων. Τέλος γίνεται μια σύντομη παρουσίαση και σχολιασμός των παραμέτρων μορφής των στροβιλομηχανών.

10.2. ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ

Η εξάρτηση των επιδόσεων μιας στροβιλομηχανής από διάφορες παραμέτρους λειτουργίας μπορεί να εξετασθεί και με τη βοήθεια των αρχών της διαστατικής ανάλυσης. Κάτι τέτοιο μπορεί μάλιστα να γίνει χωρίς να είναι απαραίτητη η σε βάθος γνώση των αρχών λειτουργίας (γι'αυτό άλλωστε σε πολλά εγχειρίδια για στροβιλομηχανές βρίσκει κανείς τη σχετική συζήτηση στα εισαγωγικά κεφάλαια).

Δεδομένου ότι ο σκοπός μιας στροβιλομηχανής είναι η εναλλαγή ενέργειας με το ρευστό, ως παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία της μπορεί να θεωρηθούν η ολική πίεση και θερμοκρασία στην έξοδό της. Αν χρησιμοποιήσουμε το δείκτη 1 για συνθήκες εισόδου και το δείκτη 2 για συνθήκες εξόδου, τότε μπορούμε να γράψουμε την ακόλουθη σχέση

$$p_2 = f(D, N, \dot{m}, p_1, T_1, \rho_1, \gamma, \mu) \quad (10.2.1)$$

D είναι μια χαρακτηριστική διάμετρος, που ουσιαστικά καθορίζει πλήρως τη γεωμετρία της μηχανής, όταν πρόκειται για μηχανή συγκεκριμένης μορφής, N είναι η ταχύτητα περιστροφής της ατράκτου, \dot{m} η διερχόμενη από τη μηχανή παροχή, p_1 και T_1 είναι οι ολικές συνθήκες εισόδου,

ρ_1 η ολική πυκνότητα του ρευστού στην είσοδο και μ η δυναμική

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

συνεκτικότητα του ρευστού. Δεδομένου ότι η πυκνότητα συνδέεται με την πίεση και τη θερμοκρασία μέσω της καταστατικής εξίσωσης, μπορεί να αντικατασταθεί στην παραπάνω σχέση με τον όρο RT_1 , οπότε έχουμε

$$P_2 = f(D, N, \dot{m}, \mu, P_1, RT_1, \gamma) \quad (10.2.2)$$

Αν θεωρήσουμε τώρα ότι η συναρτησιακή σχέση μπορεί να εκφραστεί μέσω όρων γινομένου των παραμέτρων που περιλαμβάνει (εφαρμόζουμε δηλαδή τη μέθοδο που είναι γνωστή ως μέθοδος Reynolds στη διαστατική ανάλυση) έχουμε

$$P_2 = C_0 P_1^a (RT_1)^b \dot{m}^d N^e D^f \mu^g \quad (10.2.3)$$

όπου C_0 ένας καθαρός αριθμός που περιλαμβάνει την επίδραση της ποσότητας γ . Με βασικές διαστάσεις τη μάζα (M), το μήκος (L) και το χρόνο (T), αντικαθιστώντας τις διαστάσεις των επί μέρους ποσοτήτων έχουμε

$$M/LT^2 = (M/LT^2)^a (L^2/T^2)^b (M/T)^d (1/T)^e L^f (M/LT)^g$$

Η διαστατική ομοιογένεια επιβάλλει την εξίσωση των εκθετών του πρώτου και του δεύτερου μέλους. Έτσι, για κάθε ποσότητα χωριστά ισχύει

$$\begin{aligned} M: & 1 = a + d + g \\ L: & -1 = -a + 2b + f - g \\ T: & -2 = -2a - 2b - d - e - g \end{aligned}$$

Λύνουμε ως προς a, b, f και έχουμε

$$\begin{aligned} a &= 1 - d - g \\ b &= \frac{d}{2} - \frac{e}{2} + \frac{g}{2} \\ f &= e - 2d - g \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (10.2.3) έχουμε

$$P_2 = C_0 P_1^{1-d-g} (RT_1)^{\frac{d}{2} - \frac{e}{2} + \frac{g}{2}} \dot{m}^d N^e D^{e-2d-g} \mu^g$$

που μετασχηματίζεται ως εξής

$$\frac{P_{t_2}}{P_{t_1}} = C_o \left(\frac{m\sqrt{RT_{t_1}}}{P_{t_1} D^2} \right)^d \left(\frac{ND}{\sqrt{RT_{t_1}}} \right)^e \left(\frac{\mu\sqrt{RT_{t_1}}}{P_{t_1} D} \right)^g \quad (10.2.4)$$

Δεδομένου ότι $p = \rho RT$ και το μέγεθος \sqrt{RT} έχει διαστάσεις ταχύτητας, ο τελευταίος όρος μπορεί να γραφεί ως αριθμός Reynolds, οπότε τελικά να προκύψει για το λόγο πίεσης μια έκφραση της μορφής

$$\frac{P_{t_2}}{P_{t_1}} = f \left(\frac{m\sqrt{RT_{t_1}}}{P_{t_1} D^2}, \frac{ND}{\sqrt{RT_{t_1}}}, \gamma, Re \right) \quad (10.2.5)$$

Αν η μηχανή που μελετάται έχει δεδομένη γεωμετρία (δεδομένες διαστάσεις) και διαρρέεται από δεδομένο ρευστό (δεδομένα γ και R), θεωρώντας μικρή την επίδραση του Re , γράφουμε

$$\frac{P_{t_2}}{P_{t_1}} = f \left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_{t_1}}}{P_{t_1}}, \frac{N}{\sqrt{T_{t_1}}} \right) \quad (10.2.6)$$

Η σχέση αυτή είναι η μαθηματική έκφραση του γνωστού μας πεδίου χαρακτηριστικών για συμπιεστή ή στρόβιλο. Αντίστοιχη έκφραση μπορεί να παραχθεί με όμοιο τρόπο για το βαθμό απόδοσης.

Είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσει κανείς ότι η διαστατική ανάλυση έδωσε κάποιο αποτέλεσμα χωρίς να χρησιμοποιηθεί καμιά ειδική γνώση για στροβιλομηχανές. Παρόλο που προσδιόρισε τις παραμέτρους εξάρτησης, δε δίνει όμως καμιά πληροφορία για τη μορφή του πεδίου χαρακτηριστικών (δηλαδή της συνάρτησης f). Η μεγαλύτερη χρησιμότητα της εξέτασης των χαρακτηριστικών καμπυλών μ' αυτό τον τρόπο είναι η δυνατότητα που δίνει για επίγνωση της γενικότητας ή όχι κάποιων εκφράσεων που έτσι κι αλλιώς έχουν προκύψει από την ανάλυση της λειτουργίας των μηχανών. Δίνει δε μια συνολική εσποπτεία των μεγεθών και των παραμέτρων που ουσιαστικά επηρεάζουν το πεδίο χαρακτηριστικών μιας μηχανής.

Πριν κλείσουμε τη συζήτηση αυτή, είναι σκόπιμο να αναφερθούν κάποια στοιχεία για την επίδραση του αριθμού Reynolds, που θεωρήσαμε ότι είναι μικρή.

Η σημασία του αριθμού Reynolds

Οι στροβιλομηχανές είναι μηχανές στις οποίες η συναλλαγή μηχανικής ενέργειας με το ρευστό συντελείται με συνεχή ροή, όπως συζητήθηκε στο Εισαγωγικό Κεφάλαιο. Όπως έχουμε δει, ο καθοριστικός παράγοντας για το κατά πόσο είναι αποδοτική ή όχι η συναλλαγή ενέργειας, είναι οι απώλειες ολικής πίεσης που υφίσταται το ρευστό κατά τη ροή του διά μέσου της μηχανής. Οι απώλειες δε αυτές συνδέονται ουσιαστικά με συνεκτικά φαινόμενα, δηλαδή ανάπτυξη οριακών στρωμάτων, ομόρρου πτερυγίων και ανάμιξη διαφόρων ειδών (επιπλέον, στην περίπτωση υπερηχητικής ροής ένας δεύτερος ανεξάρτητος της συνεκτικότητας μηχανισμός απωλειών είναι τα κύματα κρούσης). Ο τρόπος εξέλιξης των συνεκτικών φαινομένων είναι λοιπόν καθοριστικός για τις επιδόσεις της μηχανής.

Είναι τώρα γνωστό ότι για να διατηρηθεί ομοιότητα σε συνεκτικές ροές είναι απαραίτητο να διατηρείται ο αριθμός Reynolds. Η τιμή δε του αριθμού αυτού καθορίζει τη συμπεριφορά των συνεκτικών φαινομένων για μια συγκεκριμένη γεωμετρία. Όταν λοιπόν εξετάζει κανείς διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας στροβιλομηχανών, αναμένεται ότι θα υπάρχει επίδραση του αριθμού Reynolds. Για παράδειγμα, η μοναδικότητα της καμπύλης $\Phi-\Psi$ για μια βαθμίδα συμπιεστή ισχύει αυστηρά όταν έχουμε σταθερό αριθμό Reynolds ή όταν ο αριθμός Reynolds βρίσκεται σε περιοχές τιμών που αντιστοιχούν σε μια μορφή ροής. (Στις πτερυγώσεις των αξονικών συμπιεστών π.χ., έχει βρεθεί ότι αν διατηρείται ο αριθμός Reynolds μεγαλύτερος του $2.5 \cdot 10^3$, ο συντελεστής απωλειών εξαρτάται μόνο από τη γωνία πρόσπτωσης στο πτερόγιο).

Το ερώτημα που τίθεται βέβαια είναι το ποια είναι η κατάλληλη επιλογή μεγεθών για υπολογισμό του αριθμού Reynolds, δηλαδή η κατάλληλη ταχύτητα και το κατάλληλο μήκος. Υπάρχουν διάφορες δυνατότητες που ποικίλουν για διάφορους τύπους μηχανών, εδώ όμως δε θα συζητήσουμε το θέμα παραπέρα. Απλά θα μείνουμε στην παρατήρηση ότι στις πρακτικές περιπτώσεις που ενδιαφέρει ο υπολογισμός αντίστοιχων σημείων λειτουργίας η επίδραση του αριθμού Reynolds μπορεί να μην είναι σημαντική γιατί οι μεταβολές που αυτός υφίσταται ικανοποιούν τη συνθήκη που συζητήθηκε παραπάνω. Αυτό ισχύει όταν βρισκόμαστε σε περιοχές κοντά στο σημείο σχεδίασης (δεδομένου ότι η σχεδίαση συνήθως γίνεται έτσι ώστε να μην υπάρχει μεγάλη ευαισθησία στον Reynolds) καθώς και σε συνθήκες που δεν παρουσιάζουν εξαιρετικά μεγάλες διαφορές μεταξύ τους. Πάντως, σε περιπτώσεις που η επίδραση του Reynolds είναι σημαντική, αυτή πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά την αναγωγή αντίστοιχων συνθηκών λειτουργίας.

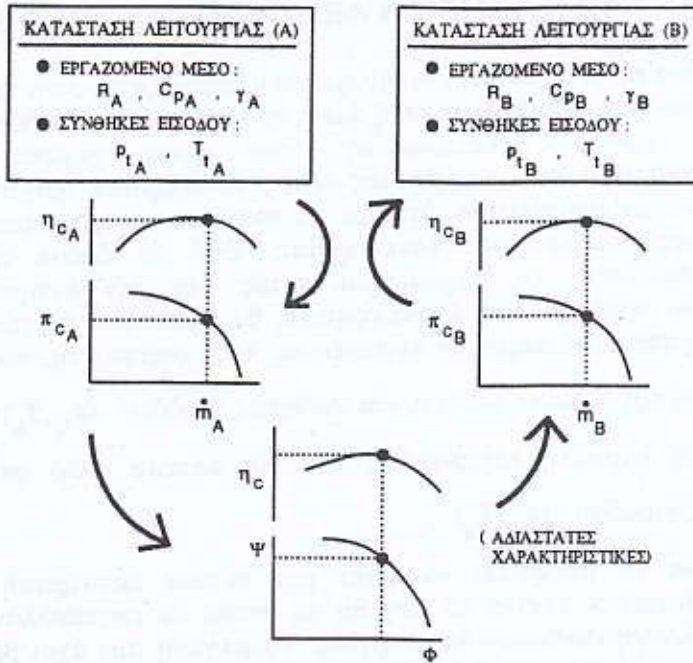
10.3. ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ

Ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα που εμφανίζεται στην πράξη κατά τη χρησιμοποίηση ενός συμπιεστή είναι η εύρεση των επιδόσεών του για κάποιες συνθήκες λειτουργίας όταν είναι γνωστό το πεδίο χαρακτηριστικών του για κάποιες άλλες. Αναφέρθηκε ήδη στο Κεφάλαιο των αξονικών συμπιεστών ότι για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται οι **ανηγμένες παράμετροι λειτουργίας**. Εδώ θα δούμε πώς ακριβώς χρησιμοποιούνται οι παράμετροι αυτές για την αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος. Συγκεκριμένα, θα μελετηθεί το πώς μπορεί να προσδιορισθεί μια καμπύλη λειτουργίας ενός συμπιεστή, που λειτουργεί με κάποιο εργαζόμενο μέσο Α και συνθήκες εισόδου (p_{1A}, T_{1A}) , όταν είναι γνωστή η καμπύλη λειτουργίας του για κάποιο άλλο ρευστό Β και συνθήκες εισόδου (p_{1B}, T_{1B}) .

Για να μπορέσει να γίνει μια τέτοια μετατροπή πρέπει να χρησιμοποιηθούν εκείνα τα μεγέθη τα οποία δε μεταβάλλονται για μια τέτοια αλλαγή συνθηκών λειτουργίας. Τα μεγέθη που έχει βρεθεί ότι δε μεταβάλλονται είναι οι αδιάστατες χαρακτηριστικές επιδόσεων, δηλαδή οι καμπύλες $\Psi(\Phi)$ και $\eta_{i,c}(\Phi)$. Το γεγονός αυτό αποτελεί μάλλον εμπειρική παρατήρηση παρά θεωρητική αρχή. Έχει δηλαδή παρατηρηθεί από ανάλυση ενός μεγάλου αριθμού πειραματικών δεδομένων από συμπιεστές. Όπως συζητήθηκε στο Κεφάλαιο 6, κάθε συγκεκριμένη τιμή των αδιάστατων παραμέτρων αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες τιμές των γωνιών της ροής σχετικά με τα πτερύγια. Έτσι αν θεωρήσει κανείς ένα συγκεκριμένο σύνολο τιμών των παραμέτρων Φ, Ψ , αυτό συνεπάγεται τρίγωνα με σταθερές γωνίες, δηλαδή όμοια τρίγωνα.

Με βάση το γεγονός αυτό μπορεί να ορισθεί μια διαδικασία για προσδιορισμό αντίστοιχων σημείων λειτουργίας, στα δυο είδη λειτουργίας. Η διαδικασία αυτή εικονίζεται στο Σχήμα 10.3.1. Από την κατάσταση λειτουργίας Α, για ένα σημείο λειτουργίας προσδιορίζεται το αντίστοιχο στις αδιάστατες χαρακτηριστικές του συμπιεστή. Κατόπιν, από τις αδιάστατες χαρακτηριστικές προσδιορίζεται το αντίστοιχο σημείο για την κατάσταση λειτουργίας Β. Με εφαρμογή αυτής της διαδικασίας για κάθε σημείο λειτουργίας στην κατάσταση Α προκύπτει η χαρακτηριστική για την κατάσταση Β. Τα "αντίστοιχα" σημεία λειτουργίας που προσδιορίζονται με αυτό τον τρόπο προκύπτουν για συνθήκες λειτουργίας με όμοια τρίγωνα ταχυτήτων, σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο.

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 10.3.1 Συσχέτιση Αδιαστάτων και Ανηγμένων Παραμέτρων.

Θα δούμε τώρα πώς μπορεί να υπολογίσει κανείς τις αδιάστατες παραμέτρους όταν είναι γνωστές οι τιμές των φυσικών μεγεθών που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία του συμπιεστή.

Συσχέτιση Λόγου Πίεσης - Συντελεστή Φόρτισης

Ο λόγος πίεσης του συμπιεστή σχετίζεται με τη μεταβολή θερμοκρασίας με τη σχέση (6.2.1). Αν η συμπίεση λαμβάνει χώρα μεταξύ της εισόδου 1 και της εξόδου 3, τότε είναι

$$\frac{P_3}{P_1} = \left[1 + \eta_{1-3,C} \frac{1}{T_1} (T_3 - T_1) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10.3.1)$$

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Χρησιμοποιώντας τη σχέση ορισμού του Ψ εκφράζουμε την αύξηση της ολικής θερμοκρασίας ως εξής

$$T_{t3} - T_{t1} = \frac{h_{t3} - h_{t1}}{C_p} = \frac{\Psi U^2}{C_p} \quad (10.3.2)$$

οπότε η προηγούμενη σχέση γράφεται

$$\frac{p_{t3}}{p_{t1}} = \left[1 + \frac{\eta_{t-t,c} \Psi}{C_p T_{t1}} U^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10.3.3)$$

Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί λίγο διαφορετικά, χρησιμοποιώντας τις συσχετίσεις γ , R , C_p και την ολική ταχύτητα του ήχου στην είσοδο, που ορίζεται από τη σχέση

$$\alpha_1 = \sqrt{\gamma R T_{t1}}$$

Δεδομένου ότι

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$$

η σχέση για το λόγο πίεσης μετασχηματίζεται τελικά ως εξής

$$\frac{p_{t3}}{p_{t1}} = \left[1 + \eta_{t-t,c} \Psi (\gamma - 1) \left(\frac{U}{\alpha_1} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10.3.4)$$

Η σχέση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογισθεί το Ψ όταν είναι γνωστά τα p_{t3}/p_{t1} , $\eta_{t-t,c}$, οι ιδιότητες του αερίου, η θερμοκρασία εισόδου και η ταχύτητα περιστροφής U . Μάλιστα τα δύο τελευταία δεν είναι απαραίτητα αν είναι γνωστός ο περιφερειακός αριθμός Mach

$$M_u = \frac{U}{\alpha_1}$$

Με αντίστοιχο τρόπο, με γνωστό το Ψ και τις υπόλοιπες ποσότητες του δεύτερου μέλους μπορεί να υπολογισθεί ο λόγος πίεσης.

Συσχέτιση Παροχής - Συντελεστή Παροχής

Εδώ πρέπει να γίνει μια διάκριση των περιπτώσεων της αξονικής και ακτινικής βαθμίδας. Ο λόγος είναι ότι, όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 7.6, σε μια ακτινική βαθμίδα συμπιεστή η καμπύλη που παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη των στροφών είναι η $\Psi = \Psi(\Phi_{av})$ αντί της $\Psi = \Psi(\Phi)$. Ας δούμε λοιπόν την κάθε περίπτωση χωριστά.

Στην αξονική βαθμίδα ο συντελεστής Φ ορίζεται με βάση την αξονική ταχύτητα στην είσοδο της βαθμίδας (ή ισοδύναμα την παροχή όγκου). Με εμβαδόν εισόδου A_1 έχουμε

$$\dot{m} = \rho_1 V_{a_1} A_1 = \rho_1 \Phi U A_1 = \frac{P_1}{RT_1} \Phi U A_1$$

Αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τις ολικές συνθήκες εισόδου, εκφράζουμε τα ρ_1, T_1 συναρτήσει των αντίστοιχων ολικών μεγεθών και του αριθμού Mach εισόδου M_{t_1} , (για βαθμίδα με αξονική είσοδο είναι

$$M_{t_1} = V_1 / \alpha_1 = \Phi U / \alpha_1) \text{ και προκύπτει}$$

$$\dot{m} = \frac{P_{t_1}}{RT_{t_1}} \Phi U A_1 \left(1 - \frac{\gamma-1}{2} M_{t_1}^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Η σχέση αυτή μπορεί να τροποποιηθεί, για να εμφανισθεί ο περιφερειακός αριθμός Mach M_u , δηλαδή

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{P_{t_1}}{\sqrt{\gamma RT_{t_1}}} \frac{U}{\sqrt{\gamma RT_{t_1}}} \gamma \Phi A_1 \left(1 - \frac{\gamma-1}{2} M_{t_1}^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ &= \frac{P_{t_1}}{\sqrt{\gamma RT_{t_1}}} M_u \gamma \Phi A_1 \left(1 - \frac{\gamma-1}{2} M_{t_1}^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{aligned} \quad (10.3.5)$$

που δίνει την ακόλουθη σχέση

$$\frac{\dot{m} \sqrt{\gamma R T_1}}{p_1} = \gamma \Phi A_1 M_u \left(1 - \frac{\gamma-1}{2} M_u^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (10.3.6)$$

Η σχέση αυτή έχει το χαρακτηριστικό ότι στο δεξιό της μέλος εμφανίζονται αδιάστατες παράμετροι και το εμβαδόν εισόδου A_1 .

Στον ακτινικό συμπιεστή η ανάλυση είναι περισσότερο πολύπλοκη όταν χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής παροχής Φ_{av} . Μάλιστα δε, για να είναι δυνατή η εξαγωγή σχέσης με χρήση μόνο ολικών μεγεθών πρέπει να χρησιμοποιηθεί, αντί της (7.6.2), ο ακόλουθος ορισμός για το μέσο συντελεστή παροχής

$$\Phi_{av} = \frac{Q_{v_1} + Q_{v_2}}{2A_2 U_2} \quad (10.3.7)$$

όπου

$$Q_{v_1} = \frac{\dot{m}}{\rho_1}, \quad \text{παροχή όγκου για ρευστό πυκνότητας ίση με την ολική πυκνότητα στην είσοδο}$$

$$Q_{v_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_2}, \quad \text{παροχή όγκου για ρευστό πυκνότητας ίση με την ολική πυκνότητα στην έξοδο}$$

Αντικαθιστώντας στον ορισμό του Φ_{av} έχουμε

$$\Phi_{av} = \dot{m} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \frac{1}{2A_2 U_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_1} \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{1}{2A_2 U_2} \quad (10.3.8)$$

Χρησιμοποιώντας την κατασταστική εξίσωση, ο λόγος των ολικών πυκνοτήτων γράφεται

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1}$$

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Αν χρησιμοποιήσουμε την αντίστοιχη της σχέσης (10.3.4), στη μορφή που αυτή λαμβάνει για τον ακτινικό συμπιεστή, δηλαδή

$$\frac{p_{t_2}}{p_{t_1}} = \left[1 + \eta_{t-t,c} \Psi_2 (\gamma - 1) \left(\frac{U_2}{\alpha_{t_1}} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

και ορίζοντας την ποσότητα

$$X_c = \Psi_2 (\gamma - 1) \left(\frac{U_2}{\alpha_{t_1}} \right)^2 = \Psi_2 (\gamma - 1) M_u^2 \quad (10.3.9)$$

παίρνουμε τελικά ότι

$$\frac{p_{t_2}}{p_{t_1}} = (1 + \eta_{t-t,c} X_c)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10.3.10)$$

Συγχρόνως ισχύει ότι

$$\frac{T_{t_2}}{T_{t_1}} = 1 + X_c \quad (10.3.11)$$

Παρατηρούμε ότι στη σχέση (10.3.9) ορίζεται και χρησιμοποιείται ο περιφερειακός αριθμός Mach M_u χρησιμοποιώντας την περιφερειακή ταχύτητα στην έξοδο της πτερωτής και τις ολικές συνθήκες ροής στην είσοδό της.

Με αντικατάσταση στις προηγούμενες σχέσεις παίρνουμε για το Φ_{av}

$$\Phi_{av} = \frac{\dot{m}}{p_{t_1}} RT_{t_1} \left(1 + \frac{1 + X_c}{(1 + \eta_{t-t,c} X_c)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \right) \frac{1}{2A_2 U_2} \quad (10.3.12)$$

Λύνοντας την (10.3.12) ως προς την ανηγμένη παροχή παίρνουμε τελικά ότι

$$\frac{\dot{m} \sqrt{\gamma RT_{t_1}}}{p_{t_1}} = 2\gamma \Phi_{av} A_2 \frac{U_2}{\sqrt{\gamma RT_{t_1}}} \left[1 + \frac{1 + X_c}{(1 + \eta_{t-t,c} X_c)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \right]^{-1} \quad (10.3.13)$$

Παρατηρούμε ότι η ανηγμένη παροχή έχει έρθει σε μια μορφή όπου στο δεύτερο μέλος έχουμε μόνο αδιάστατες παραμέτρους και το εμβαδόν A_2 εξόδου από την πτερωτή.

10.3.1. Αντιστοίχιση Σημείων Λειτουργίας - Μεταβλητές Αναφοράς

Οι σχέσεις (10.3.4) για το λόγο πίεσης και (10.3.6) ή (10.3.13) για την παροχή μάζας του συμπιεστή δίνουν τη δυνατότητα να υλοποιηθεί η αντιστοίχιση σημείων λειτουργίας που παριστάνεται στο Σχήμα 10.3.1.

Συγκεκριμένα, αν είναι γνωστά τα p_{t_A}, T_{t_A} , η ταχύτητα περιστροφής, οι διαστάσεις ενός συμπιεστή και οι ιδιότητες του αερίου, με τις σχέσεις αυτές προσδιορίζονται οι παράμετροι Φ και Ψ . Από τα Φ, Ψ τώρα, με τις ίδιες σχέσεις προσδιορίζεται ο λόγος πίεσης και η παροχή για τις νέες συνθήκες εισόδου p_{t_B}, T_{t_B} , ιδιότητες αερίου και ταχύτητα περιστροφής.

Κατά την παραπάνω αντιστοίχιση, ο βαθμός απόδοσης παραμένει ο ίδιος.

Σ' αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να δούμε πώς μπορεί να διευκολυνθεί η παρουσίαση χαρακτηριστικών παραμέτρων καθώς και η εφαρμογή διαδικασιών αντιστοίχισης όπως η παραπάνω με χρήση των μεταβλητών αναφοράς. Ας παρατηρήσουμε καταρχήν ότι είναι χρήσιμο να χρησιμοποιούνται φυσικά μεγέθη των οποίων οι τιμές είναι παραπλήσιες με αυτές των πραγματικών μεγεθών που υπάρχουν κατά τη λειτουργία. Δυο μεγέθη που εμφανίσθηκαν στις παραπάνω σχέσεις είναι οι ποσότητες:

$$\text{ανηγμένη παροχή: } \frac{\dot{m} \sqrt{\gamma R T_{t_1}}}{P_{t_1}}$$

$$\text{περιφερειακός αριθμός Mach: } \frac{U}{\alpha_{t_1}} = \frac{U}{\sqrt{\gamma R T_{t_1}}}$$

όπου για την τελευταία ποσότητα πρέπει να γίνεται προσεκτική διάκριση μεταξύ αξονικών και ακτινικών μηχανών. Για μια δεδομένη μηχανή η περιφερειακή ταχύτητα των πτερυγίων είναι ανάλογη της ταχύτητας περιστροφής N οπότε ο περιφερειακός αριθμός Mach είναι ανάλογος του

$$N / \sqrt{\gamma R T_{t_1}}$$

Μπορούμε τώρα να ορίσουμε δυο αντίστοιχα νέα μεγέθη που θα τα ονομάσουμε μεγέθη αναφοράς. Αυτά είναι η παροχή αναφοράς, που

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

ορίζεται ως

$$\dot{m}_{ref} = \frac{\dot{m}\sqrt{\theta}}{\delta} \quad (10.3.12\alpha)$$

και η ταχύτητα περιστροφής αναφοράς, που ορίζεται ως

$$N_{ref} = \frac{N}{\sqrt{\theta}} \quad (10.3.12\beta)$$

όπου, οι αδιάστατες ποσότητες θ και δ ορίζονται ως

$$\theta = \frac{\gamma R T_{t_1}}{\gamma_{ref} R_{ref} T_{ref}} \quad \delta = \frac{P_{t_1}}{P_{ref}} \quad (10.3.12\gamma)$$

με $\gamma_{ref}=1.4$, $R_{ref}=287 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$ τις ιδιότητες του αέρα σε συνθήκες περιβάλλοντος αυτές τις συνθήκες αναφοράς, που ορίζονται ως

$$T_{ref} = 288.15 \text{ K} \quad P_{ref} = 1.01325 \text{ bar}$$

Για τις μεταβλητές αναφοράς έχουμε τώρα τις ακόλουθες παρατηρήσεις:

- Οι τιμές τους είναι ίσες με τις τιμές των αντίστοιχων φυσικών μεγεθών, όταν οι συνθήκες περιβάλλοντος είναι ίσες με τις συνθήκες αναφοράς και το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας. Δηλαδή, ένας συμπιεστής που αναρροφά ατμοσφαιρικό αέρα σε συνθήκες αναφοράς, αναρροφά παροχή ίση με την παροχή αναφοράς και η μηχανική ταχύτητα περιστροφής του είναι ίση με την ταχύτητα αναφοράς. Αντίθετα, ένας συμπιεστής που αναρροφά ρευστό συνθηκών διαφορετικών από τις συνθήκες αναφοράς, αναρροφά μια παροχή διαφορετική από την παροχή αναφοράς. Η παροχή αναφοράς του για τη συγκεκριμένη λειτουργία θα προκύψει από την παροχή που πραγματικά αναρροφά, με χρήση των σχέσεων (10.3.12). Αντίστοιχες παρατηρήσεις διατυπώνονται για την ταχύτητα περιστροφής.
- Ως φυσικές ποσότητες, προκύπτουν από πολλαπλασιασμό των ανηγμένων μεγεθών σε μια σταθερά (η μεν παροχή με $P_{ref}/\sqrt{T_{ref}}$ η

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

δε ταχύτητα περιστροφής με $\sqrt{T_{ref}}$). Αυτό σημαίνει ότι μπορούν να εφαρμοσθούν οι σχέσεις (10.3.4), (10.3.6) και (10.3.13) για συσχετίσή τους με αδιάστατες παραμέτρους, πολλαπλασιασμένες με την αντίστοιχη κάθε φορά σταθερά.

Η σχέση (10.3.4) δείχνει ότι όταν είναι δεδομένη η ποσότητα U/α_{t_1} (δηλαδή η $N/\sqrt{\theta}$), τότε ο λόγος πίεσης εξαρτάται μόνο από τα Ψ και $\eta_{t-t,C}$. Δηλαδή είναι ο ίδιος είτε για συνθήκες εισόδου p_{t_1}, T_{t_1} είτε για συνθήκες εισόδου P_{ref}, T_{ref} . Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε

$$\Pi_{c,ref} = \Pi_c \quad (10.3.12\delta)$$

Ετσι ορίσθηκε το σύνολο των μεταβλητών αναφοράς.

Τα παραπάνω αιτιολογούν το γιατί παρουσιάζονται συνήθως τα πεδία χαρακτηριστικών των συμπιεστών με παραμέτρους τις μεταβλητές αναφοράς. Οι μεταβλητές αναφοράς παίζουν ουσιαστικά τον ίδιο ρόλο που παίζουν οι αδιάστατες παράμετροι Φ και Ψ στη διαδικασία αντίστοιχων συνθηκών λειτουργίας. Έχουν όμως το πλεονέκτημα ότι έχουν μέγεθος πολύ κοντά στην αντίστοιχη φυσική ποσότητα, τουλάχιστον για συμπιεστές που αναρροφούν ατμοσφαιρικό αέρα.

10.4. ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Ας δούμε τώρα πώς αντιμετωπίζονται τα προβλήματα που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, για την περίπτωση στροβίλων. Ειδικότερα θα δούμε με ποιές σχέσεις μπορούν να υπολογισθούν τα χαρακτηριστικά μεγέθη επιδόσεων ενός στροβίλου σε αντίστοιχα σημεία λειτουργίας.

Και στην περίπτωση αυτή, η ανάλυση θα βασισθεί σε παρατηρήσεις που έχουν προκύψει από την εμπειρία χρήσης στροβίλων. Ετσι λοιπόν, το κριτήριο για την αντιστοιχισή, όπως και στην περίπτωση των συμπιεστών, είναι η ομοιότητα των τριγώνων ταχυτήτων μέσα στη μηχανή. Μια συνθήκη που οδηγεί σε περίπου όμοια τρίγωνα μέσα στο στρόβιλο είναι η διατήρηση σταθερής τιμής για το λόγο V_{th}/U_3 . V_{th} είναι η ταχύτητα που δημιουργείται από ισεντροπική εκτόνωση από τις ολικές συνθήκες εισόδου στη στατική πίεση εξόδου p_3 μιας βαθμίδας στροβίλου και U_3 η περιφερειακή ταχύτητα στην έξοδο της βαθμίδας.

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Ας δούμε τώρα τι συνέπειες έχει αυτή η συνθήκη για το λόγο πίεσης και την ταχύτητα περιστροφής. Ο λόγος V_{th}/U_3 μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει του λόγου πίεσης p_3/p_{t_1} ως εξής

$$V_{th}^2 = 2C_p(T_{t_1} - T_{3v}) = 2C_p T_{t_1} \left(1 - \frac{T_{3v}}{T_{t_1}}\right) = 2C_p T_{t_1} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

$$\frac{V_{th}^2}{U_3^2} = \frac{2C_p T_{t_1}}{U_3^2} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] = K \frac{\gamma}{\gamma-1} R \frac{T_{t_1}}{N^2} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \quad (10.4.1)$$

όπου K μια σταθερά που εμπεριέχει τη γεωμετρία της βαθμίδας και N η ταχύτητα περιστροφής.

Η σχέση αυτή μας δείχνει ότι αν ορισθεί και πάλι η ποσότητα N_{ref} , όπου

$$N_{ref} = \frac{N}{\sqrt{\theta}}, \quad \theta = \frac{\gamma R T_{t_1}}{(\gamma R T_{t_1})_{ref}} \quad (10.4.2)$$

τότε για σταθερό N_{ref} , τα αντίστοιχα σημεία λειτουργίας μεταξύ δυο καταστάσεων A και B θα συνδέονται με τη σχέση

$$\frac{1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \Bigg|_A = \frac{1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{t_1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \Bigg|_B \quad (10.4.3)$$

Η σχέση αυτή μας δείχνει ότι

- όταν πρόκειται για το ίδιο ρευστό, δηλαδή το ίδιο γ , τότε ο λόγος πίεσης αντίστοιχων σημείων είναι ο ίδιος
- αν το ρευστό της μιας από τις δύο καταστάσεις είναι αέρας, τότε ο λόγος πίεσης της κατάστασης αυτής μπορεί να ορισθεί ως λόγος πίεσης αναφοράς, μια που οι συνθήκες αναφοράς ορίζονται για εργαζόμενο μέσο αέρα, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

Ο βαθμός απόδοσης αντίστοιχων σημείων λειτουργίας παραμένει ο ίδιος, πράγμα που επίσης προκύπτει από εμπειρικές παρατηρήσεις και αποτελεί πολύ καλή προσέγγιση για περιοχές λειτουργίας με παρεμφερείς τιμές του αριθμού Reynolds.

Η αντιστοίχιση της παροχής τέλος, προκύπτει από θεώρηση της ροής στα σταθερά πτερόγια της βαθμίδας. Η θεώρηση αυτή προκύπτει από

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

το γεγονός ότι η ροή στα πτερύγια αυτά μοιάζει με τη ροή σε ακροφύσιο και όταν είναι στραγγαλισμένη προσδιορίζει την οριακή τιμή της παροχής που χαρακτηρίζει το πεδίο χαρακτηριστικών του στροβίλου. Η παροχή λοιπόν μπορεί να υπολογισθεί από τις συνθήκες στην έξοδο των σταθερών πτερυγίων

$$\dot{m} = \rho_2 V_2 A_2 \quad (10.4.4)$$

όπου A_2 η διατομή του καναλιού κάθετα στην κατεύθυνση της ροής, V_2 η ταχύτητα και ρ_2 η πυκνότητα στη θέση 2, δηλαδή στην έξοδο της σταθερής πτερυγώσης. Η ταχύτητα τώρα υπολογίζεται από τη σχέση

$$V_2^2 = 2 \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_{t_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (10.4.5)$$

όπου n ο εκθέτης της πολυτροπικής μεταβολής μεταξύ ολικών συνθηκών εισόδου και στατικών συνθηκών στην έξοδο των σταθερών πτερυγίων. Η πυκνότητα δε εκφράζεται ως εξής

$$\rho_2 = \frac{p_2}{p_{t_1}} \rho_{t_1} = \left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{p_{t_1}}{RT_{t_1}} \quad (10.4.6)$$

Αντικαθιστώντας τις (10.4.5) και (10.4.6) στην (10.4.4) παίρνουμε

$$\dot{m} = \left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{p_{t_1}}{RT_{t_1}} A_2 \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_{t_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \quad (10.4.7)$$

$$\frac{\dot{m} \sqrt{\gamma RT_{t_1}}}{p_{t_1} A_2} = \sqrt{\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_2}{p_{t_1}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί και ως εξής

$$\frac{\dot{m} \sqrt{\theta}}{\delta} = K \sqrt{\gamma} F \left(\gamma, n, \frac{p_2}{p_{t_1}} \right) \quad (10.4.8)$$

Δηλαδή η ανηγμένη παροχή εξαρτάται από τη φύση του ρευστού (γ), τις απώλειες (η) και το λόγο πιέσεων p_2/p_{t_1} . Με χρήση της (10.4.7) μπορούν τώρα να αντιστοιχηθούν σημεία λειτουργίας του στροβίλου.

10.5. Η ΕΙΔΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

Η ειδική ταχύτητα περιστροφής είναι μια παράμετρος που σχετίζεται με τη γεωμετρική μορφή μιας στροβιλομηχανής, και όχι με τις διαστάσεις της. Η χρησιμότητά της είναι ότι μπορεί να συσχετισθεί με μια άλλη παράμετρο μορφής, δηλαδή κάποιο βαθμό απόδοσης και να δώσει καμπύλες που ισχύουν για μηχανές ορισμένου τύπου ανεξάρτητα του μεγέθους τους. Μπορεί να βρεθούν διαφορετικοί ορισμοί της παραμέτρου αυτής από διάφορους μελετητές ή εταιρίες κατασκευής. Το ουσιαστικό βέβαια στοιχείο είναι ότι όλοι οι ορισμοί εκφράζουν την ίδια φυσική ποσότητα και για ένα συγκεκριμένο ορισμό η συμπεριφορά μηχανών είναι παρόμοια όταν συγκρίνει κανείς μεγάλες και μικρές τιμές της ειδικής ταχύτητας.

Ενας γενικός ορισμός της ειδικής ταχύτητας περιστροφής είναι ο ακόλουθος

$$N_s = \frac{\Pi_1^{1/2}}{\Pi_2^{3/4}} \quad (10.5.1)$$

όπου Π_1 είναι μια παράμετρος παροχής και Π_2 μια παράμετρος φόρτισης. Το γιατί επιλέγονται οι εκθέτες $1/2$ και $3/4$ μπορεί να γίνει κατανοητό αν αναλυθούν τα Π_1 και Π_2 για μια μηχανή που διαχειρίζεται ασυμπιεστο ρευστό. Εδώ έχουμε

$$\Pi_1 = \Phi = \frac{V_a}{U} = \frac{\dot{m}}{\rho A U} = K_1 \frac{\dot{m}}{\rho N D^3} \quad (10.5.2)$$

όπου D η εξωτερική διάμετρος της μηχανής και το K_1 ενσωματώνει όλες τις σταθερές που συνδέουν το D με τη διατομή A και την περιφερειακή ταχύτητα U . Το K_1 έχει μια συγκεκριμένη τιμή για γεωμετρικά όμοιες μηχανές. Με αντιστοιχο τρόπο, η παράμετρος φόρτισης αναλύεται ως

$$\Pi_2 = \Psi_{\psi} = \frac{\Delta h_{\psi}}{U^2} = \frac{\Delta p}{\rho U^2} = K_2 \frac{\Delta p}{\rho N^2 D^2} \quad (10.5.3)$$

Για να προκύψει μια έκφραση που είναι ανεξάρτητη της διάστασης D ενώ διατηρεί γραμμική σχέση με την ταχύτητα περιστροφής N πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι εκθέτες $1/2$ και $3/4$, αφού προφανώς ισχύει ότι

$$\frac{\Pi_1^{1/2}}{\Pi_2^{3/4}} = K_1^{1/2} \frac{\dot{m}^{1/2}}{\rho^{1/2} N^{1/2} D^{3/2}} \frac{\rho^{3/4} N^{3/2} D^{3/2}}{K_2^{3/4} \Delta p^{3/4}} = K_3 \frac{\dot{m}^{1/2} \rho^{1/4}}{\Delta p^{3/4}} N \quad (10.5.4)$$

όπου $K_3 = K_1^{1/2} / K_2^{3/4}$ είναι μια νέα σταθερά.

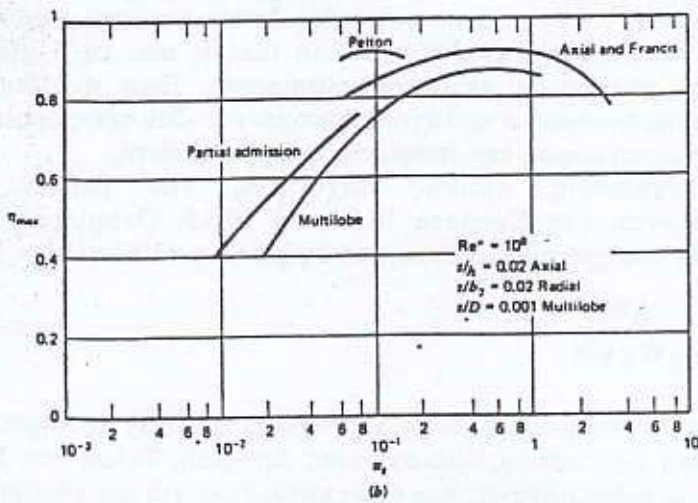
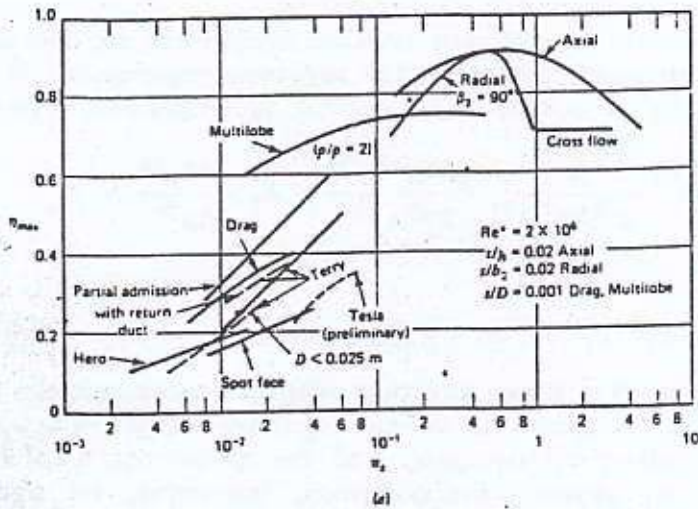
Το γιατί η ειδική ταχύτητα εκφράζει τη γεωμετρική μορφή μιας μηχανής με τον τρόπο που είδαμε παραπάνω μπορεί να αιτιολογηθεί με τους ακόλουθους συλλογισμούς. Από τον ορισμό της, η ειδική ταχύτητα εκφράζει το μέγεθος αναρροφητικής ικανότητας σε σχέση με τη δυνατότητα μεταβολής πίεσης που παρέχει μια μηχανή. Η αναρροφητική ικανότητα π.χ. για ένα συμπιεστή καθορίζεται ουσιαστικά από τη διατομή εισόδου της μηχανής, ενώ η μεταβολή πίεσης από τη διάμετρο εξόδου (λ.χ. στην περίπτωση ακτινικού συμπιεστή). Έτσι η ειδική ταχύτητα περιστροφής αντανακλά το λόγο διαμέτρου εισόδου προς διάμετρο εξόδου και συνεπώς τη μορφή της πτερωτής ενός συμπιεστή.

Συσχετίσεις ειδικής ταχύτητας και βαθμού απόδοσης παρουσιάζονται στα Σχήματα 10.5.1 και 10.5.2. Ο ορισμός της ειδικής ταχύτητας που χρησιμοποιείται στα σχήματα αυτά είναι

$$N_s = N \frac{\dot{m}^{1/2}}{\rho^{1/2} \Delta h^{3/4}} \quad (10.5.4)$$

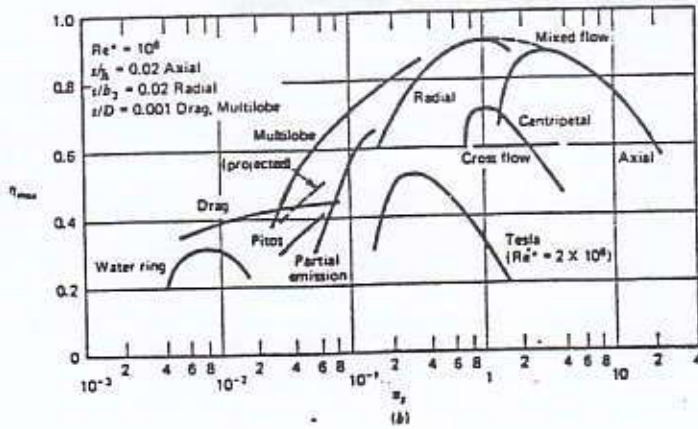
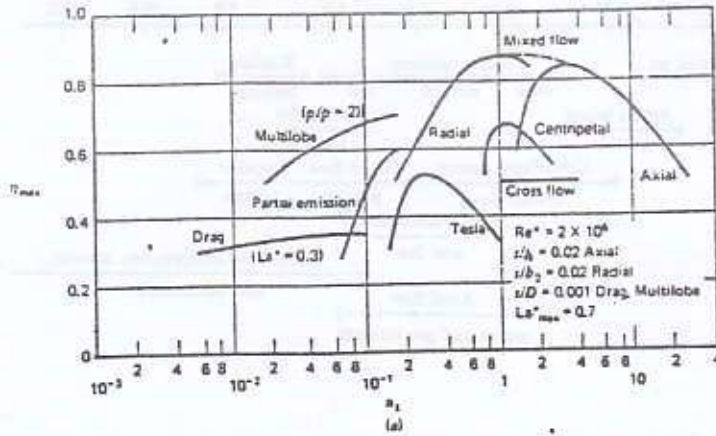
που είναι ισοδύναμος με αυτόν της σχέσης (10.5.3) αν ληφθεί υπόψη ότι από άποψη διαστατικής ομοιογένειας $\Delta p \sim \rho \Delta h$. Τέλος στο Σχήμα 10.5.3 φαίνεται το είδος μηχανής που είναι κατάλληλη για μια εφαρμογή ανάλογα με το μέγεθος της ειδικής ταχύτητας περιστροφής. Ο διαχωρισμός προκύπτει από συσχετίσεις όπως αυτές που φαίνονται στα δυο προηγούμενα σχήματα, που δείχνουν ότι ανάλογα με το μέγεθος του N_s ένας συγκεκριμένος τύπος μηχανής έχει το μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης.

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



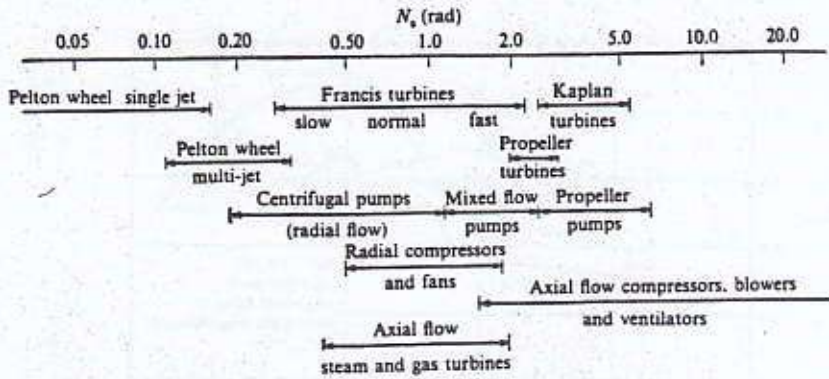
Σχήμα 10.5.1 Συσχετίσεις ειδικής ταχύτητας και βαθμού απόδοσης.

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 10.5.2 Συσχετίσεις ειδικής ταχύτητας και βαθμού απόδοσης.

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ



Σχήμα 10.5.3 Διάγραμμα επιλογής τύπου μηχανής ανάλογα με το μέγεθος της ειδικής ταχύτητας περιστροφής.

11. ΘΕΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

Στο Κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια σύντομη αναφορά σε θέματα μηχανικής συμπεριφοράς των πτερυγίων στροβιλομηχανών. Σκοπός είναι να δοθεί μια εικόνα των μηχανικών προβλημάτων που συνδέονται με τα πτερύγια των στροβιλομηχανών. Η ανάλυση που ακολουθεί εντοπίζεται στην ανάπτυξη τάσεων στα πτερύγια τάσεων, θέμα συνυφασμένο με τη σχεδίαση, καθώς και στην εμφάνιση ταλαντώσεων, το οποίο είναι θέμα που συνδέεται τόσο με τη σχεδίαση όσο και με τη μετέπειτα ασφαλή λειτουργία.

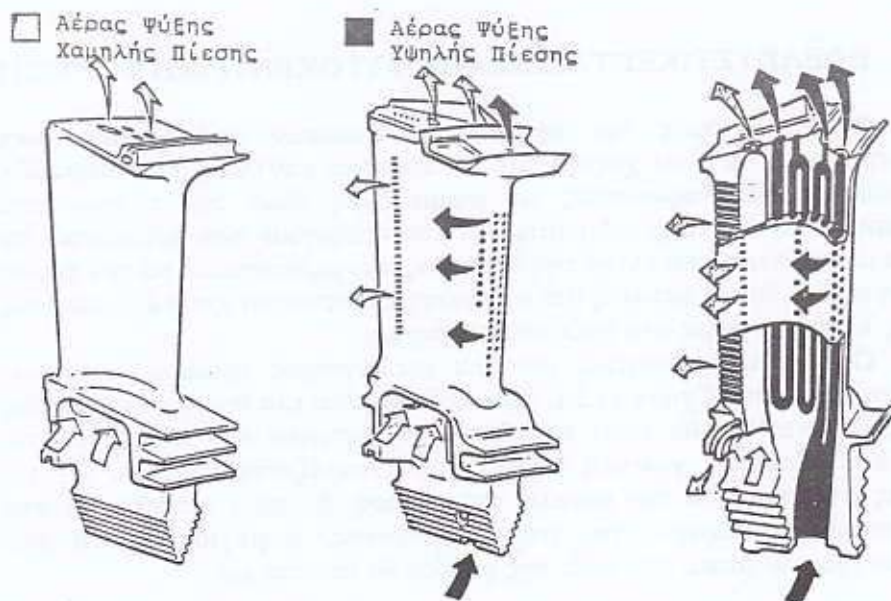
11.1. ΤΑΣΕΙΣ ΣΕ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΑ ΠΤΕΡΥΓΙΑ

Τα περιστρεφόμενα πτερύγια των στροβιλομηχανών υφίστανται στατική καταπόνηση εξαιτίας κυρίως τριών ειδών φόρτισης:

- (α) Φόρτιση λόγω φυγόκεντρης δύναμης στα πτερύγια. Η φόρτιση αυτή δημιουργεί καταρχή καθαρά εφελκυστικές τάσεις στα πτερύγια. Αν τα κέντρα βάρους των αεροτομών σε διάφορες ακτινικές θέσεις του πτερυγίου δε βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτινική ευθεία, τότε δημιουργούνται επί πλέον καμπτικές και στρεπτικές τάσεις στα πτερύγια. Οι τάσεις από φυγόκεντρική φόρτιση είναι οι μεγαλύτερες σε μέγεθος για το πτερύγιο. Παρ'όλα αυτά δεν είναι οι σπουδαιότερες, γιατί είναι χρονικά σταθερές.
- (β) Καμπτική φόρτιση από τις δυνάμεις που ασκεί το ρευστό στα πτερύγια. Η φόρτιση αυτή είναι χρονικά μεταβαλλόμενη, λόγω του γενικά μη-μόνιμου χαρακτήρα του πεδίου ροής που οφείλεται στην αλληλεπίδραση των διαδοχικών σταθερών και κινητών πτερυγίων που υπάρχουν σε μια στροβιλομηχανή.

- (γ) Ανάπτυξη θερμικών τάσεων, που προκύπτουν από το γεγονός ότι το θερμοκρασιακό πεδίο δεν είναι ομοιόμορφο σ'ένα πτερύγιο, λόγω της μη-ομοιόμορφης κατανομής θερμοκρασίας του εργαζόμενου μέσου και της μετάδοσης θερμότητας που λαμβάνει χώρα στην επιφάνεια του πτερυγίου. Οι θερμικές τάσεις είναι συνυφασμένες με την τάση του υλικού κατασκευής να διαστέλλεται καθώς αυξάνει η θερμοκρασία του. Το πρόβλημα είναι χαρακτηριστικό στον αεροστρόβιλο, που λειτουργεί με εργαζόμενο μέσο πολύ υψηλής θερμοκρασίας. Από την άλλη πλευρά, στον αεριοστρόβιλο, η επιθυμία για αύξηση της ώσης ανά μονάδα μάζας εισερχόμενου αέρα και για οικονομία στα καύσιμα συνδέεται με την αύξηση του λόγου πίεσης του συμπιεστή και με μεγαλύτερη θερμοκρασία στην είσοδο του στρόβιλου. Στο στρόβιλο, οι ακμές προσβολής και εκφυγής λειτουργούν σε υψηλότερες θερμοκρασίες από ότι το ενδιάμεσο τμήμα του πτερυγίου και υφίστανται εντονότερη διαστολή από ότι αυτό. Το αποτέλεσμα την ανομοιόμορφης διαστολής είναι η ανάπτυξη ισχυρών θερμικών τάσεων κυρίως στο ενδιάμεσο τμήμα του πτερυγίου, που υπερτίθεται στις φορτίσεις (α) και (β) που αναλύθηκαν προηγούμενα.

Ο παράγοντας (γ) αντιμετωπίζεται με την ψύξη των πτερυγίων. Στον αεροστρόβιλο λ.χ. ένας τυπικός τρόπος ψύξης είναι η απομάστευση μέρους της παροχής αέρα του συμπιεστή και η εισαγωγή του στα κινητά πτερύγια του στρόβιλου από τη βάση στήριξής τους. Η κυκλοφορία ψυχρού αέρα στα κινητά πτερύγια του στρόβιλου (και συχνά και στα σταθερά πτερύγια της πρώτης βαθμίδας) γίνεται με κατάλληλα σχεδιασμένους εσωτερικούς αγωγούς. Λόγω του τρόπου εισόδου του ψυχρού ρεύματος αέρος προστατεύεται συγχρόνως και το σύστημα στήριξης των πτερυγίων από τοπικές υπερθερμάνσεις. Περαιτέρω ανάλυση του θέματος ξεφεύγει από τα πλαίσια του παρόντος κειμένου. Για πληρότητα όμως παρουσιάζονται στο Σχήμα 11.1.1 τρεις τρόποι ψύξης ενός πτερυγίου στρόβιλου του τμήματος υψηλής πίεσης. Η πρώτη περίπτωση αφορά την παραδοσιακή τεχνολογία εσωτερικής ψύξης, με μια μόνο διαδρομή αέρα χαμηλής πίεσης· πρόκειται για τεχνολογία της δεκαετίας περίπου του 1960. Η δεύτερη περίπτωση αφορά την εξέλιξη του προηγούμενου τρόπου με συνδυασμένη εσωτερική ψύξη μιας διαδρομής αέρα χαμηλής πίεσης και εξωτερική ψύξη με τη διοχέτευση λεπτού στρώματος αέρα υψηλής πίεσης (film cooling) από οπές διατεταγμένες κοντά στην ακμή προσβολής. Οι περισσότερες σύγχρονες τεχνικές ψύξης των πτερυγίων αντιστοιχούν στην τρίτη περίπτωση του Σχήματος 11.1.1 με πολλαπλές διαδρομές αέρα ψύξης υψηλής και χαμηλής πίεσης και σχεδόν καθολική εξωτερική προστασία του πτερυγίου με λεπτό στρώμα αέρα.



Σχήμα 11.1.1 Τρεις τυπικοί τρόποι ψύξης για πτερύγια στροβίλου του τμήματος υψηλής πίεσης: (α) εσωτερική ψύξη με μια διαδρομή αέρα, (β) συνδυασμένη εσωτερική ψύξη μιας διαδρομής αέρα χαμηλής πίεσης και εξωτερική ψύξη με λεπτό στρώμα αέρα υψηλής πίεσης, (γ) συνδυασμένη εσωτερική ψύξη με πολλαπλές διαδρομές αέρα ψύξης υψηλής και χαμηλής πίεσης και καθολική εξωτερική ψύξη με λεπτό στρώμα αέρα.

Οι παράγοντες (α) και (β) που είναι καθαρά μηχανικής φύσεως μπορεί να αλληλοαναιρεθούν με κατάλληλη σχεδίαση των πτερυγίων (τοποθέτηση των κέντρων βάρους των αεροτομών σε κατάλληλα υπολογισμένο μη ακτινικό άξονα).

Ο πλήρης και ακριβής υπολογισμός των τάσεων σ'ένα πτερύγιο πρέπει να γίνει με χρήση αριθμητικών μεθόδων, λόγω του γενικά περίπλοκου γεωμετρικού του σχήματος. Για κάποιες απλές μορφές πτερυγίων είναι δυνατό να γίνει ένας απλός υπολογισμός για τις τάσεις των κατηγοριών (α) και (β). Τέτοιοι απλοί υπολογισμοί μπορεί να είναι χρήσιμοι κατά το προκαταρκτικό στάδιο σχεδίασης μιας μηχανής αφού

μπορούν να δώσουν μια πρώτη εκτίμηση των τάσεων που αναπτύσσονται στα πτερύγια.

11.2. ΕΦΕΛΚΥΣΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟ ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

Ο υπολογισμός των εφελκυστικών τάσεων από φυγοκεντρική φόρτιση μπορεί να γίνει χωρίζοντας το πτερύγιο καθ' ύψος σε στοιχειώδη τμήματα και ολοκληρώνοντας τις συμμετοχές όλων των τάσεων που αντιστοιχούν στα στοιχειώδη τμήματα του πτερυγίου που βρίσκονται σε ακτίνα μεγαλύτερη από αυτήν της διατομής που μελετάται. Από τον τρόπο υπολογισμού γίνεται εμφανές ότι η μέγιστη καταπόνηση από εφελκυστικές τάσεις λαμβάνει χώρα στο πόδι του πτερυγίου.

Ως ένα ικανοποιητικό μοντέλο υπολογισμού κρίνεται αυτό που παρουσιάζεται στο Σχήμα 11.2.1, όπου σχεδιάζεται μια πρισματική ράβδος διατομής $a = a(R)$ που είναι τοποθετημένη ακτινικά και περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω . Ονομάζοντας R_H και R_T τις ακτίνες στο πόδι και την κεφαλή της ράβδου, η οποία αντιστοιχεί στο απλοποιημένο πτερύγιο της στροβιλομηχανής, η μέγιστη τάση από φυγοκεντρική φόρτιση στο πόδι της ράβδου θα ισούται με

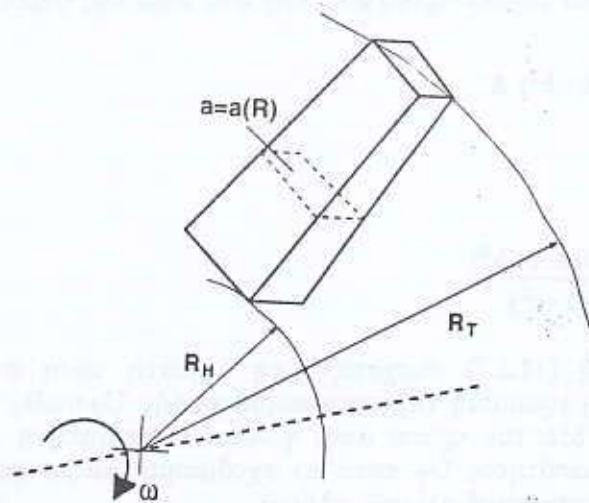
$$\sigma_{\max} a_H = \rho_b \omega^2 \int_{R_H}^{R_T} a(R) R dR \quad (11.2.1)$$

όπου ρ_b είναι η πυκνότητα του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη η ράβδος-πτερύγιο. Η ολοκλήρωση της (11.2.1) προϋποθέτει μια συγκεκριμένη κατανομή της διατομής $a(R)$. Θα υποθέσουμε ότι η διατομή μεταβάλλεται γραμμικά μεταξύ των δυο ακραίων τιμών της a_H και a_T στο πόδι και την κεφαλή αντίστοιχα. Έτσι

$$a(R) = a_H + \frac{R - R_H}{R_T - R_H} (a_T - a_H) \quad (11.2.2)$$

ενώ, αν ορισθούν οι αδιάστατες ποσότητες

$$d = \frac{a_H}{a_T} \quad (11.2.3)$$



Σχήμα 11.2.1 Απλό μοντέλο υπολογισμού εφελκυστικών τάσεων από φυγοκεντρική φόρτιση για περιστρεφόμενη πτερύγιο σχήματος πρισματικής ράβδου μεταβλητής διατομής.

$$b = \frac{R_H}{R_T} \quad (11.2.4)$$

$$R' = \frac{R}{R_T} \quad (11.2.5)$$

η σχέση (11.2.2) ξαναγράφεται ως

$$\frac{a(R)}{a_H} = 1 + \frac{R'-b}{1-b} \frac{1-d}{d} \quad (11.2.6)$$

Η αντικατάσταση της (11.2.6) στη σχέση (11.2.1) δίνει ότι

$$\sigma_{\max} a_H = \rho_b \omega^2 R_T^2 a_H \int_b^1 \left[1 + \frac{R'-b}{1-b} \frac{1-d}{d} \right] R' dR'$$

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

και με την εκτέλεση της σχετικής ολοκλήρωσης προκύπτει τελικά ότι η μέγιστη τάση από φυγοκεντρική φόρτιση, στο πόδι της ράβδου, είναι

$$\sigma_{\max} = \frac{\rho_b U_T^2}{2} (1-b^2) K \quad (11.2.7)$$

όπου

$$K = 1 + \frac{(1-d)(2-b-b^2)}{3d(1-b^2)} \quad (11.2.8)$$

Η γραφή (11.2.7) συσχετίζει τη μέγιστη τάση στο πόδι του πτερυγίου με τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής $U_T = \omega R_T$ στην κεφαλή του πτερυγίου. Με τον τρόπο αυτό γίνεται κατανοητή η σημασία της επιλογής της ποσότητας U_T κατά το σχεδιασμό μιας στροβιλομηχανής (από την κατασκευαστική πλευρά, πλέον).

Για την περίπτωση πτερυγίου με σταθερή διατομή ισχύει ότι $d=1$ και, όπως προκύπτει από τη σχέση (11.2.7), $K=1$. Τότε η μέγιστη τάση στο πόδι του πτερυγίου είναι

$$\sigma_{\max} = \frac{\rho_b U_T^2}{2} (1-b)$$

ενώ, με την υπόθεση ότι

$$R_H < R_T - b - 0$$

η τελευταία σχέση απλοποιείται σημαντικά και γράφεται

$$\sigma_{\max} = \frac{\rho_b U_T^2}{2} \quad (11.2.9)$$

Με τις παραδοχές του μοντέλου υπολογισμού που αναπτύξαμε προηγουμένα, μπορούμε να κάνουμε μια ενδεικτική ποσοτική ανάλυση της σχέσης (11.2.9). Εχοντας υπόψη ότι οι σύγχρονες στροβιλομηχανές πρακτικά σχεδιάζονται με τη γραμμική ταχύτητα στην κεφαλή των κινητών πτερυγίων να είναι ίση με την τοπική ταχύτητα του ήχου ($M=1$) μπορούμε να υποθέσουμε ότι

$$U_T = 340 \text{ m/s}$$

Για πτερύγια κατασκευασμένα από χάλυβα, όπου

$$\rho_b = 8000 \text{ kg/m}^3$$

η σχέση (11.2.9) δίνει ότι προσεγγιστικά

$$\sigma = 4.8 \times 10^8 \frac{\text{Nt}}{\text{m}^2}$$

τιμή που ήδη είναι πολύ υψηλή ακόμα και για τα πλέον σύγχρονα και ακριβά υλικά κατασκευής. Θα παρατηρήσουμε, τέλος, ότι οι εφελκυστικές τάσεις από φυγοκεντρική φόρτιση είναι μεγαλύτερες στα πτερύγια μεγαλύτερου μήκους. Έτσι, στις πρώτες βαθμίδες του συμπιεστή, η φυγοκεντρική φορτίζει περισσότερο τα εκεί πτερύγια, από ότι στις επόμενες βαθμίδες. Αυτό όμως πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και σε συνδυασμό με τις καμπτικές τάσεις από αεροδυναμική φόρτιση που επίσης προκαλούν κόπωση στα πτερύγια. Στο συμπιεστή, η τελευταία φόρτιση ενδεχόμενα είναι σημαντική, ιδίως αν πρόκειται αυτός να λειτουργήσει κοντά σε περιοχές ασταθούς λειτουργίας.

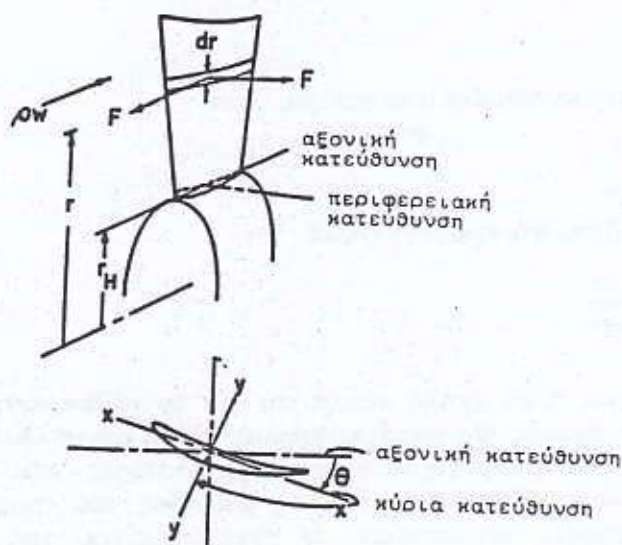
11.3. ΚΑΜΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

Οι δυνάμεις που ασκεί το ρευστό στο πτερύγιο έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία καμπτικής ροπής που προκαλεί μέγιστες τάσεις στο πόδι του πτερυγίου. Για τον υπολογισμό των δυνάμεων αυτών μπορούν να εκτιμηθούν οι συνιστώσες της ροής κατά την αξονική και την περιφερειακή κατεύθυνση του πτερυγίου. Στη συνέχεια, θα παρουσιασθεί ένας απλοποιημένος τέτοιος υπολογισμός για πτερύγιο αξονικής μηχανής.

Θεωρούμε πτερύγιο αξονικής μηχανής για την οποία υποθέτουμε ότι οι επιφάνειες ροής είναι κύλινδροι σταθερής ακτίνας. Αν θεωρήσουμε ένα στοιχειώδες τμήμα πτερυγίου όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.3.1. Η περιφερειακή δύναμη που ασκείται στο τμήμα αυτό του πτερυγίου έχει προκύψει στην Ενότητα 3.5 και ισούται με

$$dF_u = dm (W_{u_1} - W_{u_2}) \quad (11.3.1)$$

όπου dm η παροχή εργαζόμενου μέσου που αντιστοιχεί στο στοιχειώδη σωλήνα ροής, ανά βήμα της πτερυγώσης, και ισούται με



Σχήμα 11.3.1 Καμπτικές τάσεις από αεροδυναμική φόρτιση σε πτερύγιο αξονικής στροβιλομηχανής.

$$dm = \rho W_\alpha \frac{2\pi R dr}{Z} \quad (11.3.2)$$

όπου Z ο αριθμός πτερυγίων.

Η αξονική συνιστώσα της ροπής προκύπτει αν ολοκληρωθούν οι ροπές των στοιχειωδών περιφερειακών δυνάμεων που εκφράζει η (11.3.1), σε όλο το ύψος του πτερυγίου. Είναι

$$M_\alpha = \int_{R_H}^{R_T} dF_\alpha (R - R_H) = \frac{1}{Z} \int_{R_H}^{R_T} \rho W_\alpha 2\pi R (W_{u_1} - W_{u_2}) (R - R_H) dr \quad (11.3.3)$$

Η σχέση αυτή μπορεί να μετασχηματισθεί με χρήση της εξίσωσης του Euler ως εξής

$$M_a = \frac{2\pi C_p}{Z\omega} \int_{R_H}^{R_T} \rho W_a (T_{t_1} - T_{t_2}) (R - R_H) dR \quad (11.3.4)$$

Αντίστοιχα μπορεί να υπολογισθεί η περιφερειακή συνιστώσα της ροπής, που δημιουργείται από τις αξονικές συνιστώσες της δύναμης στα στοιχειώδη τμήματα του πτερυγίου. Χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.5.10α) και υποθέτοντας ότι η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας διατηρείται σταθερή, η στοιχειώδης αξονική δύναμη είναι συνάρτηση μόνο της διαφοράς πίεσης μεταξύ εισόδου και εξόδου στο πτερύγιο. Με την εκτέλεση των πράξεων, η περιφερειακή συνιστώσα της ροπής προκύπτει ίση με

$$M_u = \frac{2\pi}{Z} \int_{R_H}^{R_T} (p_2 - p_1) R (R - R_H) dR \quad (11.3.5)$$

Εναλλακτικά η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί για ροή χωρίς απώλειες, με βάση τη σχέση

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (W_1^2 - W_2^2) = \frac{1}{2} \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2)$$

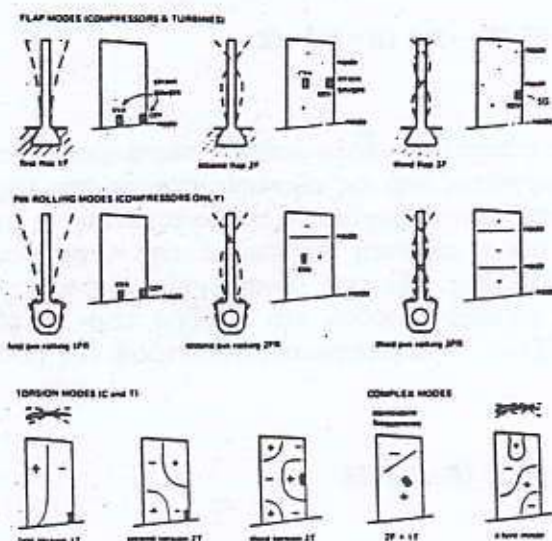
και στη μορφή

$$M_u = \frac{\pi}{Z} \int_{R_H}^{R_T} \rho W_a^2 (\tan^2 \beta_1 - \tan^2 \beta_2) R (R - R_H) dR \quad (11.3.6)$$

Έχοντας τις δυο συνιστώσες της ροπής μπορούμε να προσδιορίσουμε τις καμπτικές τάσεις. Κατά τα γνωστά από την αντοχή υλικών, η μέγιστη καμπτική τάση μπορεί να υπολογισθεί αφού πρώτα καθορισθούν οι κύριοι άξονες και οι αντίστοιχες ροπές αδράνειας της αεροτομής στο πόδι.

11.4. ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω οι δυνάμεις αεροδυναμικής φύσης που ασκεί το ρευστό στα πτερύγια είναι μη-μόνιμου χαρακτήρα. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό από το γεγονός ότι μια χωρική ανομοιομορφία της κατανομής μεγεθών ενός πεδίου ροής παρουσιάζεται ως μια χρονική

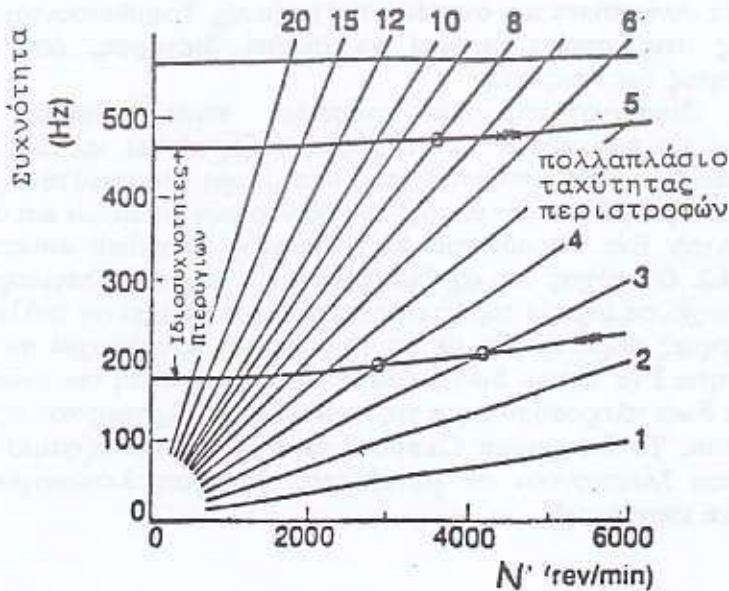


Σχήμα 11.4.1 Μορφές ταλάντωσης πτερυγίου αξονικής στροβιλομηχανής.

μεταβολή των ίδιων μεγεθών σε μια θέση, όταν παρατηρηθεί από ένα κινούμενο σύστημα αναφοράς. Έτσι ο ομόρρους ενός σταθερού πτερυγίου ή ενός στηρίγματος στην είσοδο της μηχανής γίνεται αισθητός ως ένα χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο ροής, από σειρά στρεφομένων πτερυγίων. Η ύπαρξη περισσότερων από μία σειρά πτερυγίων σε μια μηχανή αλλά και κάθε άλλη πηγή ανομοιομορφίας στην κατανομή κάποιων μεγεθών οδηγεί λοιπόν σε χρονικά μεταβαλλόμενα πεδία ροής και συνεπώς χρονικά μεταβαλλόμενες δυνάμεις πάνω στα πτερύγια. Το αποτέλεσμα της εμφάνισης χρονικά μεταβαλλόμενων δυνάμεων είναι η δημιουργία ταλαντώσεων στα πτερύγια.

Τα πτερύγια εκτελούν ταλαντώσεις κατά δύο κύρια τρόπους: καμπτικές και στρεπτικές. Μια εικόνα της μορφής των ταλαντώσεων αυτών δίνεται στο Σχήμα 11.4.1. Υπενθυμίζουμε εδώ ότι ελεύθερες ταλαντώσεις μπορούν να συμβούν σε διάφορες ιδιοσυχνότητες με αντιστοιχίες ιδιομορφές του ταλαντούμενου σώματος. Στο Σχήμα 11.4.1 φαίνονται οι διάφορες ιδιομορφές. Αυτό που έχει ιδιαίτερη σημασία είναι το πόσο κοντά βρίσκονται οι συχνότητες εξωτερικών διεγέρσεων προς ένα πτερύγιο, με τις ιδιοσυχνότητες του πτερυγίου.

Όπως είναι γνωστό από τη Μηχανική, κάθε φυσικό σώμα χαρακτηρίζεται από μια σειρά συχνοτήτων στις οποίες μπορεί να



Σχήμα 11.4.2 Παράδειγμα διαγράμματος Campbell.

διεγερθεί και αυτές είναι γνωστές ως ιδιοσυχνότητες (eigenfrequencies) ή φυσικές συχνότητες (natural frequencies) του σώματος. Όταν η δύναμη που διεγείρει μια εξαναγκασμένη ταλάντωση έχει συχνότητα που πλησιάζει μια ιδιοσυχνότητα του ταλαντούμενου σώματος τότε το πλάτος και η ενέργεια της ταλάντωσης αυξάνονται υπέρμετρα. Κάτι τέτοιο δεν είναι επιθυμητό να συμβεί σε πτερύγια στροβιλομηχανών, γιατί ελαττώνει σημαντικά την ωφέλιμη διάρκεια ζωής του υλικού τους, αφού δημιουργεί εναλλασσόμενη φόρτιση μεγάλου πλάτους. Μπορεί δε να οδηγήσει και στη θραύση των πτερυγίων σε πολύ γρήγορο χρονικό διάστημα. Θεωρητικά, η παρατεταμένη λειτουργία κάποιων συνιστωσών μιας στροβιλομηχανής κοντά στη φυσική της συχνότητα είναι επισφαλής μόνο αν υπάρξουν συνθήκες τέτοιες που θα επιτρέψουν την παροχή ενέργειας στο ταλαντούμενο στερεό σώμα. Η συνθήκη αυτή είναι δύσκολο να εξασφαλισθεί με μια απλή ανάλυση και για το λόγο αυτό οι σχεδιαστές των στροβιλομηχανών αποφεύγουν κάθε λειτουργία στροβιλομηχανής κοντά στις φυσικές συχνότητες των συνιστωσών τους.

Κατά τη μελέτη για τη σχεδίαση μιας μηχανής εξετάζεται το θέμα του κατά πόσο οι διεγέρσεις που συμβαίνουν σε κάποιες συχνότητες

(συνήθως πολλαπλάσια της συχνότητας περιστροφής άξονα) απέχουν από τις ιδιοσυχνότητες του πτερυγίου. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται το **διάγραμμα Campbell** για τα πτερύγια. Στο διάγραμμα αυτό παριστάνεται η συχνότητα συναρτήσει των στροφών της μηχανής. Τοποθετούνται τόσο οι συχνότητες στις οποίες μπορεί να συμβεί διέγερση, όσο και οι ιδιοσυχνότητες των πτερυγίων.

Οι ιδιοσυχνότητες των πτερυγίων είναι γραμμές σχεδόν παράλληλες με τον άξονα των στροφών (εξαρτώνται κυρίως από τη θερμοκρασία μέσω της επίδρασης της στο μέτρο ελαστικότητας και σε μικρό σχετικά βαθμό από την ύπαρξη φυγοκεντρικών δυνάμεων και συνεπώς την ταχύτητα). Ένα παράδειγμα διαγράμματος Campbell φαίνεται στο Σχήμα 11.4.2. Ο στόχος του σχεδιαστή είναι η ταχύτητα λειτουργίας να μην αντιστοιχεί σε σημείο τομής ευθείας που αντιστοιχεί σε πολλαπλάσιο της συχνότητας περιστροφής με τη γραμμή που αντιστοιχεί σε κάποια ιδιοσυχνότητα. Ένα τέτοιο διάγραμμα δίνει αμέσως αυτή την εικόνα, ενώ παράλληλα δίνει πληροφορίες για τις περιοχές λειτουργίας που πρέπει να αποφεύγονται. Το διάγραμμα Campbell είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για τις μηχανές που λειτουργούν σε μεταβλητές συνθήκες λειτουργίας (π.χ. αεροπορικοί κινητήρες).

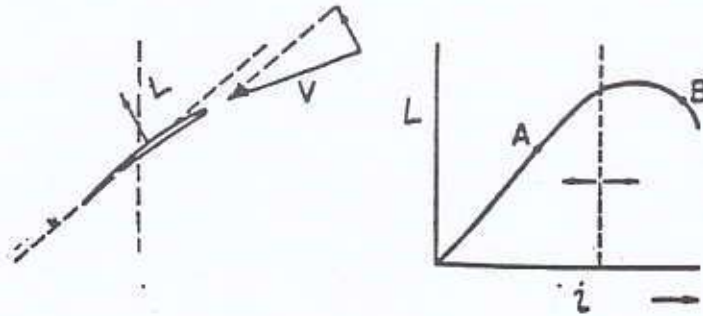
11.5. ΠΤΕΡΥΓΙΣΜΟΣ

Υπάρχει ένα άλλο φαινόμενο κατά το οποίο αναπτύσσονται έντονες ταλαντώσεις πτερυγίων, χωρίς να προκαλούνται από εξωτερική πηγή αλλά οφειλόμενες στην αεροελαστική σύζευξη πτερυγίου και του περιβάλλοντος αέρος και ονομάζονται **πτερυγισμός (flutter)**. Το φαινόμενο γίνεται κατανοητό με το παρακάτω παράδειγμα.

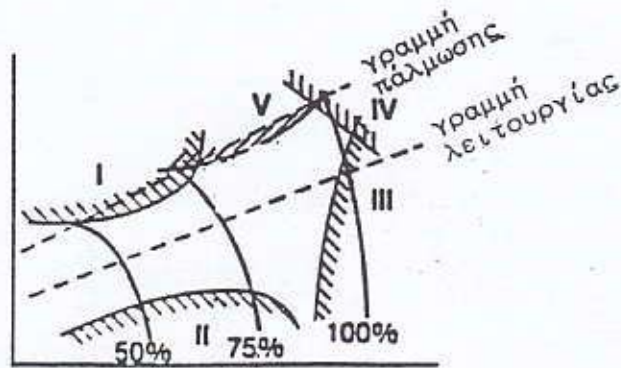
Ας υποθέσουμε ότι ένα πτερύγιο εκτελεί μια ταλάντωση καμπτικού τύπου. Τότε, θεωρώντας την αεροτομή που αντιστοιχεί σε κάποια ακτινική θέση του πτερυγίου, η γωνία πρόσπτωσης σ'αυτή μεταβάλλεται λόγω της σχετικής κίνησης που οφείλεται στην ταλάντωση του πτερυγίου, Σχήμα 11.5.1. Αν το πτερύγιο λειτουργεί στη μη-αποκολλημένη περιοχή, η δύναμη άνωσης ελαττώνεται και έτσι καθυστερεί ή δεν ενισχύει την παραπέρα μετακίνηση. Αν όμως η πτερύγωση λειτουργεί στην αποκολλημένη περιοχή, σημείο Β, τότε αυξάνεται η άνωση και συνεπώς ενισχύεται η ταλάντωση. Με ένα τέτοιο μηχανισμό μπορεί να δημιουργηθούν αυτοσυντηρούμενες ταλαντώσεις πτερυγίων που λειτουργούν στην αποκολλημένη περιοχή. Αυτός βέβαια είναι ένας δυνατός μηχανισμός πτερυγισμού, ενώ υπάρχουν και άλλοι που δεν θα εξετασθούν εδώ. Εδώ δεν πρόκειται όμως να προχωρήσουμε σε περισσότερες λεπτομέρειες, αλλά θα παρουσιάσουμε τις περιοχές του πεδίου χαρακτηριστικών ενός συμπίεστη. Στο Σχήμα 11.5.2 φαίνονται οι περιοχές στις οποίες

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ

εμφανίζεται πτερυγισμός και δίνεται ο χαρακτηρισμός που αντιστοιχεί σε κάθε περιοχή.



Σχήμα 11.5.1 Ταλάντωση πτερυγίου και δύναμη άνωσης.



Σχήμα 11.5.2 Περιοχές πτερυγισμού στο πεδίο χαρακτηριστικών συμπιεστή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. J. Horlock, "Axial Flow Compressors", Butterworths Scientific Publications, London, 1958.
2. J. Horlock, "Axial Flow Turbines", Butterworths, London, 1966.
3. S.L. Dixon, "Fluid Mechanics. Thermodynamics of Turbomachinery", Pergamon Press, 1975, ISBN 0-08-018071-X.
4. D.G. Wilson, "The Design of High Efficiency Turbomachinery and Gas Turbines", MIT Press, 1984, ISBN 0-262-23114-X.
5. M.H. Vavra, "Aero-Thermodynamics and Flow in Turbomachines", Rober E. Krieger Publishing Company, New York, 1974, ISBN 0-088275-189-1.
6. R. Harman, "Gas Turbine Engineering", The Macmillan Press, 1981, ISBN 0-333-24680-2.
7. H. Cohen, G.F.C. Rogers, H.I. Saravanamuttoo, "Gas Turbine Theory", Longman Scientific and Technical, 3rd ed. 1987, ISBN 0-582-30539-X.
8. N. Cumpsty, "Compressor Aerodynamics", Longman Scientific and Technical, 1989, ISBN 0-582-01364-X.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

11. W. Traupel, "Thermische Turbomachinen", Springer-Verlag
Band I, 1988, ISBN 0-387-07939-4
Band II, 1982, ISBN 0-387-10594-8.
12. W. Whitfield, N. Baines, "Design of Radial Turbomachines",
Longman Scientific and Technical, 1990, ISBN 0-470-21667-0.
13. B. Boyce, "Gas Turbine Engineering Handbook", Gulf Publishing
Company, 1987, ISBN 0-87201-878-4.
14. W.J. Kearton, "Steam Turbine Theory and Practice", 7th Edition,
1958.
15. J.L. Kerrebrock, "Aircraft Engines and Gas Turbines", The MIT
Press, 8th printing 1989, ISBN 0-262-11064-4.
16. G.C. Oates, "Aerothermodynamics of Aircraft Engine Components",
AIAA Education Series, 1985, ISBN 0-915928-97-3.
17. W.L. Hankey, "Re-Entry Aerodynamics", AIAA Education Series,
1988, ISBN 0-930403-33-9.
18. G.L. Oates, "Aerothermodynamics of Gas Turbine and Rocket
Propulsion. Revised and Enlarged", AIAA Education Series, 1988,
ISBN 0-830403-34-7.
19. G.L. Oates, "Aircraft Propulsion Systems Technology and Design",
AIAA Education Series, 1989, ISBN 0-930403-24-X.
20. J.D. Mattingly, W.H. Heiser, D.H. Daley, "Aircraft Engine Design",
1987, ISBN 0-930403-23-1.
21. D. Japikse, N.C. Baines, "Introduction to Turbomachinery", Concepts
ETI, Inc and Oxford University Press, 1994, ISBN 0-933283-06-7.
22. "The jet Engine", Rolls-Royce plc., 1986, ISBN 0-902121-04-9.
23. A.J. Glassman, "Turbine Design and Application", NASA Lewis
Research Center, NASA SP-290, 1972.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

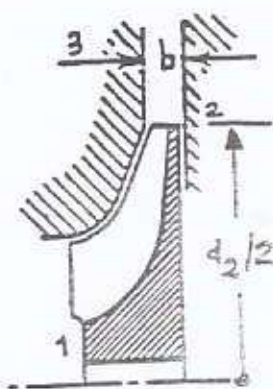
1. Συνθέτουμε έναν πολυβάθμιο αζονικό συμπιεστή με βαθμίδες πολυτροπικού βαθμού απόδοσης 0,88 επιθυμώντας αυτός να δίνει (συνολικό) λόγο πίεσης ίσο με 4 με την ίδια αύξηση ολικής θερμοκρασίας ανά βαθμίδα. Η τελευταία δεν πρέπει να ξεπερνά τους 25 K. Το εργαζόμενο μέσο θα είναι αέρας, που θεωρείται ως τέλειο αέριο και η θερμοκρασία εισόδου θα είναι 288 K. Υπολογίστε τον ελάχιστο αριθμό βαθμίδων που θα απαιτηθούν καθώς και το λόγο πίεσης της πρώτης και της τελευταίας βαθμίδας του πολυβάθμιου αζονικού συμπιεστή.

Απάντηση: Επτά βαθμίδες, $\pi_{C, βαθμίδα 1} = 1,27$ και $\pi_{C, βαθμίδα 7} = 1,178$

2. Ακτινικός συμπιεστής αποτελείται από πτερωτή (με 17 πτερώγια τα οποία έχουν ακτινική διεύθυνση στην έξοδό τους, εκεί όπου η διάμετρος της πτερωτής είναι $d_2 = 16,5$ cm) και διαχύτη χωρίς πτερώγια (με πλάτος στην αζονική κατεύθυνση ίσο με $b = 1$ cm). Σε συνθήκες περιβάλλοντος 0,99 bar και 288 K, η πτερωτή διακινεί 0,60 kg/s αέρα, στρεφόμενη με 766 στροφές/sec και ο συμπιεστής δίνει λόγο πίεσης 3. Υπολογίστε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης του συμπιεστή και το ποσοστό των απωλειών της πτερωτής σε σχέση με τις ολικές απώλειες του συμπιεστή. Οι απώλειες να εκφραστούν ως μεταβολές εντροπίας. Δώστε το θερμοδυναμικό

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

διάγραμμα της βαθμίδας. Η είσοδος της ροής θεωρείται αξονική και η στατική πίεση στην έξοδο της πτερωτής είναι 1,92 bar.



Απάντηση: $\eta_{is,C}=0,766$, $\Delta S(\text{πτερωτής})/\Delta S(\text{βαθμίδας})=0,55$

3. Σε αεριοστρόβιλο απλής ατράκτου και για συγκεκριμένες στροφές λειτουργίας μετράμε και πιστοποιούμε από τις διαθέσιμες χαρακτηριστικές τα εξής στοιχεία:

(α) για το συμπιεστή (μεταβολή 1→2):

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = 4,7 \quad , \quad \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}} = 33,8 \quad , \quad \eta_C = 0,79$$

(β) για το στρόβιλο (μεταβολή 3→4):

$$\frac{P_{04}}{P_{03}} = 4,5 \quad , \quad \frac{\dot{m}\sqrt{T_{03}}}{P_{03}} = 14,2 \quad , \quad \eta_T = 0,85$$

όπου η_C και η_T είναι οι ισεντροπικοί βαθμοί απόδοσης του συμπιεστή και του στρόβιλου αντίστοιχα, ενώ οι εμπλεκόμενες ποσότητες P_0 , \dot{m} , T_0 μετράται σε bar, kg/s και K, αντίστοιχα.

Αμελούμε κάθε απώλεια ολικής πίεσης στους αγωγούς εισόδου και εξόδου. Ο θάλαμος καύσης έχει απώλεια ολικής πίεσης 3% και ο μηχανικός βαθμός απόδοσης άξονα και παρελκομένων είναι $\eta_M = 0,98$. Δεχόμαστε ότι η ροή

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

μάζας μέσα στο συμπιεστή και το στρόβιλο είναι ίδιες, ενώ ο εκθέτης ισεντροπικής μεταβολής για όλα τα εργαζόμενα μέσα είναι $\gamma = 1,4$. Για τον αέρα είναι $C_{p,a} = 1004,5 \text{ J/kg K}$ και για το καυσάεριο $C_{p,x} = 1160 \text{ J/kg K}$. Αν ο αεριοστρόβιλος λειτουργεί στις στροφές αυτές, σε περιβάλλον 1 bar και 288 K, υπολογίστε την ολική θερμοκρασία στην είσοδο και την έξοδο του στρόβιλου και την ισχύ που δίνει ο αεριοστρόβιλος.

Απάντηση: $T_{13}=1057 \text{ K}$, $T_{14}=743,2 \text{ K}$, $P=311 \text{ kW}$

4. Μελετάται βαθμίδα αξονικού στρόβιλου που σχεδιάστηκε για σταθερή αξονική ταχύτητα και από την οποία η ροή εξέρχεται αξονικά. Αποδείξτε ότι για μια τέτοια βαθμίδα η σχέση των συντελεστών φόρτισης Ψ και αντίδρασης r είναι γραμμική. Σχεδιάστε το διάγραμμα $\Psi=\Psi(r)$ και με τη βοήθειά του σχολιάστε γνωστές περιπτώσεις (λ.χ. τις περιπτώσεις $r=0$, $r=0,5$ ή $r=1$).

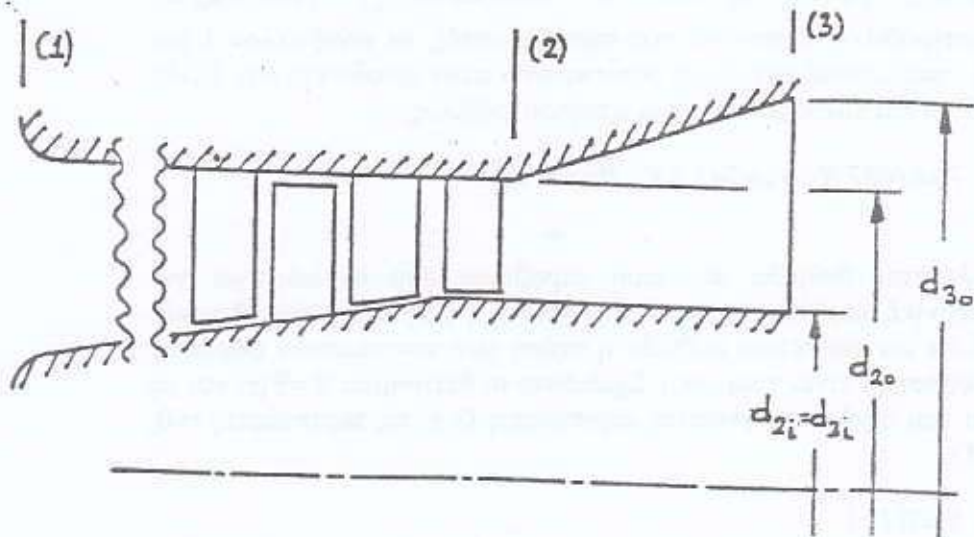
Απάντηση: $\Psi=2(1-r)$

5. Εστω ο αξονικός συμπιεστής του σχήματος που αναρροφά αέρα από το περιβάλλον και φέρει διαχύτη στην έξοδο. Ο συμπιεστής αποτελείται από δυο ακίνητες πτερυγώσεις που ακολουθούν την περιστρεφόμενη πτερυγωση, ώστε να εξασφαλίζεται αξονική κατεύθυνση της ροής στην έξοδο της τελευταίας από αυτές. Γνωρίζουμε τα παρακάτω γεωμετρικά στοιχεία: εσωτερική διάμετρος στις θέσεις 2 και 3 ίση με $d_{2i}=d_{3i}=0,4854 \text{ m}$, εξωτερική διάμετρος στη θέση 2 ίση με $d_{2o}=0,5393$ και κλίση των τοιχωμάτων του διαχύτη

$$\frac{2L}{d_{3o} - d_{3i}} = 5$$

όπου L το μήκος του διαχύτη.

Η ταχύτητα στην είσοδο του διαχύτη είναι 200 m/s και στην ίδια διατομή επικρατούν ολικές συνθήκες $p_{12} = 5 \text{ bar}$ και $T_{12} = 450 \text{ K}$. Θεωρείστε το εργαζόμενο μέσο τέλει αέριο και υπολογίστε τις υπόλοιπες διαστάσεις του κωνικού δακτυλιοειδούς διαχύτη, την παροχή του, τους βαθμούς απόδοσης και τα στοιχεία ροής στην έξοδό του, έτσι ώστε ο θεωρητικός συντελεστής ανάκτησης πίεσης να είναι $C_{pr,th} = 0,55$. Δίνεται ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης του διαχύτη ίσος με 0,10.



Απάντηση: $d_{30}=0,56m$, $L=0,188m$, $\eta_{s-s,D}=0,823$, $\eta_{s-l,D}=0,547$, $V_3=134,2$
 m/s , $\rho_3=3,627 kg/m^3$

6. Σε βαθμίδα αξονικού στροβίλου, μηδενικού βαθμού αντίδρασης, έχουν μετρηθεί τα παρακάτω στοιχεία:

Ολική πίεση εισόδου σταθερής πτερύγωσης :	414 kPa
Ολική πίεση εξόδου σταθερής πτερύγωσης :	400 kPa
Στατική πίεση εξόδου σταθερής πτερύγωσης :	207 kPa
Στατική πίεση εξόδου κινητής πτερύγωσης :	200 kPa

Η ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων στη μέση γραμμή είναι σταθερή και ίση με 291 m/s και η ολική θερμοκρασία εισόδου στη βαθμίδα είναι 1.100 K. Η γωνία εξόδου από τα σταθερά πτερύγια είναι 70° και η βαθμίδα είναι σχεδιασμένη για σταθερή αξονική ταχύτητα. Θεωρώντας ότι οι ταχύτητες εισόδου και εξόδου από τη βαθμίδα είναι διανυσματικά ίδιες, υπολογίστε το βαθμό απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες της βαθμίδας και τα στοιχεία των τριγώνων ταχυτήτων στην είσοδο και την έξοδο της κινητής πτερύγωσης.

Το εργαζόμενο μέσο θεωρείται τέλειο αέριο με $C_p=1.148 m^2/s^2K$, $\gamma=1,333$.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

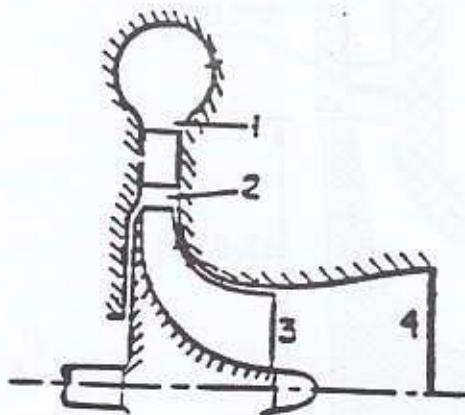
Απάντηση: $\eta_{1-1,T}=0,907$, $V_2=619,1 \text{ m/sec}$, $\beta_2=53,9^\circ$, $V_3=211,8 \text{ m/sec}$

7. Μελετάται η βαθμίδα ακτινικού στροβίλου του παρακάτω σχήματος. Η βαθμίδα τροφοδοτείται με καυσαέριο ολικής πίεσης 4 bar και ολικής θερμοκρασίας 870°C ενώ εκβάλλει στην ατμόσφαιρα μέσω διαχύτη, με ταχύτητα εξόδου αξονική, που είναι πολύ μικρού μεγέθους. Με αυτές τις συνθήκες λειτουργίας ο βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες ολόκληρης της βαθμίδας (θέση 1 ως 4) είναι $\eta_{1-1,T}=0,90$.

(α) Υπολογίστε την ταχύτητα περιστροφής του στροβίλου.

(β) Αν είναι γνωστό ότι ο αριθμός Mach στην έξοδο των σταθερών περυγίων είναι ίσος με τη μονάδα και ότι η σχετική ταχύτητα εισόδου στην περωτή είναι ακτινική, υπολογίστε τα στοιχεία του τριγώνου ταχυτήτων στην έξοδο των σταθερών περυγίων (θέση 2).

Δίνονται ότι $\gamma=1,33$, $R=287 \text{ J/kgK}$ και ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{at}=1 \text{ bar}$.



Απάντηση: $U_2=588 \text{ m/sec}$, $V_2=612 \text{ m/sec}$, $\alpha_2=73,9^\circ$

8. Η περωτή ενός ακτινικού συμπιεστή έχει 21 περυγία κατασκευασμένα έτσι ώστε να έχουν ακτινική διεύθυνση στην έξοδό τους. Στην είσοδο του συμπιεστή η ροή εισέρχεται αξονικά.

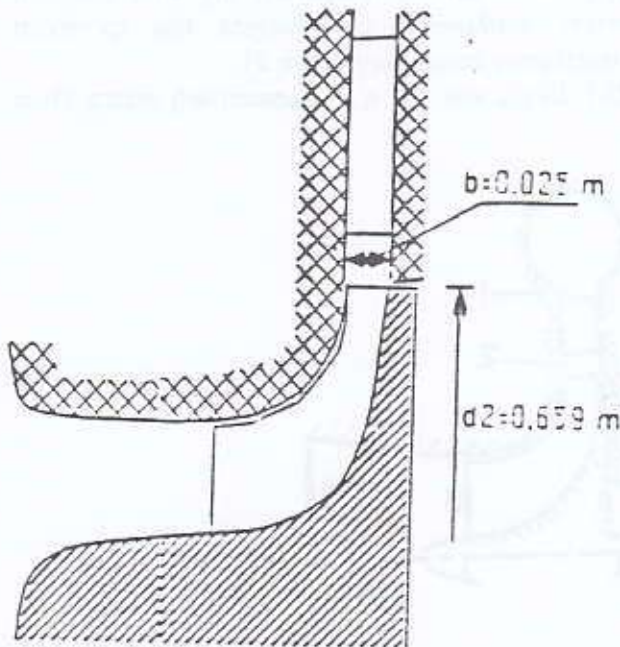
(α) Για συνθήκες εισόδου 1 bar, 27°C , παροχή $2,3 \text{ kg/sec}$ και περιφερειακή ταχύτητα περωτής στην έξοδο 500 m/sec , να υπολογίσετε την απαιτούμενη ισχύ για να κινηθεί ο συμπιεστής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(β) Για ταχύτητα εξόδου $V_3=100$ m/sec στην έξοδο του διαχύτη που ακολουθεί την περωτή, να υπολογιστεί η ολική και στατική πίεση στη θέση αυτή, αν ο βαθμός απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες του συμπιεστή είναι $\eta_{i,c}=0,82$.

Απάντηση: $P=520,7$ kW , $p_{i3}=5,366$ bar , $p_3=5,19$ bar

9. Ακτινικός συμπιεστής αποτελείται από περωτή με 24 περύγια ακολουθούμενη από διαχύτη με σταθερά περύγια, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Η περωτή στρέφεται με 12000 RPM, αναρροφά από την ατμόσφαιρα αέρα παροχής 8 kg/sec και δίνει πίεση στην έξοδο του συμπιεστή 3,8 bar, όταν οι συνθήκες περιβάλλοντος είναι 1 bar και 288 K. Τα περύγια της περωτής έχουν ακτινική διεύθυνση στην έξοδό τους.

Πόσος είναι ο βαθμός απόδοσης $\eta_{i,c}$ του συμπιεστή και ποια ισχύ απορροφά στις συνθήκες λειτουργίας που εξετάζουμε. Ποια είναι η ολική πίεση και η ταχύτητα (διεύθυνση, μέτρο) στην έξοδο της περωτής αν

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

θεωρηθεί ότι η αύξηση εντροπίας κατά μήκος του συμπιεστή ισοκατανέμεται μεταξύ πτερωτής και σταθερών πτερυγίων.

Σχεδιάστε το θερμοδυναμικό διάγραμμα της βαθμίδας.

Δίνονται για τον αέρα τα $\gamma=1,4$ και $R=287 \text{ J/kgK}$.

Απάντηση (α) $\eta_{i,c}=0,852$, $P=1263 \text{ kW}$, (β) $p_2=4,18 \text{ bar}$, $a_2=78,1^\circ$,
 $V_2=389,3 \text{ m/sec}$

10. Μια επαναληπτική βαθμίδα αξονικού συμπιεστή έχει τις ακόλουθες τιμές αδιάστατων παραμέτρων στο σημείο σχεδίασης: $r^*=0,6$, $\Phi=0,5$, $\Psi=0,35$. Θεωρώντας ότι οι γωνίες εξόδου σχετικά με τις πτερυγώσεις παραμένουν αμετάβλητες για μικρές μεταβολές της παροχής, υπολογίστε τις νέες τιμές των r^* και Ψ για ελάττωση της παροχής κατά 10% σχετικά με την τιμή του σημείου σχεδίασης, με σταθερή ταχύτητα περιστροφής. Να προσδιοριστούν οι γωνίες εισόδου και εξόδου της ροής στην κινητή και την ακίνητη πτερυγώσει για το αρχικό σημείο λειτουργίας και να σχεδιαστεί πώς μεταβάλλονται τα τρίγωνα ταχυτήτων με την ελάττωση του Φ . Πώς μεταβάλλεται η σχετική φόρτιση των δύο πτερυγώσεων όταν ελαττώνεται το Φ : Η βαθμίδα έχει σχεδιαστεί για σταθερή αξονική ταχύτητα διά μέσου της.

Απάντηση: $\Psi=0,415$, $r^*=0,59$

11. Σε κάποια ενδιάμεση θέση κατά μήκος μιας γραμμής μεταφοράς αερακού αερίου παρεμβάλλεται συμπιεστής. Ποιά είναι η πιο πιθανή μορφή σταθερής λειτουργίας (πάλμωση ή περιστροφική αποκόλληση) στην οποία υπάρχει πιθανότητα να υποπέσει και γιατί.

12. Ένας συμπιεστής αναρροφά αέρα από την ατμόσφαιρα (με γνωστές συνθήκες ολικής θερμοκρασίας και πίεσης) και τροφοδοτεί το αεροφυλάκιο που φαίνεται στο σχήμα. Το αεροφυλάκιο δίνει σταθερή παροχή αέρα από τη θέση C υπό πίεση p_2 . Αν είναι γνωστό ότι η χαρακτηριστική του συμπιεστή εκφράζεται από τη σχέση

$$\frac{p_2}{p_1} = \alpha \dot{m}^2 + \beta \dot{m} + \gamma$$

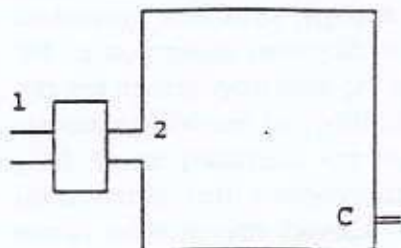
όπου α, β, γ γνωστές σταθερές, να υπολογισθεί η παροχή μάζας \dot{m} που πρέπει να δίνει ο συμπιεστής στο αεροφυλάκιο ώστε η p_2 να παραμένει

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

σταθερή και ίση με μια επιθυμητή τιμή. Δίνεται ότι ο αγωγός που τροφοδοτεί το συμπιεστή έχει σταθερή διατομή A και η ροή σ' αυτόν είναι χωρίς απώλειες. Στην έξοδο στο αεροφυλάκιο, η ροή έχει μορφή παράλληλης δέσμης.

(α) Ο παραπάνω υπολογισμός να γίνει χρησιμοποιώντας σχέσεις ασυμπίεστης ροής για την ολική πίεση λόγω του μικρού λόγου πίεσης (παραδοχή). Ο υπολογισμός μπορεί να χρησιμοποιήσει την απλοποιητική παραδοχή ότι η στατική πυκνότητα ισούται με την ολική πυκνότητα στην είσοδο του συμπιεστή.

(β) Στη συνέχεια, να εξετασθεί το ίδιο πρόβλημα για συμπιεστό ρευστό, να αποδειχθεί ότι τα δεδομένα δεν επαρκούν για την επίλυσή του και να διευκρινισθούν ποια είναι τα επιπλέον δεδομένα που απαιτούνται.



13. Πρόκειται να επιλεγεί βαθμίδα αξονικού στροβίλου, έστω επαναληπτική, για την πραγματοποίηση δεδομένης ενθαλπικής πτώσης, με τον επιπλέον περιορισμό του να έχουμε αξονική απόλυτη ταχύτητα στην έξοδο της βαθμίδας. Υπάρχει η δυνατότητα να επιλεγεί είτε μια βαθμίδα δράσης, είτε μια βαθμίδα με βαθμό αντίδρασης 50%. Να επιλεγεί μία από τις δύο και να δικαιολογηθεί η επιλογή αυτή. Για την επιλογή να χρησιμοποιηθούν οι αρχές μονοδιάστατου υπολογισμού σε σταθερή ακτίνα κατά μήκος του στροβίλου υποθέτοντας σταθερή αξονική συνιστώσα της ταχύτητας σε όλη τη βαθμίδα.

Απάντηση: Βαθμίδα δράσης ($r=0$)

14. Ένας αξονικός συμπιεστής δίνει λόγο πίεσης 6,3 και αποτελείται από 16 βαθμίδες. Οι πρώτες 6 βαθμίδες έχουν βαθμό απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες ίσο με 90% και οι επόμενες 10 ίσο με 89%. Θεωρώντας ότι όλες οι βαθμίδες προσδίδουν το ίδιο έργο ανά μονάδα μάζας του διερχομένου ρευστού, προσδιορίστε τη συνολική απόδοση ολικών προς ολικές συνθήκες του πολυβάθμιου συμπιεστή, για θερμοκρασία εισόδου 288 K. Θεωρείστε ότι κάθε βαθμίδα πραγματοποιεί

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

λόγο πίεσης λίγο μεγαλύτερο από τη μονάδα και χρησιμοποιείστε κάθε παραδοχή που αυτό συνεπάγεται. Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας που θεωρείται τέλειο αέριο.

Απάντηση: $\eta_{i-s,c} = 0,865$

15. Θεωρούμε τυπική βαθμίδα αξονικού στροβίλου σχεδιασμένη για σταθερή αξονική ταχύτητα διά μέσου της. Θέλουμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά του βαθμού απόδοσης ολικών προς στατικές συνθήκες της βαθμίδας, για διάφορες τιμές του συντελεστή παροχής Φ , του συντελεστή φόρτισης Ψ και του βαθμού αντίδρασης r . Στην φάση αυτή της μελέτης η ροή μέσω της βαθμίδας θεωρείται ισεντροπική. Για μονοδιάστατη ανάλυση σε σταθερή ακτίνα R , ζητείται να γίνουν οι ακόλουθοι υπολογισμοί:

(α) Να εκφρασθεί ο βαθμός απόδοσης ολικών προς στατικές συνθήκες της βαθμίδας ως συνάρτηση αρχικά των σχετικών και απόλυτων ταχυτήτων κατά μήκος της βαθμίδας και στη συνέχεια μόνο των σχετικών και ολικών γωνιών της ροής.

(β) Να εκφρασθεί ο ίδιος βαθμός απόδοσης συναρτήσει των παραμέτρων Φ, Ψ, r της βαθμίδας.

(γ) Αν θεωρηθούν τα Φ, Ψ δεδομένα, να υπολογισθεί ο βαθμός αντίδρασης r_{opt} για τον οποίο έχουμε το μέγιστο βαθμό απόδοσης ολικών προς στατικές συνθήκες και να βρεθεί η αντίστοιχη τιμή του βαθμού απόδοσης. Σχολιάστε το αποτέλεσμα.

Απάντηση: (α)
$$\eta_{i-s,c} = \frac{W_3^2 - W_2^2 - V_2^2 - V_3^2}{W_3^2 - W_2^2 + V_2^2} \quad (\beta)$$

$$\eta_{i-s,c} = \frac{8\Psi}{8r\Psi + (\Psi + 2 - 2r)^2 + 4\Phi^2}, \quad (\gamma) \quad \eta_{i-s,c} = \frac{2\Psi}{2\Psi + \Phi^2}$$

16. Σχεδιάζεται διβάθμιος ακτινικός συμπιεστής που θέλουμε να αποτελείται από δύο ταυτόσημες βαθμίδες και να δίνει συνολικό λόγο πίεσης 6 με βαθμό απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες 0,82. Η είσοδος της ροής σε κάθε βαθμίδα θα είναι αξονική ενώ τα πτερύγια των στρεφομένων πτερωτών πρόκειται να κατασκευαστούν με ακτινική κατεύθυνση στην έξοδό τους.

Υπολογίστε τη διάμετρο εξόδου επιλέγοντας ένα λογικό αριθμό πτερυγίων, ίδιο για τις δύο πτερωτές, ώστε να έχουμε τον παραπάνω λόγο πίεσης με

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

ταχύτητα περιστροφής 20.000 RPM. Ποιός είναι ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης και ο λόγος πίεσης κάθε βαθμίδας χωριστά;

Η μελέτη γίνεται για εργαζόμενο μέσο αέρα με $R=287 \text{ J/kgK}$, $C_p=1004,5 \text{ J/kgK}$ και συνθήκες εισόδου του συμπιεστή τις συνθήκες αναφοράς.

Απάντηση: Για 21 πτερύγια, $D_T=0,345 \text{ m}$, $\eta_{i-1, \text{βαθμ.1}}=0,837$, $\eta_{i-1, \text{βαθμ.2}}=0,8385$, $\pi_{C, \text{βαθμ.1}}=2,794$, $\pi_{C, \text{βαθμ.2}}=2,14$

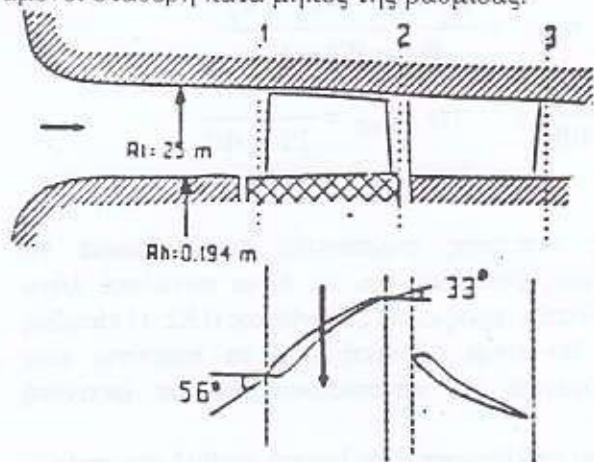
17. Βαθμίδα αξονικού συμπιεστή, όπως αυτή του παρακάτω σχήματος, αναρροφά αέρα από το περιβάλλον, συνθηκών $p_{at}=1 \text{ bar}$, $T_{at}=288 \text{ K}$, και περιστρέφεται με ταχύτητα 9000 RPM, ζητείται:

(α) Να σχεδιασθεί το τρίγωνο ταχυτήτων στην είσοδο των στρεφομένων πτερυγίων και να υπολογισθούν τα στοιχεία του. Πόση παροχή αέρα αναρροφά ο συμπιεστής;

(β) Ποιά είναι η ολική πίεση στην έξοδο των στρεφομένων πτερυγίων;

(γ) Ποιός είναι ο βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες της κινητής πτερύγωσης;

Για τους υπολογισμούς γίνεται η παραδοχή ότι η ροή ακολουθεί τις γεωμετρικές γωνίες των πτερυγίων. Η μεταβολή πυκνότητας από την είσοδο στην έξοδο των κινητών πτερυγίων θεωρείται μικρή ενώ η αξονική ταχύτητα παραμένει σταθερή κατά μήκος της βαθμίδας. Ο συντελεστής απωλειών των κινητών πτερυγίων είναι $\bar{\omega}_1=0,04$. Ο αέρας θεωρείται τέλειο αέριο με $C_p=1004,5 \text{ J/kgK}$, $R=287 \text{ J/kgK}$, και οι απώλειες στον αγωγό εισόδου είναι αμελητέες. Οι υπολογισμοί γίνονται στη μέση αριθμητική ακτίνα, που παραμένει σταθερή κατά μήκος της βαθμίδας.



Απάντηση: (α) $\dot{m} = 12,22 \text{ kg/sec}$, (β) $p_{i2} = 1,293 \text{ bar}$, (γ) $\eta_{i-1, \text{rotor}} = 0,898$

18. Εφαρμόζονται οι αρχές μονοδιάστατης ανάλυσης σε μια επαναληπτική βαθμίδα αξονικού στροβίλου, σε σταθερή ακτίνα και με σταθερή αξονική ταχύτητα διαμέσου της. Τα πτερύγια είναι έτσι σχεδιασμένα ώστε, σε κάθε σημείο λειτουργίας, να "οδηγούν" τη ροή στην έξοδό τους.

(α) Τι βαθμό αντίδρασης πρέπει να έχει η βαθμίδα ώστε αυτός να μην αλλάζει στα διάφορα σημεία λειτουργίας;

(β) Δώστε δύο προσεκτικά σχεδιασμένα διαγράμματα T-S για βαθμίδα δράσης στροβίλου, σύμφωνα με τους ορισμούς συμπίεστης και ασυμπίεστης ροής και σχολιάστε τις διαφορές.

(γ) Δώστε ένα πλήρες και προσεκτικά σχεδιασμένο διάγραμμα T-S για βαθμίδα στροβίλου βαθμού αντίδρασης 50%.

(δ) Αν πρόκειται για βαθμίδα με αξονική ροή στην έξοδο, δείξτε ότι για να έχουμε $\Psi > 2$ πρέπει να προκαλέσουμε επιβράδυνση της σχετικής ταχύτητας στο ρότορα.

(ε) Σχεδιάστε τρεις καμπύλες $(\tan\alpha_2 - \tan\beta_3) = \text{σταθ.}$ (για τρεις "λογικές" τιμές που μόνοι σας θα διαλέξετε) σε διάγραμμα $\Psi = \Psi(\Phi)$ για βαθμίδα στροβίλου. Εξηγήστε το σχήμα που κάνετε.

Απάντηση: (α) $r = 0,50$

19. Ο συμπίεστης αεριοστροβίλου ελικοπτέρου αποτελείται από τα τμήματα χαμηλής πίεσης (ΧΠ, τετραβάθμιος αξονικός συμπίεστης, στροφές N_1 RPM) και υψηλής πίεσης (ΥΠ, μονοβάθμιος ακτινικός συμπίεστης, στροφές N_2 RPM), τροφοδοτείται με αέρα (τέλειο αέριο, $\gamma = 1,4$, $C_p = 1004,5 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$) 1 bar και 290 K και δίνει λόγο πίεσης 10.

Ο αξονικός συμπίεστης ΧΠ έχει πολυτροπικό βαθμό απόδοσης 0,90 και επαναληπτικές βαθμίδες που κάθε μία τους πραγματοποιεί αύξηση ολικής θερμοκρασίας 30° . Στην είσοδο του συμπίεστη υπάρχουν οδηγά πτερύγια που στρίβουν τη ροή χωρίς απώλειες. Για κάθε βαθμίδα γνωρίζουμε την

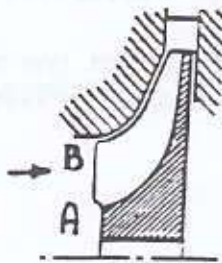
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

απόλυτη γωνία εξόδου από τη βαθμίδα που είναι 18° και το βαθμό αντίδρασης που είναι 50%. Αναλύουμε μονοδιάστατα το συμπιεστή ΧΠ στη σταθερή μέση ακτίνα των 12cm, για σταθερή αξονική ταχύτητα 160m/s διαμέσου του. Υπολογίστε τα ολικά μεγέθη της ροής στην έξοδο κάθε βαθμίδας του τμήματος ΧΠ και τις στροφές N_1 του άξονά του. Σχεδιάστε τα τρίγωνα ταχύτητων σε μια από τις βαθμίδες ΧΠ και υπολογίστε τους συντελεστές φόρτισης και παροχής.

Ο ακτινικός συμπιεστής ΥΠ έχει πολυτροπικό βαθμό απόδοσης 0,84, παράγοντα ολίσθησης 0,91, ενώ η ακτίνα στην έξοδο της πτερωτής είναι ίση με 15cm. Εκεί τα πτερύγια έχουν καθαρά ακτινική μορφή. Η ροή στην είσοδο του ακτινικού συμπιεστή είναι αξονική λόγω της παρεμβολής κατάλληλων οδηγών πτερυγίων, χωρίς απώλειες. Υπολογίστε την ολική θερμοκρασία στην έξοδο του συμπιεστή και τις στροφές N_2 του άξονά του.

Απάντηση: $T_4(\text{έξοδος ΥΠ})=619,1 \text{ K}$, $N_1=18557 \text{ RPM}$, $N_2=30586 \text{ RPM}$

20. Μελετάμε ένα τυπικό ακτινικό συμπιεστή, όπως στο Σχήμα. Στην είσοδο του AB, συμβολίζουμε με R_H και R_T τις ακτίνες στο πόδι (θέση A, hub) και στην κεφαλή (θέση B, tip), αντίστοιχα. Σε όλη τη διατομή AB η αξονική ταχύτητα είναι σταθερή. Η ροή εισέρχεται αξονικά και το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο.



Εκφράστε την παροχή όγκου Q συναρτήσει των R_H, R_T του μέτρου της σχετικής ταχύτητας στη θέση B και της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής ω . Για σταθερά R_H και ω :

(α) Εξηγήστε, με βάση τη σχέση αυτή, την επίδραση που έχει μια μικρή ή μεγάλη τιμή της ακτίνας R_T στην αξονική ταχύτητα της διατομής AB αλλά και στην περιφερειακή ταχύτητα της κεφαλής B, όταν θέλουμε να έχουμε σταθερή παροχή Q .

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(β) Αν, κατά τις μεταβολές της ακτίνας R_T , το μέτρο της σχετικής ταχύτητας στο Β διατηρείται σταθερό, δώστε την έκφραση της αξονικής ταχύτητας της διατομής ΑΒ που αντιστοιχεί στη μέγιστη παροχή όγκου Q .

(γ) Για τις τιμές του λόγου $R_H/R_T=0,3, 0,4, 0,5, 0,6$ και για τις προϋποθέσεις του ερωτ. (β), πινακοποιείστε τις τιμές του Φ και της σχετικής γωνίας β_T της ροής στη θέση Β.

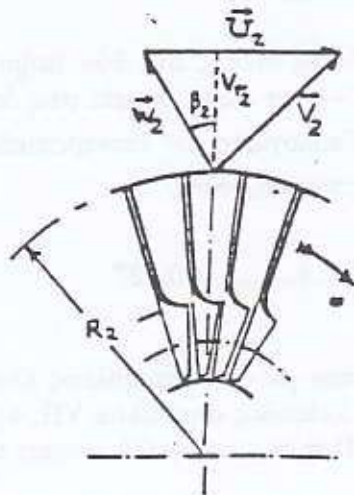
Απάντηση: (β) $V_a = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \sqrt{R_T^2 - R_H^2}$

21. Φυγοκεντρικός συμπιεστής κινείται από ηλεκτρικό κινητήρα ισχύος 580 kW, με μηχανικό βαθμό απόδοσης 0,95. Με ταχύτητα περιστροφής της πτερωτής 20.000 RPM η σχετική γωνία εξόδου της ροής από την πτερωτή είναι -26.5° από την ακτινική κατεύθυνση και η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας 122 m/sec.

(α) Αν η διάμετρος εξόδου της πτερωτής είναι 0,48 m, ποια είναι η παροχή που αναρροφά ο συμπιεστής;

(β) Αν ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές είναι $\eta_{1-2,C} = 0,82$ υπολογίστε το λόγο πίεσης και το πλάτος του αγωγού εξόδου.

(γ) Θεωρούμε ότι οι ταχύτητες κατανέμονται ομοιόμορφα κατά πλάτος στους αγωγούς εισόδου και εξόδου. Ο συμπιεστής αναρροφά αέρα από την ατμόσφαιρα, όπου επικρατούν συνθήκες 1 bar και 15°C , που θεωρείται τέλειο αέριο με $C_p=1004,5 \text{ J/kgK}$, $R=287 \text{ J/kgK}$ και η ροή στην είσοδο είναι αξονική.



Απάντηση: $\dot{m} = 2,48 \text{ kg/sec}$, $\pi_c = 5,52$, $b_2 = 0,006 \text{ m}$

22. Σε επαναληπτική βαθμίδα αξονικού στροβίλου, σταθερής ακτίνας μονοδιάστατου υπολογισμού και σταθερής αξονικής ταχύτητας, αποδείξτε ότι όταν ο βαθμός αντίδρασης είναι 100% τότε οι περιφερειακές συνιστώσες της απόλυτης ταχύτητας πριν και μετά την περιστρεφόμενη περύγωση είναι ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς. Σχεδιάστε τα τρίγωνα ταχύτητας πριν και μετά την περιστρεφόμενη περύγωση και ένα σκαρίφημα πτερυγίου της (ενδεχόμενα χωρίς πάχος).

23. Ακτινικός συμπιεστής με πτερωτή 21 πτερυγίων ακτινικής μορφής στην έξοδό τους και διαχύτη με περύγια λειτουργεί σε συνθήκες αναφοράς, με 10.000 RPM, δίνοντας λόγο πίεσης 4,1 και βαθμό απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες 0,85. Η ροή εισέρχεται αξονικά.

(α) Υπολογίστε την ακτίνα στην έξοδο της πτερωτής (θέση 2).

(β) Αν η ισχύς του συμπιεστή είναι 1 MW, υπολογίστε την παροχή αέρα που διακινεί.

(γ) Αν η θέση 3 συμβολίζει την έξοδο του διαχύτη, και p_3^* είναι η ολική πίεση που αντιστοιχεί στην πραγματική ολική θερμοκρασία εξόδου του συμπιεστή για μια υποθετική συμπίεση χωρίς απώλειες (σε ολόκληρο το συμπιεστή) δίνεται ότι

$$p_1^* - p_{12} = p_{12} - p_{13}$$

(1)

(πρόκειται για συσχέτιση απωλειών ολικής πίεσης στα δύο τμήματα του συμπιεστή). Σχεδιάστε σε διάγραμμα T-S τα ολικά σημεία στις διάφορες θέσεις και τις ισόθλιπτες p_1^* , p_{12} , p_{13} . Υπολογίστε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες της πτερωτής.

Απάντηση: $R_2 = 0,412 \text{ m}$, $\dot{m} = 5,92 \text{ kg/sec}$, $\eta_{1-1, \text{πτερωτή}} = 0,927$

24. Σε αεριοστρόβιλο απλής ατράκτου με δύο στροβίλους (1:είσοδος συμπιεστή, 2:είσοδος θαλάμου καύσης, 3:είσοδος στροβίλου ΥΠ, 4:είσοδος στροβίλου ΧΠ, 5:έξοδος στροβίλου ΧΠ) η όλη μεταβολή γίνεται ιδανικά,

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

δηλαδή με αδιαβατικές και αναστρέψιμες συμπίεσεις και αποτονώσεις, χωρίς απώλειες ολικής πίεσης στους ενδιάμεσους αγωγούς ή το θάλαμο καύσης, όπου η καύση είναι τέλεια για όλο το καύσιμο. Αέρας και καυσαέριο θα λογίζονται με ίσες παροχές και σταθερά γ και C_p , κοινά για τα δύο μέσα. Η είσοδος και η έξοδος από τον αεριοστρόβιλο γίνεται με την ίδια ολική πίεση.

(α) Σχεδιάστε ποιοτικά τη μεταβολή 1-5 σε διάγραμμα T-S.

(β) Αν π_c είναι ο λόγος πίεσης του συμπιεστή, αποδείξτε ότι, με τις παραπάνω παραδοχές, ο θερμοκός βαθμός απόδοσης του συστήματος είναι

$$\eta_{th} = 1 - \pi_c^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

(γ) Δώστε την έκφραση του καθαρού έργου που δίνεται στον άξονα ανά μονάδα μάζας εργαζόμενου μέσου συναρτήσει των ολικών θερμοκρασιών στις θέσεις 1, 2 και 3.

(δ) Για δεδομένες ολικές θερμοκρασίες στις θέσεις 1 και 3, εκφράστε (ως συνάρτηση των T_{t1}, T_{t3}) την ολική θερμοκρασία της θέσης 2 και το λόγο πίεσης του συμπιεστή που αντιστοιχούν σε μέγιστο αποδιδόμενο έργο στον άξονα.

Απάντηση: (γ) $\dot{w}_{net} = C_p \left[T_{t3} - \frac{T_{t3} T_{t1}}{T_{t2}} - T_{t2} + T_{t1} \right]$, (δ) $T_{t2} = \sqrt{T_{t1} T_{t3}}$ και

$$\pi_c = \left(\frac{T_{t3}}{T_{t1}} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}$$

25. Αξονικός συμπιεστής σχεδιάσθηκε για να λειτουργεί σε συνθήκες αναφοράς, στις 4.000 RPM. Για λόγους οικονομίας όμως, δοκιμάζεται στο εργαστήριο με μειωμένη πίεση στην είσοδό του, γεγονός που επιτυγχάνεται με στραγγαλιστική βαλβίδα στον αγωγό εισόδου του. Κατά τη δοκιμή, η θερμοκρασία του αέρα στο εργαστήριο είναι σταθερή και ίση με 20°C.

(α) Σε ποιές στροφές πρέπει να γίνει η δοκιμή ώστε αυτή να αποτελεί αντίστοιχο σημείο του σημείου σχεδίασης;

(β) Αν η πίεση εισόδου στη δοκιμή είναι 60 kPa, με παροχή αέρα 30 kg/sec, ποιά είναι η παροχή μάζας στο αντίστοιχο σημείο λειτουργίας στις συνθήκες αναφοράς;

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(γ) Βρείτε το λόγο της ισχύος του συμπιεστή κατά τη δοκιμή προς την ισχύ του κατά τη λειτουργία στο αντίστοιχο σημείο σε συνθήκες αναφοράς, δηλαδή την οικονομία σε ισχύ.

(δ) Επαναλάβετε το προηγούμενο ερώτημα για τη ροπή του συμπιεστή αντί της ισχύος.

Απάντηση: (α) $N=4034 \text{ RPM}$, (β) $\dot{m} = 52.1 \text{ kg/sec}$, (γ) λόγος ισχύος 0,586

26. Σχεδιάζουμε, έναν πολυβάθμιο αξονικό συμπιεστή, για λειτουργία με αέρα και επιθυμητή αύξηση ολικής θερμοκρασίας 160 K. Θα υπολογίσουμε το πλήθος βαθμίδων που θα χρειασθούν, με τις παρακάτω απλουστευτικές παραδοχές: (α) αρχές μονοδιάστατης ανάλυσης σε σταθερή ακτίνα όπου η γραμμική ταχύτητα περιστροφής είναι 260 m/sec, (β) ίδια αύξηση ολικής θερμοκρασίας σε κάθε βαθμίδα, (γ) η τροφοδοσία του συμπιεστή θα γίνεται από το περιβάλλον χωρίς οδηγία πτερύγια και (δ) κάθε περιστρεφόμενη πτερύγωση να λειτουργεί οριακά στη μέγιστη επιτρεπόμενη επιβράδυνση (χρησιμοποιείτε στοιχεία από τη θεωρία που έχετε διδαχθεί). Εκτιμείστε το πλήθος βαθμίδων που θα χρειασθούν, παρουσιάζοντας σύντομα αλλά καθαρά κάθε παραδοχή ή στοιχείο που χρησιμοποιήσατε. Η αξονική ταχύτητα διατηρείται σταθερή κατά μήκος του συμπιεστή και ίση με 150 m/sec.

Απάντηση: 6 βαθμίδες

27. Μελετάται μονοδιάστατα και σε σταθερή ακτίνα (γραμμική ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων 295 m/sec) μια βαθμίδα αξονικού στροβίλου που λειτουργεί με αέρα ($p_{11} = 5 \text{ bar}$, $T_{11} = 920 \text{ K}$) έχοντας σταθερή αξονική ταχύτητα 140 m/sec διαμέσου της. Η απώλεια ολικής πίεσης στη σταθερή πτερύγωση είναι 3.6% της ολικής πίεσης εισόδου. Στην έξοδο της σταθερής πτερύγωσης (θέση 2), η στατική πίεση είναι 3.45 bar. Η στατική θερμοκρασία στην έξοδο της κινητής πτερύγωσης (θέση 3) είναι 762 K και ισχύει

$$T_{12} - T_{12} = T_{13} - T_{13}$$

όπου

T_{12} η θερμοκρασία που αντιστοιχεί στην ισόθλιπη p_{12} και την εντροπία της θέσης 1

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

T_{12} η θερμοκρασία που αντιστοιχεί στην ισόθλιπτη p_{13} και την εντροπία της θέσης 2.

(α) Σχεδιάστε το διάγραμμα $T-S$, δείχνοντας ολικά μεγέθη και τις T_{12}, T_{13} .

(β) Υπολογίστε τα υπόλοιπα θερμοδυναμικά μεγέθη (στατικές και ολικές πιέσεις και θερμοκρασίες) και τα τρίγωνα ταχυτήτων στις θέσεις 2 και 3, τα οποία και να σχεδιάσετε. (Θα χρειασθεί ενδεχομένως να αποφασίσετε μόνοι σας για το πρόσημο κάποιων γωνιών ροής. Δικαιολογήστε κάθε επιλογή σας).

Απάντηση: $\alpha_1=70^\circ$, $\beta_2=33^\circ$, $\beta_3=-70,5^\circ$

28. Γνωρίζουμε τη χαρακτηριστική $\Psi = \Psi(\Phi)$ ενός μονοβάθμιου συμπιεστή. Αλλάζουμε στροφές από το σημείο σχεδίασης (Φ_d, Ψ_d) σε τρόπο ώστε στο νέο σημείο λειτουργίας τα τρίγωνα ταχυτήτων να μείνουν όμοια προς εαυτά. Εξηγήστε, σύντομα, την αναμενόμενη μετακίνηση του σημείου λειτουργίας στη χαρακτηριστική και το τι θα συμβεί με το βαθμό απόδοσης.

29. Μελετάμε μονοδιάστατα μια βαθμίδα αξονικού συμπιεστή, στη σταθερή μέση ακτίνα της $R=0,24$ m. Η βαθμίδα αναρροφά αέρα από το περιβάλλον (300 K, 1 bar) μέσω αγωγού που δε δίνει συστροφή στο ρευστό ενώ προκαλεί 2% απώλειες ολικής πίεσης. Η ροή εισέρχεται στην κινητή πτερύγωση με τη γωνία μετάλλου των πτερυγίων της που έχει μέγεθος 47° . Η κινητή πτερύγωση, όταν περιστρέφεται με 8700 RPM στρέφει τη ροή κατά 30° . Θεωρούμε ότι ο αέρας είναι τέλειο αέριο και ότι η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας είναι σταθερή σε όλη τη βαθμίδα. Αν ο βαθμός απόδοσης ολικών προς ολικές συνθήκες της κινητής πτερύγωσης είναι 0,90:

(α) Υπολογίστε τα στοιχεία των τριγώνων ταχυτήτων εκάτέρωθεν της κινητής πτερύγωσης. Σχεδιάστε τα μαζί με μια προσεγγιστική μορφή του πτερυγίου (χωρίς πάχος).

(β) Υπολογίστε όσα θερμοδυναμικά μεγέθη (ολικά, στατικά) στην έξοδο της κινητής πτερύγωσης είναι δυνατό.

30. Μελετάμε επαναληπτική βαθμίδα αξονικού στροβίλου, βαθμού αντίδρασης 50%, με σταθερή την αξονική συνιστώσα της ταχύτητας δια μέσου της και σταθερή τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(α) Γιατί όλα τα σημεία λειτουργίας (Φ,Ψ) της βαθμίδας τα οποία αντιστοιχούν σε σταθερή γωνία β_2 παριστούν μια γραμμή στο διάγραμμα Φ-Ψ;

(β) Ποιά είναι η εξίσωση αυτής της γραμμής;

(γ) Σχεδιάστε (με σχετική ακρίβεια) τρεις τέτοιες γραμμές που να αντιστοιχούν σε λογικές τιμές της γωνίας β_2 . Κάθε γραμμή ας σχεδιαστεί με τρία σημεία της. Οι τρεις τιμές β_2 πρέπει να επιλεγούν στο πιθανό εύρος τιμών της β_2 για μια τέτοια βαθμίδα. Η επιλογή σας αυτή βαθμολογείται ιδιαίτερα. Για τη διευκόλυνσή σας, το διάγραμμα να έχει οριζόντιο άξονα το Φ (με όρια από 0,40 ως 1,20) και κατακόρυφο το Ψ (με όρια από 0,50 ως 3,00).

31. Αέρας (που υποτίθεται τέλειο αέριο) εισέρχεται αξονικά σε βαθμίδα αξονικού στροβίλου με ολική θερμοκρασία 1400 K και ολική πίεση 2,23 bar. Η κινητή περύγωση περιστρέφεται με 14.000 RPM, ενώ η μέση διάμετρος όπου γίνεται ο μονοδιάστατος υπολογισμός είναι 48,3 cm. Εκατέρωθεν της κινητής περύγωσης γνωρίζουμε ότι

$$V_2 = 470 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad \alpha_2 = 72^\circ, \quad V_3 = 215 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad \alpha_3 = -22^\circ$$

(α) Υπολογίστε-σχεδιάστε τα τρίγωνα ταχυτήτων εκατέρωθεν της κινητής περύγωσης.

(β) Ποιός είναι ο αριθμός Mach της απόλυτης ροής στη θέση 2.

(γ) Υπολογίστε το έργο ανά μονάδα μάζας εργαζόμενου ρευστού της βαθμίδας, σε kJ/kg.

(δ) Αν η βαθμίδα λειτουργούσε χωρίς απώλειες τι λόγο πίεσης θα έδινε; Στην πραγματικότητα, ο λόγος πίεσης θα είναι μικρότερος ή μεγαλύτερος αυτού;

32. Εστω επαναληπτική βαθμίδα αξονικού στροβίλου (με σταθερή αξονική ταχύτητα, σταθερή γραμμική ταχύτητα περιστροφής και αξονική έξοδο της ροής). Εκτός από τους γνωστούς συντελεστές απωλειών ζ_N και ζ_R (βλέπε βιβλίο), ορίζουμε για τη στάθερή περύγωση (δείκτης N) και την περιστρεφόμενη (δείκτης R) τις επιπλέον βοηθητικές ποσότητες:

$$\epsilon_N = \frac{U}{V_2} \left(2 \sin \alpha_2 - \frac{U}{V_2} \right), \quad \epsilon_R = \frac{U}{W_3} \left(2 \sin \beta_3 + \frac{U}{W_3} \right)$$

(α) Δείξτε ότι το παραγόμενο έργο ανά μονάδα μάζας του εργαζόμενου μέσου είναι

$$\frac{1}{2} (V_1^2 \epsilon_N - W_1^2 \epsilon_R)$$

(β) Υποθέστε ότι η στατική θερμοκρασία εκατέρωθεν της κινητής πτερύγωσης είναι ίδια και ότι $\zeta_N = \zeta_R$. Αποδείξτε ότι, ειδικά για βαθμίδα στροβίλου με βαθμό αντίδρασης 50%, ο βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες γράφεται απλά ως

$$\eta_{i,t} = \frac{I}{I + \frac{\zeta_N}{\epsilon_N}}$$

(γ) Δείξτε ότι ο βαθμός αυτός απόδοσης γίνεται μέγιστος όταν

$$\epsilon_N = \frac{U^2}{V_2^2}$$

και η μέγιστη τιμή του είναι η

$$(\eta_{i,t})_{\max} = \frac{I}{I + \frac{\zeta_N}{I + \Phi^2}}$$

όπου Φ ο συντελεστής παροχής. Για να αποδείξετε τις τελευταίες σχέσεις θα θεωρήσετε ότι στα διάφορα σημεία λειτουργίας, η ροή συνεχίζει να ακολουθεί τις γεωμετρικές γωνίες των πτερυγίων.

33. Μελετάται στροβιλοαντιδραστήρας διπλού ρεύματος, διπλής ατράκτου με λόγο παράκαμψης 6. Ο Στροβιλοαντιδραστήρας αποτελείται κατά σειρά από τον ανεμιστήρα (fan), το συμπιεστή, το στρόβιλο ΥΠ και το στρόβιλο ΧΠ. Η πρώτη άτρακτος συνδέει τον ανεμιστήρα με το στρόβιλο ΧΠ ενώ η δεύτερη άτρακτος συνδέει το συμπιεστή με το στρόβιλο ΥΠ. Και οι 4 συνιστώσες του στροβιλοαντιδραστήρα έχουν τον ίδιο ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικών - προς-ολικές συνθήκες που ισούται με 0,90. Επίσης, κάθε ζεύγος συνιστωσών που συνδέεται με την ίδια άτρακτο είναι σε ενεργειακή ισορροπία. Δίνονται:

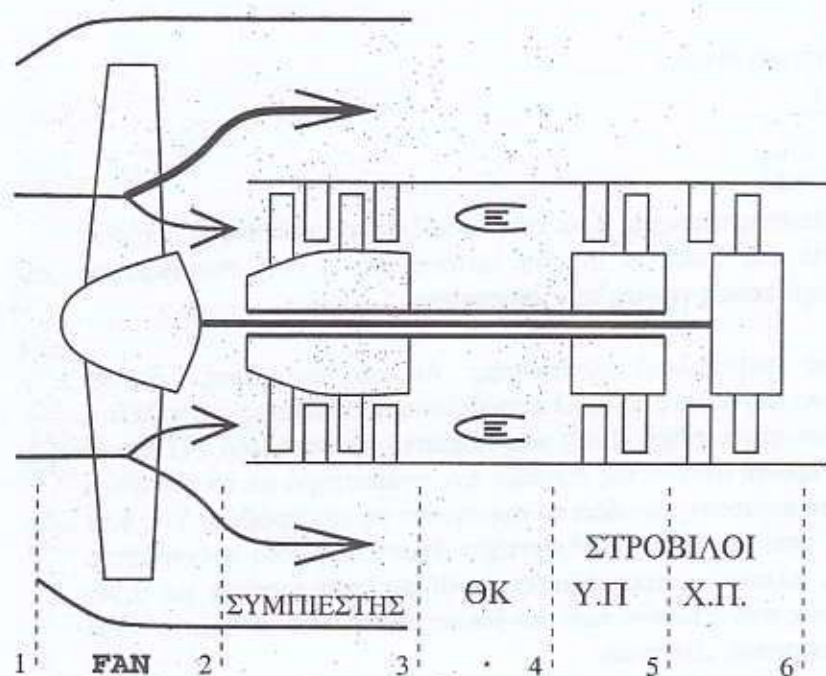
- Συνθήκες στην είσοδο του ανεμιστήρα 259,5K και 46 kPa
- Λόγος πίεσης ανεμιστήρα 1,6
- Λόγος πίεσης συμπιεστή 25
- Ολική θερμοκρασία στην είσοδο του στροβίλου ΥΠ 1450K

Με την απλοποιητική παραδοχή ότι το εργαζόμενο μέσο και στις 4 συνιστώσες είναι αέρας (Τέλειο Αέριο), που ουσιαστικά σημαίνει ότι ο θάλαμος καύσης προκαλεί μόνο αύξηση ενθαλπίας στο εργαζόμενο ρευστό

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

που παραμένει αέρας (χωρίς να αυξηθεί η παροχή του) και με την υπόθεση ότι η πτώση πίεσης στο θάλαμο καύσης είναι αμελητέα, υπολογίστε :

- τις συνθήκες στην έξοδο του ανεμιστήρα
 - τις συνθήκες στην έξοδο του συμπιεστή
 - τις συνθήκες στην έξοδο του στροβίλου ΥΠ και το λόγο πίεσης του
 - τις συνθήκες στην έξοδο του στροβίλου ΧΠ και το λόγο πίεσης του
- και σχεδιάστε το θερμοδυναμικό διάγραμμα (T-S) της μεταβολής, με βάση τα αριθμητικά σας αποτελέσματα. Υπενθυμίζεται ότι ο λόγος παράκαμψης ορίζεται ως πηλίκο της παροχής μάζας του αγωγού παράκαμψης προς την παροχή μάζας που περνά από το κυρίως σώμα (συμπιεστής-θάλαμος καύσης-στροβίλος) του στροβιλοαντιδραστήρα.



34. Υπολογίστε τον αριθμό Mach της ροής σε μια διατομή ενός συμπιεστή όταν γνωρίζετε ότι:

- (α) Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας (τέλειο αέριο)
- (β) Ο συμπιεστής διακινεί το 85% της μέγιστης παροχής που μπορεί να διακινήσει. Η μέγιστη παροχή αντιστοιχεί στο να δημιουργηθεί ηχητική κατάσταση (αριθμός Mach=1) στη διατομή που αναλύουμε.

(γ) Η ροή στη διατομή αυτή θεωρείται αξονική.

35. Βαθμίδα αξονικού στροβίλου λειτουργεί με αέρα (τέλειο αέριο) που εισέρχεται αξονικά στα ακροφύσια, σε συνθήκες 4,5 bar και 880K. Στην είσοδο της κινητής πτερώγωσης μετράμε την ολική (4,4 bar) και τη στατική (3,2 bar) πίεση, ενώ στην έξοδο της ίδιας πτερώγωσης τη στατική θερμοκρασία (721,7 K). Γνωρίζουμε επιπλέον ότι η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας έχει σταθερό μέτρο σε όλη τη βαθμίδα και ότι στην ακτίνα που γίνεται ο μονοδιάστατος υπολογισμός η γραμμική ταχύτητα περιστροφής παραμένει παντού σταθερή και ίση με 260 m/sec. Αν ο βαθμός αντίδρασης της βαθμίδας είναι ίσος με 0,55, υπολογίστε στατικά και ολικά θερμοδυναμικά μεγέθη (πίεση, θερμοκρασία, πυκνότητα, για όσα από αυτά επαρκούν τα δεδομένα της άσκησης) και στις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις της βαθμίδας. Επίσης υπολογίστε και σχεδιάστε τα τρίγωνα ταχυτήτων και μια προσεγγιστική μορφή πτερυγίων. Τα πτερύγια να σχεδιαστούν χωρίς πάχος αλλά με σχετική ακρίβεια.

36. Μελετάμε έναν ακτινικό στρόβιλο με ακτινική είσοδο (κατεύθυνση r) και αξονική έξοδο (κατεύθυνση z) της ροής. Οι ποσότητες V, Φ και Ψ ακολουθούν αντίστοιχους ορισμούς όπως και στον αξονικό στρόβιλο, με την ιδιαιτερότητα το Φ να ορίζεται τώρα ως ο λόγος της ακτινικής ταχύτητας στην είσοδο της πτερωτής προς τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής στην ίδια θέση. Ζητούνται:

(α) Να εκφράσετε το συντελεστή φόρτισης στη μορφή

$$\Psi = \Psi\left(\Phi, \frac{R_3}{R_2}, \frac{V_{z3}}{V_{r2}}, \alpha_2, \beta_3\right)$$

όπου κατά τα γνωστά, οι θέσεις 1-2-3 ορίζονται αντίστοιχα στην είσοδο και την έξοδο των ακροφυσίων και την έξοδο της πτερωτής

(β) Ειδικά για την περίπτωση $\alpha_3=0$, $\beta_2=0$ εκφράστε το βαθμό αντίδρασης ως συνάρτηση των U_2, W_2, V_1, V_3 .

(γ) Ποιά η τιμή του βαθμού αντίδρασης αν, επιπλέον των συνθηκών του προηγούμενου ερωτήματος, ισχύει ότι $V_1=W_2=V_3$;

37. Πολυβάθμιος αξονικός συμπιεστής έχει δέκα βαθμίδες. Κάθε βαθμίδα δίνει λόγο πίεσης 1,3 και έχει πολυτροπικό βαθμό απόδοσης ίσο με $\eta_{p,\beta} = 0,90$.

(α) Υπολογίστε το λόγο ολικών θερμοκρασιών (έξοδος/είσοδος) του συμπιεστή.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(β) Επαληθεύσετε αριθμητικά, με βάση την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα, ότι ο πολυτροπικός βαθμός απόδοσης όλου του συμπιεστή είναι ίσος με 0,90.

(γ) Υπολογίστε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{is,B}$ της 1ης, 2ης, 5ης και 10ης βαθμίδας.

(δ) Υπολογίστε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{is,C}$ ολόκληρου του συμπιεστή.

38. Σε βαθμίδα ακτινικού στροβίλου, ακτινικής εισόδου και αξονικής εξόδου της ροής εισέρχεται αέρας (τέλειο αέριο), ολικής θερμοκρασίας 1100K. Αμελούμε την παρουσία διαχύτη, οπότε οι χαρακτηριστικές θέσεις στο στρόβιλο είναι οι : 1 (είσοδος ακροφυσίων), 2 (είσοδος πτερωτής) και 3 (έξοδος πτερωτής). Η πτερωτή στρέφεται με N (RPM) σε τρόπο ώστε η σχετική ταχύτητα στην είσοδο της να είναι ακτινική και η απόλυτη ταχύτητα στην έξοδό της να είναι αξονική. Η ισχύς της βαθμίδας είναι 47kW (αμελείστε κάθε μηχανική απώλεια) και ο λόγος ολικής προς στατική πίεσης είναι ίσος με

$$\frac{P_u}{P_s} = 2,05$$

Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικών-προς-στατικές συνθήκες της βαθμίδας είναι ίσος με $\eta_{is,T} = 0,65$

(α) Υπολογίστε την παροχή μάζας αέρα που διακινεί η βαθμίδα αυτή.

(β) Δείξτε τον τρόπο με τον οποίο θα υπολογισθεί η ολική πίεση στη θέση 2, όταν είναι γνωστά: η τιμή του (απόλυτου) αριθμού Mach στην είσοδο της πτερωτής, ο αριθμός στροφών N και το πλάτος b_2 των περυγίων στη θέση 2. Το ερώτημα αυτό ουσιαστικά ζητά να δώσετε τις ισχύουσες εξισώσεις και τη σειρά με την οποία θα τις λύνατε (σε κάθε εξίσωση δείξτε γνωστές και άγνωστες ποσότητες).

39. Χρησιμοποιούμε K (K =έναν μικρό αριθμό) πανομοιότυπες βαθμίδες ακτινικού συμπιεστή (τη μια μετά την άλλη) για να δημιουργήσουμε ένα K -βάθμιο συμπιεστή. Τα 21 πτερύγια κάθε βαθμίδας είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε να ακολουθούν ακτινική κατεύθυνση στην έξοδό τους, ενώ η ροή εισέρχεται σε κάθε βαθμίδα παράλληλα με τον άξονα περιστροφής. Γνωρίζουμε ότι όταν μια οποιαδήποτε από αυτές τις βαθμίδες λειτουργήσει μόνη της σε συνθήκες αναφοράς και με τις ίδιες στροφές με τον πολυβάθμιο δίνει λόγο πίεσης 2,1 με ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικών-προς ολικές συνθήκες ίσο με 0,88.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(α) Δώστε τη σχέση που υπολογίζει το λόγο πίεσης του Κ-βάθμιου συμπίεστη συναρτήσει του Κ και της ολικής θερμοκρασίας T_0 στην έξοδο της περιστρέφουσας πτερύγωσης.

(β) Βρείτε το λόγο πίεσης του Κ-βάθμιου, αν $K=4$, $T_0 = 300\text{K}$ και υπολογίστε τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής στην έξοδο της περιστρέφουσας πτερύγωσης.

40. Μελετάμε μια επαναληπτική βαθμίδα αξονικού στροβίλου (με U , V_a σταθερά διαμέσου της). Σε τέτοιες βαθμίδες συνηθίζεται ο ισοεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικών-προς-ολικές συνθήκες να δίνεται από τη σχέση

$$\eta_{l-t} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2\Psi} \left[\left(\frac{V_a}{U} \right)^2 \zeta_s + \left(\frac{W_3}{U} \right)^2 \zeta_R \right]}$$

όπου ζ_s, ζ_R οι συντελεστές απωλειών της σταθερής και της κινητής πτερύγωσης. Στην άσκηση θα θεωρήσουμε ότι και οι δύο αυτές ποσότητες είναι ανεξάρτητες του συντελεστή φόρτισης Ψ .

(α) Δείξτε ότι η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\eta_{l-t} = \frac{1}{f(\Psi, \Phi, r, \zeta_s, \zeta_R)}$$

και βέβαια βρείτε την ακριβή έκφραση της συνάρτησης f .

(β) Για σταθερά Φ και r βρείτε τη βέλτιστη τιμή του Ψ σε σχέση με την ποσότητα η_{l-t} . Δείξτε συγκεκριμένα ότι ισχύει

$$\Psi_{\text{opt}} = 2\sqrt{\Phi^2 + \frac{1}{2} + r(r-1)}$$

41. Μελετάμε βαθμίδα ακτινικού στροβίλου ακτινικής εισόδου και αξονικής εξόδου της ροής. Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας (τέλειο αέριο) που εισέρχεται με ολική θερμοκρασία 1040 K. Στη θέση 2 (έξοδος των ακροφυσίων-είσοδος της πτερωτής) γνωρίζουμε τον αριθμό Mach της απόλυτης ροής ($M_2=0,95$), το ότι το τοπικό τρίγωνο ταχυτήτων είναι ορθογώνιο και την τιμή της γωνίας ροής $\alpha_2=75^\circ$.

(α) Υπολογίστε τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής στη θέση 2.

(β) Αν το τρίγωνο ταχυτήτων στην έξοδο της πτερωτής είναι επίσης ορθογώνιο, υπολογίστε την ολική θερμοκρασία στην έξοδο της βαθμίδας

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

και σχολιάστε την τιμή που θα βρείτε σε σχέση με την τοποθέτηση ή όχι διαχύτη στην έξοδο.

(γ) Με γνωστό το λόγο των ακτίνων στις θέσεις του μονοδιάστατου υπολογισμού εκατέρωθεν της περωτής $\frac{R_2}{R_3} = 1,7$ και ότι το μέτρο της

σχετικής γωνίας στην έξοδο της περωτής είναι 43° , υπολογίστε την ποσοστιαία μεταβολή στατικής θερμοκρασίας μέσα στην κινητή περύγωση.

42. Για επαναληπτική βαθμίδα αξονικού συμπιεστή, με σταθερές τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής και την αξονική ταχύτητα σε κάθε θέση του μονοδιάστατου υπολογισμού διαμέσου της, δείξτε ότι οι γωνίες απόκλισης της ροής στην κινητή (ϵ_R) και στην ακίνητη (ϵ_S) περύγωση δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις.

$$\epsilon_R = \tan^{-1} \left[\frac{-\Psi\Phi}{\Phi^2 + r^2 - \frac{\Psi^2}{4}} \right] \qquad \epsilon_S = \tan^{-1} \left[\frac{\Phi\Psi}{\Phi^2 + (1-r)^2 - \frac{\Psi^2}{4}} \right]$$

Θα σας φανεί, ενδεχόμενα, χρήσιμη η τριγωνομετρική ταυτότητα

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

43. Μονοβάθμιος αξονικός στρόβιλος αναλύεται μονοδιάστατα. Στις τρεις χαρακτηριστικές του θέσεις εκατέρωθεν της σταθερής και της περιστρεφόμενης περύγωσης, η ακτίνα του μονοδιάστατου υπολογισμού αλλά και η διατομή παραμένουν σταθερές. Η ακτίνα του υπολογισμού είναι ο αριθμητικός μέσος των ακτίνων ποδός και κεφαλής και εκεί η γραμμική ταχύτητα περιστροφής είναι 320 m/sec. Η περιστροφή της ατράκτου γίνεται με 250 rev/sec. Για παροχή αέρα (τέλειο αέριο) 36 kg/s και συνθήκες ανακόπης 8 bar και 1200 K στη διατομή εισόδου, η πτώση ολικής θερμοκρασίας στη βαθμίδα είναι 150 K, με ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ίσο με 0,90. Από την περιστρεφόμενη περύγωση η ροή εξέρχεται αξονικά με απόλυτη ταχύτητα ίση με 400 m/sec.

(α) Υπολογίστε το ύψος των πτερυγίων και το λόγο ακτίνας κεφαλής προς ακτίνα ποδός.

(β) Αν ο συντελεστής απωλειών των ακροφυσίων είναι $\zeta_N = 0,07$, υπολογίστε την αξονική ταχύτητα στην έξοδο των ακροφυσίων.

(γ) Υπολογίστε τις γωνίες ροής και σχεδιάστε το τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 2.

(δ) Ποιός ο σχετικός αριθμός Mach στην ίδια θέση;

44. Ένας πολυβάθμιος αξονικός συμπιεστής αποτελείται από έναν αριθμό βαθμίδων που θεωρούνται ως «πολλές μικρές βαθμίδες». Κάθε μια από αυτές έχει συντελεστή φόρτισης ίσο με 0,2733. Λειτουργώντας με αέρα στις συνθήκες αναφοράς, ο συμπιεστής έχει λόγο πίεσης 5, ισεντροπικό βαθμό απόδοσης κάθε βαθμίδας ίσο με 0,888 και γραμμική ταχύτητα περιστροφής στη (σταθερή παντού) μέση ακτίνα του μονοδιάστατου υπολογισμού ίση με 275 m/sec.

Υπολογίστε τον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης του συμπιεστή και το αριθμό βαθμίδων του.

45. Ακτινικός συμπιεστής χωρίς πτερύγια στο διαχύτη λειτουργεί με αέρα (τέλειο αέριο, σταθερό c_p) και ολικές συνθήκες στην είσοδο 1,1 bar και 295K. Ο αέρας εισέρχεται αξονικά και όταν η πτερωτή περιστρέφεται με 290 rev/sec διακινεί 4,34 kg/sec. Η πτερωτή έχει 21 πτερύγια, παράγοντα ολίσθησης $\sigma=0,90$ και στην έξοδο τους τα πτερύγια έχουν οπισθόκλιση 20° . Στην έξοδό τους γνωρίζουμε την ακτίνα $R_2 = 0,25$ m και το πλάτος του σχηματιζόμενου καναλιού $b_2 = 1,76$ cm. Η εξερχόμενη ροή δεν έχει αξονική συνιστώσα.

Υπολογίστε την απόλυτη ταχύτητα, τον απόλυτο αριθμό Mach, την ολική πίεση στην έξοδο της πτερωτής (θέση 2), αν γνωρίζετε ότι η αύξηση εντροπίας στην πτερωτή είναι $\Delta S_{12} = 0,059084C_p$. Σχεδιάστε το τρίγωνο ταχυτήτων στην έξοδο της πτερωτής αφού υπολογίσετε τις γωνίες του.

46. Η θερμική καταπόνηση των πτερυγίων της περιστρεφόμενης πτερύγωσης ενός στροβίλου είναι ανάλογη της «μέσης» περιστρεφόμενης ολικής θερμοκρασίας του (ας συμβολίζεται T_B). Στη μονοδιάστατη ανάλυση, ο όρος «μέση» χαρακτηρίζει τη μέση τιμή των περιστρεφόμενων ολικών θερμοκρασιών στις δύο χαρακτηριστικές θέσεις (πριν και μετά) της περιστρεφόμενης πτερύγωσης (θέσεις 2 και 3, στη γνωστή ορολογία μας). Υποθέστε επαναληπτική βαθμίδα, V_a και U σταθερά στις θέσεις του μονοδιάστατου υπολογισμού και:

(α) Δείξτε ότι

$$T_B = \frac{T_{12} + T_{13}}{2} - \frac{U^2}{2C_p} (\alpha + \beta\gamma)$$

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

όπου γ ο βαθμός αντίδρασης της βαθμίδας. Βρείτε τις εκφράσεις των α και β .

(β) Με σταθερές τις τιμές των T_{12} και T_{13} και στόχο τη μείωση της θερμικής καταπόνησης των πτερυγίων της περιστρεφόμενης πτερύγωσης του στροβίλου, θα διαλέγατε βαθμίδα δράσης ή αντίδρασης και γιατί;

(γ) Τι επίπτωση στο έργο της βαθμίδας θα έχει η επιλογή που κάνατε στο (β);

47. Η θερμική καταπόνηση των πτερυγίων της περιστρεφόμενης πτερύγωσης ενός στροβίλου είναι ανάλογη της «μέσης» περιστρεφόμενης ολικής θερμοκρασίας του (ας συμβολίζεται T_B). Στη μονοδιάστατη ανάλυση, ο όρος «μέση» χαρακτηρίζει τη μέση τιμή των περιστρεφόμενων ολικών θερμοκρασιών στις δύο χαρακτηριστικές θέσεις (πριν και μετά) της περιστρεφόμενης πτερύγωσης (θέσεις 2 και 3, στη γνωστή ορολογία μας). Υποθέστε επαναληπτική βαθμίδα, V_a και U σταθερά στις θέσεις του μονοδιάστατου υπολογισμού και:

(α) Δείξτε ότι

$$T_B = \frac{T_{12} + T_{13}}{2} - \frac{U^2}{2C_p} (\alpha + \beta\gamma)$$

όπου γ ο βαθμός αντίδρασης της βαθμίδας. Βρείτε τις εκφράσεις των α και β .

(β) Με σταθερές τις τιμές των T_{12} και T_{13} και στόχο τη μείωση της θερμικής καταπόνησης των πτερυγίων της περιστρεφόμενης πτερύγωσης του στροβίλου, θα διαλέγατε βαθμίδα δράσης ή αντίδρασης και γιατί;

(γ) Τι επίπτωση στο έργο της βαθμίδας θα έχει η επιλογή που κάνατε στο (β);

48. Αγοράζουμε ένα μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή για τη συμπίεση του αερίου NH_3 (τέλειο αέριο, $R=490 \text{ J/kg/K}$, $C_p=2175 \text{ J/kg/K}$) σε μια βιομηχανική εγκατάσταση. Σκοπός μας, προφανώς, είναι να λειτουργήσει με το μέγιστο ισεντροπικό βαθμό απόδοσης. Γνωρίζουμε ότι μια δοκιμή του σε συνθήκες αναφοράς έδωσε μέγιστη απόδοση για λόγο πίεσης 1,65 και 8000 RPM.

Στην εγκατάστασή μας, ο συμπιεστής θα συμπίεσει το αέριο NH_3 που βρίσκεται σε πίεση 1 bar και θερμοκρασία 373 K, διακινώντας 2 kg/sec, με 13000 RPM.

(α) Σε τι πίεση θα παίρνουμε το αέριο NH_3 στην έξοδο του συμπιεστή;

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

(β) Ποιός ο λόγος πίεσης της βαθμίδας και η παροχή εργαζόμενου μέσου στο αντίστοιχο σημείο της συμπίεσης του αερίου NH_3 , όταν λειτουργεί σε συνθήκες αναφοράς (αέρας);

(γ) Περιγράψτε τη διαδικασία που θα ακολουθούσατε (αιτιολογία, ποιές ακριβώς σχέσεις θα χρησιμοποιούσατε, με ποιές γνωστές ποσότητες και για ποιούς αγνώστους θα λύνατε) για να βρείτε, σε ένα διάγραμμα λόγου πίεσης-παροχής μάζας, Κ σημεία πάνω στη χαρακτηριστική λειτουργίας μέγιστης απόδοσης, για λειτουργία σε συνθήκες αναφοράς (αέρας).

49. Βαθμίδα αξονικού στροβίλου μελετάται μονοδιάστατα, θεωρώντας τα V_a και U σταθερά στις θέσεις 1-2-3 (αντίστοιχα: είσοδο ακροφυσίων, είσοδο και έξοδο κινητής πτερύγωσης). Ορίζουμε ένα νέο βαθμό απόδοσης βασισμένο στην κινητική ενέργεια, ως

$$\eta_{KE} = \frac{h_{11} - h_{13}}{V_1^2 / 2}$$

(α) Δείξτε ότι για βαθμίδα δράσης στροβίλου ισχύει ότι

$$\eta_{KE} = \frac{4(\Phi \tan \alpha_2 - 1)}{\sigma^2} \quad \text{όπου} \quad \sigma = \frac{V_2}{U}$$

(β) Δείξτε ότι για την περίπτωση (α) η παραπάνω σχέση γράφεται και στη μορφή

$$\eta_{KE} = \eta_{KE}(\sigma, \sin \alpha_2)$$

και, βέβαια, βρείτε την ακριβή της έκφραση.

(γ) Βρείτε την τιμή του σ που δίνει βέλτιστο η_{KE} για σταθερή γωνία α_2 .

(δ) Επαναλάβετε το ερώτημα (β) για επαναληπτική βαθμίδα στροβίλου βαθμού αντίδρασης 50%.

(ε) Επαναλάβετε το ερώτημα (γ) για επαναληπτική βαθμίδα στροβίλου βαθμού αντίδρασης 50%.

50. Διβάθμιος ακτινικός συμπίεστής δίνει συνολικό λόγο πίεσης 5,8 και ισεντροπικό βαθμό απόδοσης 0,84 όταν λειτουργεί σε συνθήκες αναφοράς. Οι δύο βαθμίδες του (θα συμβολίζονται με Α και Β) κινούνται με τις ίδιες στροφές, δέχονται αξονική είσοδο της ροής, έχουν τον ίδιο αριθμό πτερυγίων αλλά διαφέρουν ως προς την ακτίνα εξόδου της πτερωτής. Ο λόγος των αντίστοιχων ακτίνων για τις δύο βαθμίδες είναι ίσος με $R_A/R_B=1,10$. Και στις δύο βαθμίδες τα πτερύγια στην έξοδο της πτερωτής έχουν την ακτινική κατεύθυνση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

Υπολογίστε το λόγο πίεσης κάθε βαθμίδας χωριστά, θεωρώντας τη συνολική θερμοδυναμική μεταβολή και τις μεταβολές ανά βαθμίδα ως πολυτροπικές με τον ίδιο εκθέτη πολυτροπικής μεταβολής.

51. Η άσκηση διαπραγματεύεται έναν τυπικό ακτινικό συμπιεστή με οπισθόκλιση που χαρακτηρίζεται από τη γωνία β_2 και αξονική είσοδο της ροής ($\alpha_1=0$). Θεωρείστε ότι μελετάμε ιδανικές ροές χωρίς απώλειες, και ότι η ανάλυσή σας δε χρειάζεται να συμπεριλάβει την ειδική περίπτωση $\beta_2 = 0$. Οι συντελεστές παροχής και φόρτισης είναι οι Φ_2 και Ψ_2 , ορισμένοι με τα μεγέθη της ροής στην έξοδο της πτερωτής. Ξεκινήστε από τη γνωστή από τις σημειώσεις σας σχέση που εκφράζει τον παράγοντα ολίσθησης σ ως συνάρτηση των V_{w2} / U_2 , Φ_2 και β_2 .

(α) Συνηθίζεται να ορίζουμε μια ποσότητα σ_0 , τον παράγοντα ολίσθησης μηδενικής παροχής, ως $\sigma_0 = 1 - \frac{V_{w2}}{U_2}$. Εξηγήστε την ονομασία

αυτή.

(β) Δείξτε ότι

$$\sigma = \frac{\sigma_0 + \Phi_2 \tan \beta_2}{1 + \Phi_2 \tan \beta_2}$$

(γ) Με την παραδοχή αξονικής εισόδου της ροής στην πτερωτή δείξτε ότι

$$\Psi_2 = \sigma_0 + \Phi_2 \tan \beta_2$$

(δ) Σχολιάστε τη μορφή και τις εξαρτήσεις της χαρακτηριστικής (Φ_2, Ψ_2) που εκφράζει η σχέση αυτή. Σχεδιάστε την και δείξτε το τμήμα της χαρακτηριστικής που έχει φυσική σημασία.

(ε) Ποιο είναι το μέγιστο Φ_2 που μπορούμε να πάρουμε;

52. Υπολογίζουμε μονοδιάστατα τη ροή σε μια βαθμίδα αξονικού στροβίλου. Ο υπολογισμός γίνεται σε σταθερή ακτίνα στην οποία η γραμμική ταχύτητα περιστροφής ισούται με 172 m/sec. Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας, θεωρούμενος ως τέλειο αέριο. Στις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις που πραγματοποιείται ένας τέτοιος υπολογισμός (1: είσοδος ακροφυσίων, 2: είσοδος κινητής πτερώγωσης και 3: έξοδος της) η διατομή που διαρρέει το εργαζόμενο μέσο μεταβάλλεται ώστε να διατηρείται σταθερή η τιμή της αξονικής ταχύτητας και στις τρεις αυτές θέσεις.

Στη θέση (1), η ταχύτητα εισόδου είναι αξονική, οι ολικές συνθήκες είναι 1270 K, 10.6 bar και η παροχή 34 kg/s. Στη θέση (3), η ολική θερμοκρασία

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

μετράται ίση με $1201,2 \text{ K}$ και η απόλυτη γωνία της ροής είναι ίση με -20° .
Ο βαθμός απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες ισούται με $0,948$ και ο λόγος διατομών A_3/A_1 ισούται με $1,168$.

Υπολογίστε διαδοχικά:

- (α) το λόγο πίεσης της βαθμίδας
 - (β) την τιμή της αξονικής συνιστώσας της ταχύτητας
 - (γ) τη διατομή στη θέση (3)
 - (δ) τη γωνία της σχετικής ροής στη θέση (2)
 - (ε) τη στατική πίεση εξόδου
 - (στ) το συντελεστή φόρτισης της βαθμίδας
- και σχεδιάστε το τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση (3).