Η ΜΕΘΟΔΟΣ LEFOLL (1965)

- ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΤΟ IMAGE PLANE (L_k, X)
  L_k = Παράγοντας Μορφής ("τύπος" του οριακού στρώματος")
  X = Απώλειες $(=X(\delta_3))$
- Δυο παράμετροι $\leftrightarrow$ Διπαραμετρική κατανομή ταχύτητας
- Το ΟΡΘΟ και τό ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ πρόβλημα
- Εξισώσεις (ολοκληρωματικές) γιά **ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟ** ρευστό:

Ο.Ε.Δ.Ο: $$\frac{1}{u_e^2}\frac{d}{dx}\left(u_e^2\delta_{2k}\right)+\frac{\delta_{1k}}{u_e}\frac{du_e}{dx}=\frac{\tau_w}{\rho_e u_e^2} \quad (1)$$

Ο.Ε.Κ.Ε: $$\frac{1}{u_e^3}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}u_e^3\delta_{3k}\right)=C_D \quad (2)$$

- Τί γίνεται αν **ΤΥΡΒΩΔΕΣ**?

$$\delta_{2k}^* = \delta_{2k} - \int_0^\delta \frac{(\overline{u'^2}-\overline{v'^2})}{u_e^2}\,dy$$

$$\delta_{3k}^* = \delta_{3k} - \int_0^\delta \frac{u}{u_e^3}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right)dy$$

κ.λ.π. εμπειρισμός

- (1) $\rightsquigarrow$ $$\boxed{\frac{d\delta_{2k}^*}{dx}+\frac{\delta_{2k}^*}{u_e}\left(2+H_{12k}^*\right)\frac{du_e}{dx}=\frac{\tau_w}{\rho_e u_e^2}} \quad (1') \quad \text{μέ} \quad H_{12k}^*=\frac{\delta_{1k}}{\delta_{2k}^*}$$

- <u>Ορισμός</u>: Καταστροφή της κινητικής ενέργειας E

$$E=\rho_e\delta_{3k}^*\frac{u_e^3}{2} \longrightarrow E(x) = \text{αύξουσα συνάρτηση του } x$$

(2) $\rightarrow$ $$\frac{1}{u_e^3}\frac{d}{dx}\left(\frac{E}{\rho_e}\right)=C_D \Rightarrow dE=\rho_e u_e^3 C_D\,dx$$ (ή Ο.Ε.Κ.Ε "αλλοιώς")

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{dE}{E}=\frac{2C_D\,dx}{\delta_{3k}^*}=\frac{2C_D\,dx}{H_{32k}^*\delta_{2k}^*}} \quad (2')$$

όπου $$H_{32k}^*=\frac{\delta_{3k}^*}{\delta_{2k}^*}$$

• Όμως: $E=\left(H^*_{32k}\right)\cdot\left(u_e\right)\cdot\left(\delta^*_{2k}u_e^2\rho_e\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{dE}{E} = \frac{dH^*_{32k}}{H^*_{32k}} + \frac{du_e}{u_e} + \frac{d(\delta^*_{2k}u_e^2)}{\delta^*_{2k}u_e^2}$$ από (1)

$$\Rightarrow \frac{dE}{E} + (H^*_{12k}-1)\frac{du_e}{u_e} - \frac{dH^*_{32k}}{H^*_{32k}} = \frac{H^*_{32k}}{\delta^*_{3k}}\frac{\tau_w}{\rho_e u_e^2}dx$$ από (2)

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{(H^*_{12k}-1)}\cdot\frac{dH^*_{32k}}{H^*_{32k}} = \frac{du_e}{u_e} + \frac{1}{H^*_{12k}-1}\cdot\left\{1-\frac{H^*_{32k}}{2C_D}\frac{\tau_w}{\rho_e u_e^2}\right\}\frac{dE}{E}} \quad (3)$$

• Εμπειρισμός! Συσχέτιση τυρβώδους-στρωτού ο.σ.

πειράματα... ⇝ $H_{32k} = H^*_{32k}$

πειράματα... ⇝ $K = \frac{H_{12k}-1}{H^*_{12k}-1}$ → στρωτό: $K=1$; → τυρβώδες $K \cong 0,85$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{K}{(H_{12k}-1)}\cdot\frac{dH_{32k}}{H_{32k}} = \frac{du_e}{u_e} + KM\frac{dE}{E}} \quad (3')$$

$$M = \frac{1}{H_{12k}-1}\left\{1-\frac{H_{32k}}{4C_D}C_f\right\}$$

Παράγοντας μορφής του Truckenbrodt:

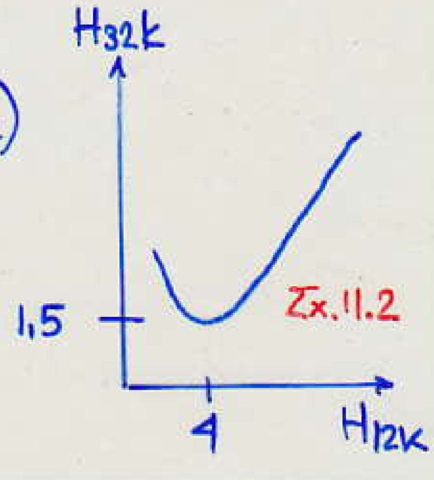
$$dL_k = \frac{1}{H_{12k}-1}\,\frac{dH_{32k}}{H_{32k}}$$

• Αν στρωτό ισοφορτισμένο οριακό στρώμα (λύσεις Falkner-Skan)

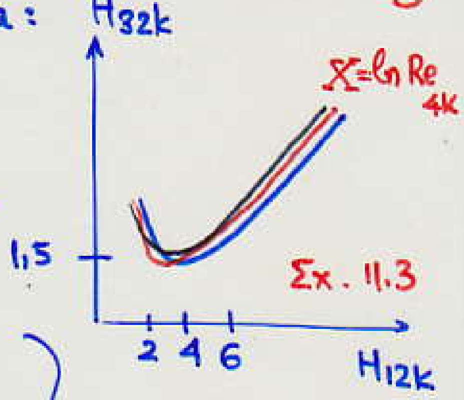
$$\left.\begin{aligned} H_{12k} &= \frac{\delta_{1k}}{\delta_{2k}} = \frac{f_1(m)}{f_2(m)} \\ H_{32k} &= \frac{\delta_{3k}}{\delta_{2k}} = \frac{f_3(m)}{f_2(m)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow H_{32k} = H_{32k}(H_{12k})$$

ή, ως εξίσωση του Walz:

$$H_{12k} = 4{,}036 - 4{,}2845\left(H_{32k}-1{,}515\right)^{0{,}3886}$$



• Αν τυρβώδες ισορροπημένο οριακό στρώμα:



Σχ. 11.3

G = σταθερό και π_1 = σταθερό

$$G_1 = \frac{G + 11.139\pi_1 + 8.5\pi_1^2 + 2.563\pi_1^3}{k^2(1+\pi_1)} \Rightarrow G_1 = \text{σταθερό}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\delta_{2k}}{\delta_{1k}} &= 1 - \sqrt{\frac{c_f}{2}}\,G = f_1(c_f) \rightsquigarrow H_{12k} \\ H_{32k} &= \frac{\delta_{3k}/\delta_{1k}}{\delta_{2k}/\delta_{1k}} = \frac{2 - 3\sqrt{\frac{c_f}{2}}\,G + \frac{c_f}{2}G_1}{1 - \sqrt{\frac{c_f}{2}}\,G} = f_2(c_f) \end{aligned}\right\} H_{32k} = H_{32k}(H_{12k})$$

• ΑΡΑ: και γιά στρωτή και γιά τυρβώδη ισορροπημένη ροή:

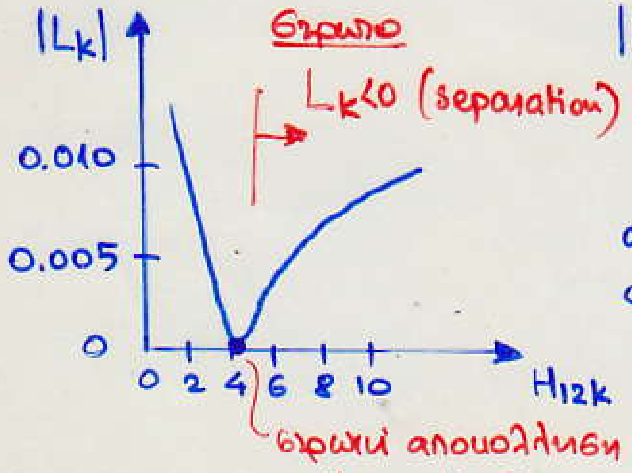
$$H_{32k} = H_{32k}(H_{12k})$$

$$\Rightarrow \quad dL_k = \frac{dH_{32k}}{(H_{12k}-1)H_{32k}} \quad \Rightarrow \quad dL_k = f(H_{12k})\,dH_{32k}$$

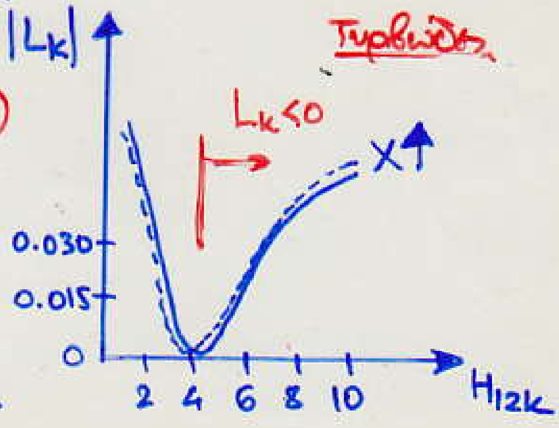
τέλειο διαφορικό!

• Αυθαίρετη σταθερά ολοκλήρωσης: $\underline{L_k = 0}$ στην αποκόλληση!

• Διαγράμματα $L_k = L_k(H_{12k})$



Σχ. 11.4



Σχ. 11.5

- Είχαμε βρεί: $K dL_k = \frac{du_e}{u_e} + KM\frac{dE}{E}$
- ορίζουμε:
  - λογαρίθμος εξ. ταχύτητας: $q = \ln\left(\frac{u_e}{u_{ref}}\right)$, αντί u_e
  - δυναμικό ταχύτητας (ένα Reynolds) $\Phi = \int_0^x \frac{u_e dx}{\nu}$, αντί x

$$\Rightarrow \quad K dL_k = dq + KM\frac{dE}{E} \qquad (10)$$

- Είχαμε βρεί: $\frac{dE}{E} = \frac{2C_D dx}{H^*_{32k}\delta^*_{2k}} = 2C_D\left(\frac{\nu}{\delta^*_{3k}u_e}\right)\left(\frac{u_e dx}{\nu}\right)$

$$\Rightarrow \quad \frac{dE}{E} = 2C_D\frac{d\Phi}{Re_{3k}} \qquad (20)$$

όπου $Re_{3k} = \frac{\delta_{3k}u_e}{\nu}$

- Ορίζουμε:

$$Re_{4k} = Re_{3k}\, e^{2KL_k}$$

$$X = \ln(Re_{4k}) = \ln(Re_{3k}) + 2KL_k \Rightarrow dX = \frac{dRe_{3k}}{Re_{3k}} + 2K dL_k$$

$$\Rightarrow \quad (1+2KM)\frac{dE}{E} = dX$$

- ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ:

$$dq = K dL_k + \beta_1 dX \quad , \beta_1 = -\frac{KM}{1+2KM}$$

$$d\Phi = \frac{dRe_{4k}}{C_t} \quad , C_t = 2C_D(1+2KM)e^{2KL_k}$$

ΦΥΣΙΚΟ ΕΠΙΠ. (q,Φ) ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΞ. ΡΟΗΣ q & ΑΔΙΑΣΤ. ΜΗΚΟΣ Φ ↑ γνωστό στο ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

ΕΠΙΠ. ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ (L_k, X) ΠΑΡΑΓ. ΜΟΡΦΗΣ L_k & ΑΠΩΛΕΙΕΣ X ↑ γνωστό στο ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Αλλοιώς γραμμένο:

$$dq = \{K + 2\beta(K-1)\}dL_k + \beta_1 dX$$

$$d\Phi = \frac{1}{C}dRe_4 + \frac{2(K-1)Re_4}{C}dL_k$$

όπου

$$C = C_D(1+2M)e^{2L_k}$$